

2014 年上海市松江区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

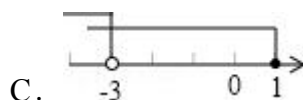
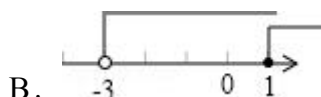
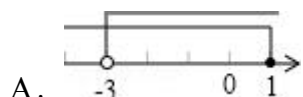
1. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{9}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

2. (4 分) 下面计算正确的是 ()

- A. $x^3 + x^2 = x^5$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $x^3 - x^2 = x$ D. $x^3 \div x^2 = x$

3. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



4. (4 分) 已知一组数据 x_1, x_2, x_3 的平均数和方差分别为 6 和 2，则数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的平均数和方差分别是 ()

- A. 6 和 2 B. 6 和 3 C. 7 和 2 D. 7 和 3.

5. (4 分) 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是 ()

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

6. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 13$ ， $BC = 10$ ，如果以 A 为圆心 r 为半径的 $\odot A$ 和以 BC 为直径的 $\odot D$ 相交，那么 r 的取值范围 ()

- A. $3 < r < 13$ B. $5 < r < 17$ C. $7 < r < 13$ D. $7 < r < 17$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

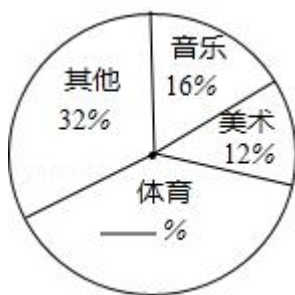
7. (4 分) 分解因式： $a^2 - 4 =$ _____.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{2-x} = 1$ 的解为 _____.

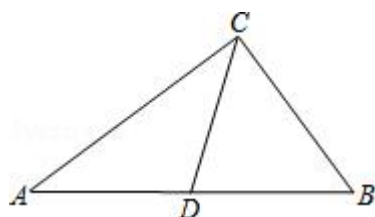
9. (4 分) 如果一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有两个不等实根，则实数 a 的取值范围是 _____.

10. (4 分) 函数 $y = \frac{2}{3-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 _____.

11. (4分) 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位所得抛物线的表达式是_____.
12. (4分) 如果反比例函数 $y = \frac{2k-1}{x}$ 的图象在每个象限内 y 随 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.
13. (4分) 在等腰梯形、正五边形、平行四边形、矩形这 4 种图形中, 任取一种图形, 这个图形是中心对称图形的概率是_____.
14. (4分) 为了解某区初三学生的课余生活情况, 调查小组在全区范围内随机抽取部分学生进行问卷调查. 问卷中请学生选择最喜欢的课余生活种类 (每人只选一类), 选项有音乐类、美术类、体育类及其他共四类, 调查后将数据绘制成扇形统计图 (如图). 如果该区有 6000 名初三学生, 请你估计该区最喜欢体育运动的初三学生约有_____名.



15. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, M 是边 BC 上的一点, $BM:CM = 1:2$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM} =$ _____.
16. (4分) 一公路大桥引桥长 100 米, 已知引桥的坡度 $i = 1:3$, 那么引桥的铅直高度为_____米 (结果保留根号).
17. (4分) 如果三角形有一边上的中线长恰好等于这边的长, 那么称这个三角形为“有趣三角形”, 这条中线称为“有趣中线”. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 较短的一条直角边边长为 1, 如果 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“有趣三角形”, 那么这个三角形“有趣中线”长等于_____.
18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 D 为 AB 的中点, 将 $\triangle ACD$ 绕着点 C 逆时针旋转, 使点 A 落在 CB 的延长线 A' 处, 点 D 落在点 D' 处, 则 $D'B$ 长为_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

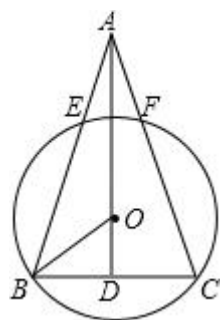
19. (10 分) 计算： $\sqrt{12} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - \frac{3}{\sqrt{3}} + |\sqrt{3} - 2|$

20. (10 分) 解方程： $\frac{2x+1}{x} - \frac{3x}{2x+1} = 2$.

21. (10 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = 8$ ， $\tan \angle ABC = 3$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， O 是 AD 上一点， $OD = 3$ ，以 OB 为半径的 $\odot O$ 分别交 AB 、 AC 于 E 、 F 。求：

(1) $\odot O$ 的半径；

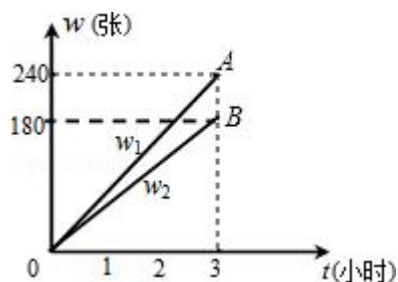
(2) BE 的长。



22. (10 分) 某市对火车站进行了大规模的改建，改建后的火车站除原有的普通售票窗口外，新增了自动打印车票的无人售票窗口。如图，线段 OA 和 OB 分别表示某日从上午 8 点到上午 11 点，每个普通售票窗口售出的车票数 w_1 (张) 和每个无人售票窗口售出的车票数 w_2 (张) 关于售票时间 t (小时) 的函数图象。

