

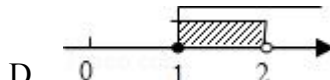
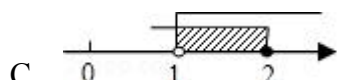
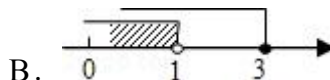
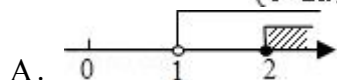
2014 年上海市宝山区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) -2 是 2 的 ()

- A. 相反数 B. 倒数 C. 绝对值 D. 算术平方根

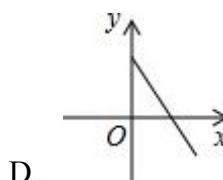
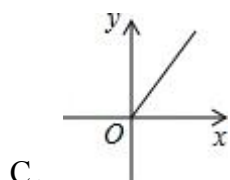
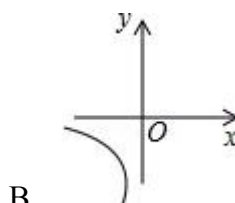
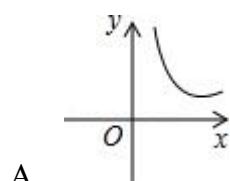
2. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 5 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases}$ 的解在数轴上表示为 ()



3. (4 分) 某运动队为了选拔“神枪手”，举行射击比赛，最后由甲、乙两名选手进入决赛，在相同条件下，两人各射靶 10 次，经过统计计算，甲、乙两名选手的总成绩都是 99.6 环，甲的方差是 0.27，乙的方差是 0.18，则下列说法中，正确的是 ()

- A. 甲的成绩比乙的成绩稳定
B. 乙的成绩比甲的成绩稳定
C. 甲、乙两人成绩一样稳定
D. 无法确定谁的成绩更稳定

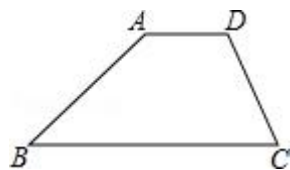
4. (4 分) 已知矩形的面积为 20，则如图给出的四个图象中，能大致呈现矩形的长 y 与宽 x 之间的函数关系的是 ()



5. (4 分) 如果要证明平行四边形 $ABCD$ 为正方形，那么我们需要在四边形 $ABCD$ 是平行四边形的基础上，进一步证明 ()

- A. $AB = AD$ 且 $AC \perp BD$ B. $AB = AD$ 且 $AC = BD$
C. $\angle A = \angle B$ 且 $AC = BD$ D. AC 和 BD 互相垂直平分

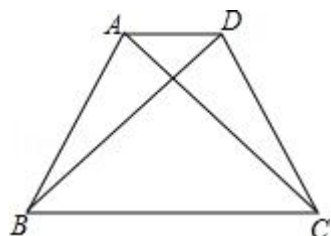
6. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = 6$, $BC = 9$, $CD = 4$, $DA = 3$, 则分别以 AB 、 CD 为直径的 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 的位置关系是 ()



- A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 外离

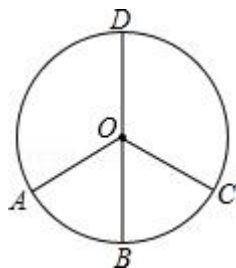
二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 计算 $x(x-1)$ 的结果是_____.
8. (4分) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值等于_____.
9. (4分) 一元二次方程 $x^2 = x$ 的解为_____.
10. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + (2k+1)x + 2 - k^2 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.
11. (4分) 方程 $(x+3)\sqrt{x-2} = 0$ 的解是_____.
12. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象在第二、四象限内, 那么常数 k 的取值范围是_____.
13. (4分) 合作交流是学习教学的重要方式之一, 某校九年级每个班合作学习小组的个数分别是: 8, 7, 7, 8, 9, 7, 这组数据的众数是_____.
14. (4分) 定义: 百位、十位、个位上的数字从左到右依次增大的三位数为“渐进数”, 如 589 就是一个“渐进数”. 如果由数字 3, 5, 6 组成的三位数中随机抽取一个三位数, 那么这个数是“渐进数”的概率是_____.
15. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, $AB = CD$. 如果 $AD = 2$, $BD = 3\sqrt{2}$, $\angle DBC = 45^\circ$, 那么梯形 $ABCD$ 的面积为_____.