(1) 求 w_1 (张) 与 t (小时) 的函数解析式；

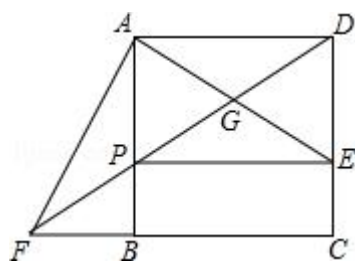
(2) 若当天开放无人售票窗口个数是普通售票窗口个数的 2 倍，从上午 8 点到上午 11 点，两种窗口共售出的车票数为 2400 张，求当天开放无人售票窗口的个数？



23. (12分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是边 CD 上一点, $AF \perp AE$ 交 CB 的延长线于点 F , 联结 DF , 分别交 AE 、 AB 于点 G 、 P .

(1) 求证: $AE = AF$;

(2) 若 $\angle BAF = \angle BFD$, 求证: 四边形 $APED$ 是矩形.

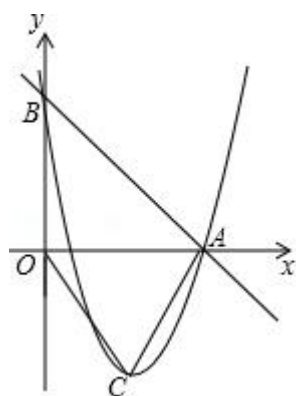


24. (12分) 如图, 在直角坐标平面内, 直线 $y = -x + 5$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 B , 且顶点为 C .

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 求 $\sin \angle OCA$ 的值;

(3) 若 P 是这个二次函数图象上位于 x 轴下方的一点, 且 $\triangle ABP$ 的面积为 10, 求点 P 的坐标.



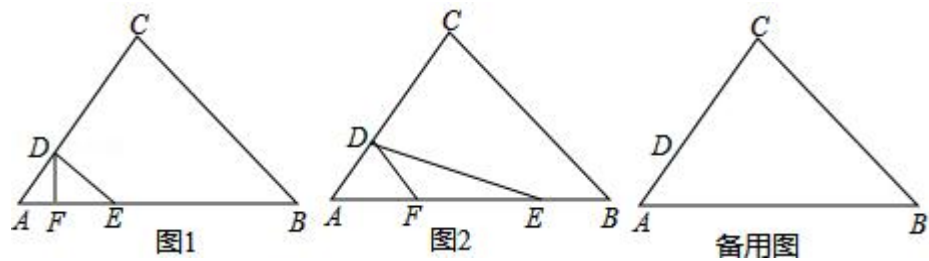
25. (14分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 25$, $AB = 35$, $\tan A = \frac{4}{3}$, 点 D 为边 AC 上一点,

且 $AD = 5$, 点 E 、 F 分别为边 AB 上的动点 (点 F 在点 E 的左边), 且 $\angle EDF = \angle A$. 设 $AE = x$, $AF = y$.

(1) 如图 1, 当 $DF \perp AB$ 时, 求 AE 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 、 F 在边 AB 上时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 联结 CE , 当 $\triangle DEC$ 和 $\triangle ADF$ 相似时, 求 x 的值.



2014 年上海市松江区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{9}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】把 B、C、D 选项化为最简二次根式，然后根据同类二次根式的定义判断即可.

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故本选项错误；

B、 $\sqrt{9}=3$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故本选项错误；

C、 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故本选项错误；

D、 $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，故本选项准确.

故选：D.

【点评】本题考查了同类二次根式的定义：化成最简二次根式后，被开方数相同，这样的二次根式叫做同类二次根式.

2.（4 分）下面计算正确的是（ ）

- A. $x^3+x^2=x^5$ B. $x^3 \cdot x^2=x^6$ C. $x^3-x^2=x$ D. $x^3 \div x^2=x$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；48：同底数幂的除法.

【分析】结合选项分别进行合并同类项、同底数幂的除法、同底数幂的乘法的运算，选出正确答案.

【解答】解：A、 x^3 和 x^2 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、 $x^3 \cdot x^2=x^5$ ，原式计算错误，故本选项错误；

C、 x^3 和 x^2 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

D、 $x^3 \div x^2=x$ ，原式计算正确，故本选项正确.

故选：D.

【点评】 本题考查了合并同类项、同底数幂的除法、同底数幂的乘法，掌握运算法则是解题的关键.

3. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



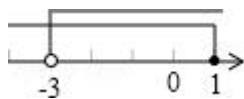
【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 本题应该先对不等式组进行化简, 然后在数轴上分别表示出 x 的取值范围, 它们相交的地方就是不等式组的解集.

【解答】 解: 原不等式可化为: $\begin{cases} x > -3 \\ x \leq 1 \end{cases}$

$\therefore$ 在数轴上可表示为:



故选: A.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 要注意 x 是否取得到, 若取得到则 x 在该点是实心的. 反之 x 在该点是空心的.

4. (4分) 已知一组数据 x_1, x_2, x_3 的平均数和方差分别为 6 和 2, 则数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的平均数和方差分别是 ()

A. 6 和 2 B. 6 和 3 C. 7 和 2 D. 7 和 3.

【考点】 W1: 算术平均数; W7: 方差.

【分析】 根据数据 x_1, x_2, x_3 的平均数和数据都加上一个数 (或减去一个数) 时, 平均数也加或减这个数即可求出平均数;

根据数据 x_1, x_2, x_3 的方差和数据都加上一个数 (或减去一个数) 时, 方差不变, 即可求出数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的方差.

【解答】 解: $\because$ 数据 x_1, x_2, x_3 的平均数是 6,

$\therefore$ 数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的平均数是 $6+1=7$;

$\because$ 数据 x_1, x_2, x_3 的方差是 2,

$\therefore$ 数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的方差是 2;

故选: C.

【点评】 此题考查了方差, 掌握数据都加上一个数 (或减去一个数) 时, 方差不变, 即数据的波动情况不变, 平均数也加或减这个数; 当乘以一个数时, 方差变成这个数的平方倍, 平均数也乘以这个数是本题的关键.

5. (4 分) 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是 ()

A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【考点】 KX: 三角形中位线定理; L9: 菱形的判定; LJ: 等腰梯形的性质.

【分析】 由 E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点, 得出 EF, EH 是中位线, 再得出四条边相等, 根据 “四条边都相等的四边形是菱形” 进行证明.

【解答】 解: $\because E, F, G, H$ 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点,

$$\therefore EF \parallel AC \text{ 且 } EF = \frac{1}{2}AC, EH \parallel BD \text{ 且 } EH = \frac{1}{2}BD,$$

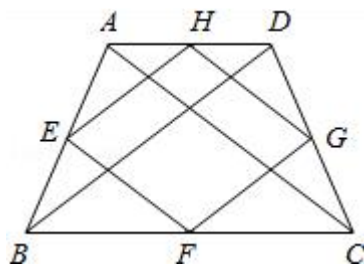
$$\because AC = BD,$$

$$\therefore EF = EH,$$

同理可得 $GF = HG = EF = EH$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为菱形,

故选: C.



【点评】 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法:

①定义;

②四边相等;

③对角线互相垂直平分.

6. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 13$, $BC = 10$, 如果以 A 为圆心 r 为半径的 $\odot A$ 和以 BC 为直径的 $\odot D$ 相交, 那么 r 的取值范围 ()

- A. $3 < r < 13$ B. $5 < r < 17$ C. $7 < r < 13$ D. $7 < r < 17$

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】首先利用勾股定理求得两圆的圆心距，然后利用两圆相交时两圆的圆心距和两圆的半径之间的关系求解．

【解答】解：由题意得： $BD = DC = 5$ ，

$$AB = AC = 13,$$

由勾股定理得： $AD = 12$ ，

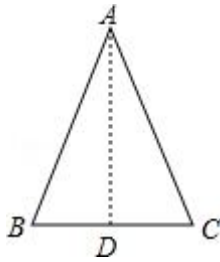
设 $\odot A$ 的半径为 r ，

根据两圆相交得：

$$r - 5 < 12 < r + 5,$$

解答： $7 < r < 17$ ，

故选：D．



【点评】本题考查了两圆的位置关系，解题的关键是正确的作出图形，难度不算很大．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）分解因式： $a^2 - 4 = \underline{(a+2)(a-2)}$ ．

【考点】54：因式分解 - 运用公式法．

【分析】有两项，都能写成完全平方数的形式，并且符号相反，可用平方差公式展开．

【解答】解： $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$ ．

【点评】本题主要考查平方差公式分解因式，熟记公式结构是解题的关键．

8.（4 分）方程 $\sqrt{2-x} = 1$ 的解为 $\underline{x=1}$ ．

【考点】AG：无理方程．

【分析】方程两边平方即可去掉绝对值符号，解方程求得 x 的值，然后把 x 的值

代入进行检验即可.

【解答】解: 方程两边平方, 得: $2 - x = 1$,

解得: $x = 1$.

经检验: $x = 1$ 是方程的解.

故答案是: $x = 1$.

【点评】本题考查了无理方程的解法, 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题用了平方法.

9. (4 分) 如果一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有两个不等实根, 则实数 a 的取值范围是 $a < 1$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 意义, 由题意得 $\Delta > 0$, 可得关于 a 的不等式 $2^2 - 4a > 0$, 解不等式可得答案.

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有两个不等实根,

$$\therefore \Delta = 2^2 - 4a > 0,$$

解得: $a < 1$,

故答案为: $a < 1$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

10. (4 分) 函数 $y = \frac{2}{3-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x \neq 3$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分式的意义的条件, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】解: 根据题意得: $3 - x \neq 0$,

解得: $x \neq 3$.

故答案是: $x \neq 3$.

【点评】本题考查了求函数自变量取值范围, 求函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

11. (4分) 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位所得抛物线的表达式是 $y = 2(x - 2)^2 + 1$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】直接根据二次函数图象平移的法则即可得出结论.

【解答】解: 根据“上加下减, 左加右减”的法则可知, 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位所得抛物线的表达式是 $y = 2(x - 2)^2 - 1 + 2$, 即 $y = 2(x - 2)^2 + 1$.

故答案为: $y = 2(x - 2)^2 + 1$.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减, 左加右减”的法则是解答此题的关键.

12. (4分) 如果反比例函数 $y = \frac{2k-1}{x}$ 的图象在每个象限内 y 随 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是 $k > \frac{1}{2}$.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】先根据反比例函数的性质得出关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2k-1}{x}$ 的图象在每个象限内 y 随 x 的增大而减小,

$\therefore 2k - 1 > 0$, 解得 $k > \frac{1}{2}$.

故答案为: $k > \frac{1}{2}$.

【点评】本题考查的是反比例函数的性质, 熟知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线; 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小是解答此题的关键.

13. (4分) 在等腰梯形、正五边形、平行四边形、矩形这 4 种图形中, 任取一种图形, 这个图形是中心对称图形的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】R5: 中心对称图形; X4: 概率公式.

【分析】首先找到其中的中心对称图形的个数, 再进一步根据概率的求法进行求解即可.

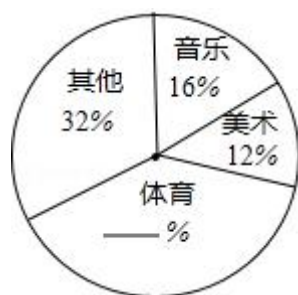
【解答】解: 根据中心对称图形的概念, 知平行四边形、矩形是中心对称图形;

所以现从中随机抽取一张，卡片上画的是中心对称图形的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$;

【点评】综合考查了中心对称图形的概念和概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (4分) 为了解某区初三学生的课余生活情况, 调查小组在全区范围内随机抽取部分学生进行问卷调查. 问卷中请学生选择最喜欢的课余生活种类 (每人只选一类), 选项有音乐类、美术类、体育类及其他共四类, 调查后将数据绘制成扇形统计图 (如图). 如果该区有 6000 名初三学生, 请你估计该区最喜欢体育运动的初三学生约有 2400 名.



【考点】V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

【分析】利用总人数 6000 乘以对应的百分比即可求解.

【解答】解: 最喜欢体育运动的初三学生是 $6000 \times (1 - 32\% - 16\% - 12\%) = 2400$ (名).

故答案是: 2400.

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

15. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, M 是边 BC 上的一点, $BM:CM = 1:2$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据三角形法则表示出 $\overrightarrow{BC}$, 再表示出 $\overrightarrow{BM}$, 然后根据三角形法则表示出 $\overrightarrow{AM}$

即可.

【解答】解: $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b},$

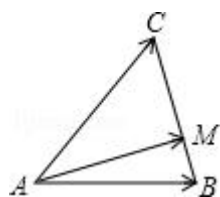
$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

$$\because BM: CM = 1: 2,$$

$$\therefore \overrightarrow{BM} = \frac{1}{1+2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3} (\vec{b} - \vec{a}),$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \vec{a} + \frac{1}{3} (\vec{b} - \vec{a}) = \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b} - \frac{1}{3} \vec{a} = \frac{2}{3} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}.$$

故答案为: $\frac{2}{3} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}.$



【点评】本题考查了平面向量, 平面向量的问题, 熟记平行四边形法则和三角形法则是解题的关键, 作出图形更形象直观.

16. (4分) 一公路大桥引桥长 100 米, 已知引桥的坡度 $i = 1: 3$, 那么引桥的铅直高度为 $10\sqrt{10}$ 米 (结果保留根号).

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】根据坡度的定义: 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 求解即可.

【解答】解: 由题意得, 桥长 $AB = 100$ 米,

$$\because BC: AC = 1: 3,$$

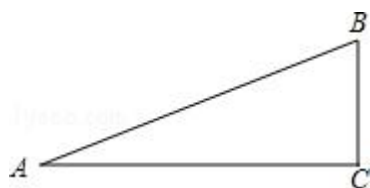
$$\therefore \text{设 } BC = x, AC = 3x,$$

$$\text{则 } AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{x^2 + (3x)^2},$$

$$\text{解得: } x = 10\sqrt{10},$$

即引桥的铅直高度为 $10\sqrt{10}$ 米.

故答案为: $10\sqrt{10}.$



【点评】 本题考查了坡度和坡角的知识，解答本题的关键是掌握坡度的定义：坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比.

17. (4 分) 如果三角形有一边上的中线长恰好等于这边的长，那么称这个三角形为“有趣三角形”，这条中线称为“有趣中线”. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，较短的一条直角边边长为 1，如果 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“有趣三角形”，那么这个三角形“有趣中线”长等于 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【考点】 KQ：勾股定理.

【专题】 23：新定义.

【分析】 “有趣中线” 分别三种情况，两个直角边跟斜边，而直角三角形的斜边的中点到三顶点距离相等，不符合；两个直角边，有一种情况有趣中线为 1. 但是不符合较短的一条直角边边长为 1，只能为另一条直角边上的中线，利用勾股定理求出即可.

【解答】 解：“有趣中线” 有三种情况：

若“有趣中线” 为斜边 AC 上的中线，直角三角形的斜边的中点到三顶点距离相等，不合题意；

若“有趣中线” 为 AB 边上的中线，则“有趣中线” 为 1，不符合题意；

若“有趣中线” 为另一直角边 BC 上的中线，如图所示， $AB = 1$ ，

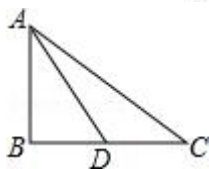
设 $AD = 2x$ ，则 $BD = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，根据勾股定理得： $AD^2 = AB^2 + BD^2$ ，即 $(2x)^2 = 1^2 + x^2$ ，

解得： $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

则这个三角形“有趣中线” 长等于 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

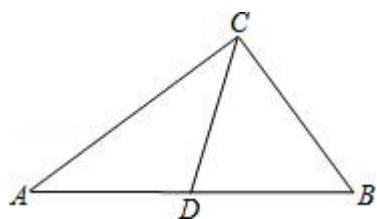
故答案为： $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.



【点评】 此题考查了勾股定理，以及新定义，熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

18. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，点 D 为 AB 的中点，将 $\triangle ACD$ 绕着点 C 逆时针旋转，使点 A 落在 CB 的延长线 A' 处，

点 D 落在点 D' 处，则 $D'B$ 长为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 。



【考点】R2：旋转的性质。

【分析】由题意画出图形，过 D' 作 $D'E \perp BC$ ，根据勾股定理可求出 $D'E$ 的长，根据 BC 的长 $= 3$ ，可求出 BE 的长，再利用勾股定理即可求出 $D'B$ 的长。

【解答】解：∵ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore AB = 5,$$

∵ 点 D 为 AB 的中点，

$$\therefore CD = AD = BD = \frac{1}{2}AB = 2.5,$$

过 D' 作 $D'E \perp BC$ ，

∵ 将 $\triangle ACD$ 绕着点 C 逆时针旋转，使点 A 落在 CB 的延长线 A' 处，点 D 落在点 D' 处，

$$\therefore CD' = AD = A'D',$$

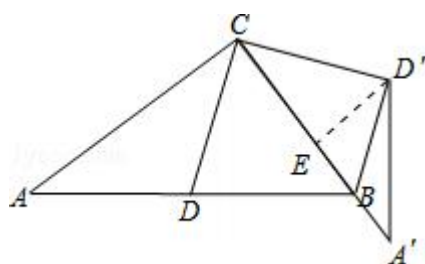
$$\therefore D'E = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5,$$

$$\therefore A'E = CE = 2, \quad BC = 3,$$

$$\therefore BE = 1,$$

$$\therefore BD' = \sqrt{D'E^2 + BE^2} = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

故答案为： $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 。



【点评】本题考查了勾股定理的运用、直角三角形斜边上的中线的性质、旋转的性质、等腰三角形的性质，题目的综合性较强，正确的画出旋转后的图形是

解题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\sqrt{12} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - \frac{3}{\sqrt{3}} + |\sqrt{3} - 2|$

【考点】6F: 负整数指数幂; 79: 二次根式的混合运算.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据负整数指数幂的意义和绝对值意义得到原式 $= 2\sqrt{3} - 4 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$, 然后合并即可.

【解答】解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 4 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$

$$= -2.$$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 也考查了负整数指数幂.

20. (10 分) 解方程: $\frac{2x+1}{x} - \frac{3x}{2x+1} = 2$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】设 $\frac{2x+1}{x} = y$, 得到关于 y 的方程, 求出方程的解得到 y 的值, 确定出 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 设 $\frac{2x+1}{x} = y$,

原方程化为 $y^2 - \frac{3}{y} = 2$, 即 $y^2 - 2y - 3 = 0$,

解得 $y_1 = 3$, $y_2 = -1$,

当 $\frac{2x+1}{x} = 3$ 时, 解得: $x = 1$;

当 $\frac{2x+1}{x} = -1$ 时, 解得: $x = -\frac{1}{3}$,

经检验 $x = 1$, $x = -\frac{1}{3}$ 都是原方程的根,

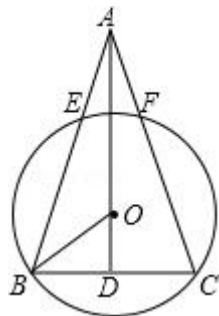
则原方程的根为 $x = 1$, $x = -\frac{1}{3}$.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 8$, $\tan \angle ABC = 3$, $AD \perp BC$ 于 D , O 是 AD 上一点, $OD = 3$, 以 OB 为半径的 $\odot O$ 分别交 AB 、 AC 于 E 、 F . 求:

(1) $\odot O$ 的半径;

(2) BE 的长.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; M2: 垂径定理; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 根据等腰三角形性质求出 BD , 根据勾股定理求出 OB 即可;

(2) 根据垂径定理得出 $BH = HE$, 证三角形 AHO 和三角形 ADB 相似, 得出比例式, 求出 AH , 求出 AB , 求出 BH 即可.

【解答】 解: (1) $\because AB = AC$, $AD \perp BC$, $BC = 8$,

$$\therefore BD = CD = 4,$$

在 $RT\triangle BOD$ 中 $\because OD = 3$,

$\therefore$ 由勾股定理得: $OB = 5$;

(2) 过 O 点作 $OH \perp AB$, 交 AB 于 H ,

又 $\because OH$ 过圆心 O ,

$$\therefore BH = EH,$$

$$\because \text{在 } RT\triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = 3,$$

$$\therefore AD = 12, \text{ 由勾股定理得: } AB = 4\sqrt{10},$$

$$\because OD = 3,$$

$$\therefore AO = 9,$$

$$\because \angle OAH = \angle BAD, \angle OHA = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle AOH \sim \triangle ABD,$$

22. (10 分) 某市对火车站进行了大规模的改建, 改建后的火车站除原有的普通售票窗口外, 新增了自动打印车票的无人售票窗口. 如图, 线段 OA 和 OB 分别表示某日从上午 8 点到上午 11 点, 每个普通售票窗口售出的车票数 w_1 (张) 和每个无人售票窗口售出的车票数 w_2 (张) 关于售票时间 t (小时) 的函数图象.

-

第 18 页 (共 25 页)

【分析】(1) 直接利用待定系数法求一次函数解析式得出即可；

(2) 利用设当天开放无人售票窗口 x 个，普通售票窗口 $\frac{1}{2}x$ 个，两种窗口共售出的车票数为 2400 张得出等式求出即可．

【解答】解：(1) 设 $w_1 = kt$ ($k \neq 0$)，

把 $t = 3$ ， $w = 240$ 代入解得： $k = 80$ ，

所以 $w_1 = 80t$ ；

(2) 设当天开放无人售票窗口 x 个，普通售票窗口 $\frac{1}{2}x$ 个，

由题意得 $240 \times \frac{1}{2}x + 180x = 2400$ ，

解得 $x = 8$ ．

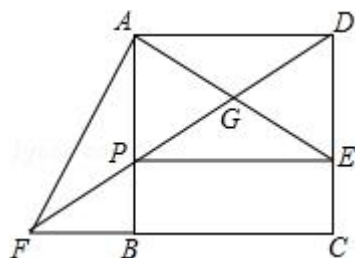
答：当天开放无人售票窗口 8 个．

【点评】此题主要考查了一次函数的应用以及一元一次方程的应用等知识，表示出两种窗口共售出的车票数进而得出正确等量关系是解题关键．

23. (12 分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是边 CD 上一点， $AF \perp AE$ 交 CB 的延长线于点 F ，联结 DF ，分别交 AE 、 AB 于点 G 、 P ．

(1) 求证： $AE = AF$ ；

(2) 若 $\angle BAF = \angle BFD$ ，求证：四边形 $APED$ 是矩形．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；LC：矩形的判定；LE：正方形的性质．

【专题】14：证明题．

【分析】(1) 若要证明 $AE = AF$ ，则可证明以上两条线段所在的三角形全等即可；

(2) 利用正方形的性质以及垂直定义得出 $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5$ ，进而利用全等三角形的判定与性质得出 $AP = DE$ ，进而利用平行四边形的判定以及矩形的判定得出即可．

【解答】证明：（1） $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle ADE = \angle ABC = \angle DAB = 90^\circ, \quad AD = AB, \quad AD \parallel BC, \quad AB \parallel CD,$$

$$\because AF \perp AE,$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle BAF \\ AD = AB \\ \angle ADE = \angle ABF = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABF \quad (ASA),$$

$$\therefore AF = AE;$$

$$(2) \because AF \perp AE,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because AD \parallel FC,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\because \angle 1 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DAP$ 中，

$$\begin{cases} \angle 3 = \angle 4 \\ AD = AD \\ \angle ADE = \angle DAP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DAP \quad (ASA),$$

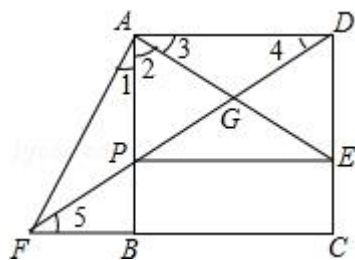
$$\therefore AP = DE,$$

又 $\because AP \parallel DE$,

$\therefore$ 四边形 $APED$ 是平行四边形，

$$\because \angle PAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $APED$ 是矩形．



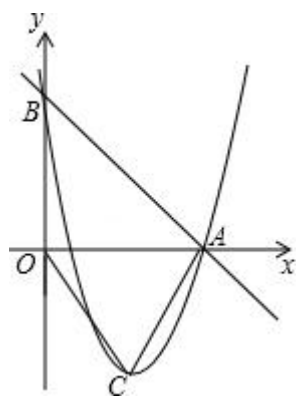
【点评】此题主要考查了平行四边形的判定和矩形的判定以及正方形的性质等知识，根据已知得出 $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5$ 是解题关键．

24. (12分) 如图，在直角坐标平面内，直线 $y = -x + 5$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A 、 B 两点，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 B ，且顶点为 C ．

(1) 求这个二次函数的解析式；

(2) 求 $\sin \angle OCA$ 的值；

(3) 若 P 是这个二次函数图象上位于 x 轴下方的一点，且 $\triangle ABP$ 的面积为10，求点 P 的坐标．



【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】(1) 根据直线方程求得点 A 、 B 的坐标；然后把点 A 、 B 的坐标代入二次函数解析式，通过方程组来求系数 b 、 c 的值；

(2) 如图，过点 C 作 $CH \perp x$ 轴交 x 轴于点 H ，构建等腰 $\triangle AOC$ ．则 $\angle OAC = \angle OCA$ ，故 $\sin \angle OCA = \sin \angle OAC = \frac{CH}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ；

(3) 如图，过 P 点作 $PQ \perp x$ 轴并延长交直线 $y = -x + 5$ 于 Q ．设点 $P(m, m^2 - 6m + 5)$ ， $Q(m, -m + 5)$ ，则 $PQ = -m + 5 - (m^2 - 6m + 5) = -m^2 + 5m$ ．由 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle PQB} + S_{\triangle PQA}$ 得到： $10 = \frac{1}{2}(-m^2 + 5m) \times 5$ ，则易求 m 的值．注意点 P 位于第四象限．

【解答】解：(1) 由直线 $y = -x + 5$ 得点 $B(0, 5)$ ， $A(5, 0)$ ，

将 A 、 B 两点的坐标代入 $y = x^2 + bx + c$, 得

$$\begin{cases} c=5 \\ 25+5b+c=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} b=-6 \\ c=5 \end{cases},$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 6x + 5$;

(2) 如图, 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴交 x 轴于点 H .

由 (1) 知, 抛物线的解析式为: $y = x^2 - 6x + 5$, 则配方 得 $y = (x - 3)^2 - 4$,

$\therefore$ 点 $C(3, -4)$,

$\therefore CH = 4, AH = 2, AC = 2\sqrt{5}$,

$\therefore OC = 5$.

$\therefore OA = 5$,

$\therefore OA = OC$,

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$,

$\therefore \sin \angle OCA = \sin \angle OAC = \frac{CH}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$;

(3) 如图, 过 P 点作 $PQ \perp x$ 轴并延长交直线 $y = -x + 5$ 于 Q .

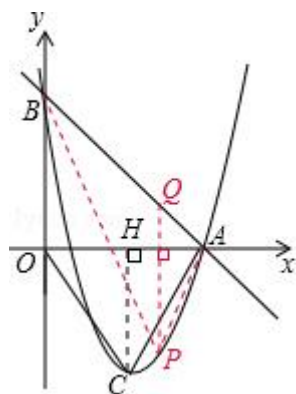
设点 $P(m, m^2 - 6m + 5)$, $Q(m, -m + 5)$, 则 $PQ = -m + 5 - (m^2 - 6m + 5) = -m^2 + 5m$.

$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle PQB} + S_{\triangle PQA} = \frac{1}{2}PQ \cdot OA$,

$\therefore 10 = \frac{1}{2}(-m^2 + 5m) \times 5$,

$\therefore m_1 = 1, m_2 = 4$,

$\therefore P(1, 0)$ (舍去), $P(4, -3)$.



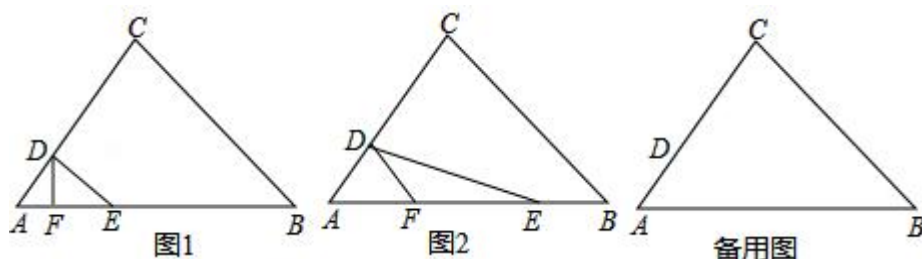
【点评】本题综合考查了待定系数法求二次函数解析式, 抛物线方程的三种形式, 以及三角形面积的求法. 解答(3)题时, 要注意点 P 的位置. 需要舍去位于 x 轴上的 $P(1, 0)$.

25. (14分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 25$, $AB = 35$, $\tan A = \frac{4}{3}$, 点 D 为边 AC 上一点, 且 $AD = 5$, 点 E 、 F 分别为边 AB 上的动点 (点 F 在点 E 的左边), 且 $\angle EDF = \angle A$. 设 $AE = x$, $AF = y$.

(1) 如图 1, 当 $DF \perp AB$ 时, 求 AE 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 、 F 在边 AB 上时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 联结 CE , 当 $\triangle DEC$ 和 $\triangle ADF$ 相似时, 求 x 的值.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 先根据 $DF \perp AB$, $\angle EDF = \angle A$, 得出 $\angle ADE = 90^\circ$, 再根据 $AD = 5$, $\tan A = \frac{4}{3}$, 即可求出 AE ;

(2) 过点 D 作 $DG \perp AB$, 交 AB 于 G , 先证出 $\triangle EDF \sim \triangle EAD$, 得出 $ED^2 = AE \cdot EF$, 再求出 DG 、 AG , 最后根据 $EG = x - 3$, $DE^2 = 4^2 + (x - 3)^2$ 得出 $4^2 + (x - 3)^2 = x \cdot (x - y)$,

再进行整理即可;

(3) 先证出 $\angle AFD = \angle EDC$, 再分两种情况讨论: ①当 $\angle A = \angle CED$ 时, 得出 $\frac{AD}{AC}$

$$= \frac{AF}{AE}, \frac{5}{25} = \frac{y}{x}, \text{ 再把 } y = 6 - \frac{25}{x} \text{ 代入得出 } 5(6 - \frac{25}{x}) = x, \text{ 再解方程即可;}$$

②当 $\angle A = \angle DCE$ 时, 根据 $\triangle ECD \sim \triangle DAF$ 得出 $\frac{CD}{AF} = \frac{CE}{AD}, \frac{20}{y} = \frac{x}{5}$, 再把 $y = 6$

$$- \frac{25}{x} \text{ 代入得出 } 5(6 - \frac{25}{x}) = x, \text{ 求出方程的解即可.}$$

【解答】 解: (1) $\because DF \perp AB$,

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ADF = 90^\circ$$

$$\because \angle EDF = \angle A,$$

$$\therefore \angle EDF + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \angle ADE = 90^\circ, AD = 5, \tan A = \frac{4}{3},$$

$$\therefore DE = \frac{20}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{25}{3},$$

(2) 过点 D 作 $DG \perp AB$, 交 AB 于 G ,

$$\because \angle EDF = \angle EAD, \angle DEF = \angle AED,$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle EAD,$$

$$\therefore \frac{ED}{EF} = \frac{AE}{ED},$$

$$\therefore ED^2 = AE \cdot EF,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AGD \text{ 中, } \angle AGD = 90^\circ, AD = 5, \tan A = \frac{4}{3},$$

$$\therefore DG = 4, AG = 3,$$

$$\therefore EG = x - 3,$$

$$\therefore DE^2 = 4^2 + (x - 3)^2,$$

$$\therefore 4^2 + (x - 3)^2 = x \cdot (x - y),$$

$$\therefore y = 6 - \frac{25}{x} \quad (\frac{25}{6} \leq x \leq 35);$$

(3) $\because \angle A + \angle AFD = \angle EDF + \angle EDC$, 且 $\angle EDF = \angle A$,

$$\therefore \angle AFD = \angle EDC,$$

①当 $\angle A = \angle CED$ 时,

$$\because \angle EDF = \angle A,$$

又 $\because \angle CED = \angle FDE$,

$$\therefore DF \parallel CE$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AE},$$

$$\therefore \frac{5}{25} = \frac{y}{x},$$

$$\because y = 6 - \frac{25}{x},$$

$$\therefore 5 \left(6 - \frac{25}{x} \right) = x,$$

$$x_1 = 25, x_2 = 5;$$

②当 $\angle A = \angle DCE$ 时,

$$\because \angle EDF = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ECD \sim \triangle DAF$$

$$\therefore \frac{CD}{AF} = \frac{CE}{AD},$$

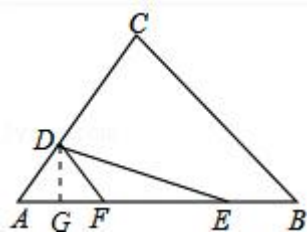
$$\therefore \frac{20}{y} = \frac{x}{5},$$

$$\because y = 6 - \frac{25}{x},$$

$$\therefore 5 \left(6 - \frac{25}{x} \right) = x,$$

$$\therefore x = \frac{125}{6},$$

$\therefore$ 当 $\triangle DEC$ 和 $\triangle ADF$ 相似时, $x = 25$ 或 $x = 5$ 或 $x = \frac{125}{6}$.



【点评】此题考查了相似形的综合,用到的知识点是相似三角形的判定与性质、勾股定理、锐角三角函数,关键是根据题意作出辅助线,构造相似三角形.