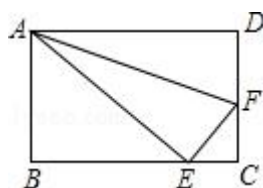


16. (4分) 化简: $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}) =$ _____.
17. (4分) 如图, 已知 BD 是 $\odot O$ 的直径, 点 A 、 C 在 $\odot O$ 上, $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, $\angle AOB$

$= 60^\circ$ ，则 $\angle COD$ 的度数是_____度.



18. (4分) 如图, E 为矩形 $ABCD$ 边 BC 上自 B 向 C 移动的一个动点, $EF \perp AE$ 交 CD 边于 F , 联结 AF , 当 $\triangle ABE$ 的面积恰好为 $\triangle ECF$ 和 $\triangle FDA$ 的面积之和时, 量得 $AE = 2$, $EF = 1$, 那么矩形 $ABCD$ 的面积为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

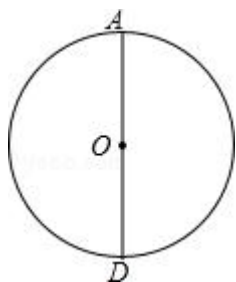
19. (10分) 计算: $\sqrt{12} - (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} - \tan 60^\circ$.

20. (14分) 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 & \text{①} \\ x^2 + 2xy + y^2 = 1 & \text{②} \end{cases}$$

21. (8分) 在学习圆与正多边形时, 马露、高静两位同学设计了一个画圆内接正三角形的方法:

- (1) 如图, 作直径 AD ;
- (2) 作半径 OD 的垂直平分线, 交 $\odot O$ 于 B, C 两点;
- (3) 联结 AB, AC, BC , 那么 $\triangle ABC$ 为所求的三角形.

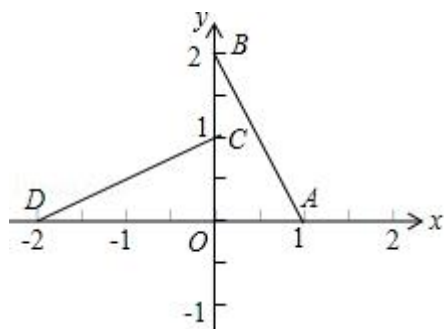
请你判断两位同学的作法是否正确, 如果正确, 请你按照两位同学设计的画法, 画出 $\triangle ABC$, 然后给出 $\triangle ABC$ 是等边三角形的证明过程; 如果不正确, 请说明理由.



22. (10分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 2)$.

(1) 求直线 AB 的表达式和线段 AB 的长;

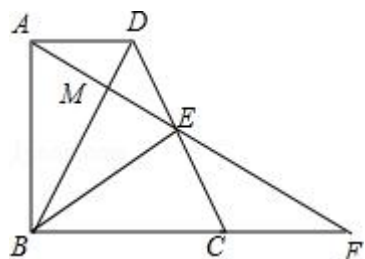
(2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后, 点 A 落到点 C 处, 点 B 落到点 D 处, 求线段 AB 上横坐标为 a 的点 E 在线段 CD 上的对应点 F 的坐标 (用含 a 的代数式表示).



23. (10分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, E 为 CD 的中点, 联结 AE 并延长交 BC 的延长线于 F ;

(1) 联结 BE , 求证: $BE = EF$.

(2) 联结 BD 交 AE 于 M , 当 $AD = 1$, $AB = 2$, $AM = EM$ 时, 求 CD 的长.

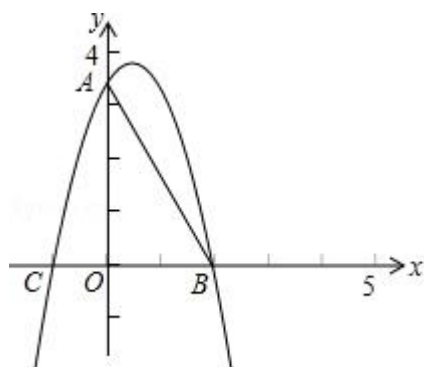


24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ (m 、 n 为常数) 和 y 轴交于 $A(0, 2\sqrt{3})$ 、和 x 轴交于 B 、 C 两点 (点 C 在点 B 的左侧), 且 $\tan \angle ABC = \sqrt{3}$, 如果将抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 沿 x 轴向右平移四个单位, 点 B 的对应点记为 E .

(1) 求抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 的对称轴及其解析式;

(2) 连接 AE , 记平移后的抛物线的对称轴与 AE 的交点为 D , 求点 D 的坐标;

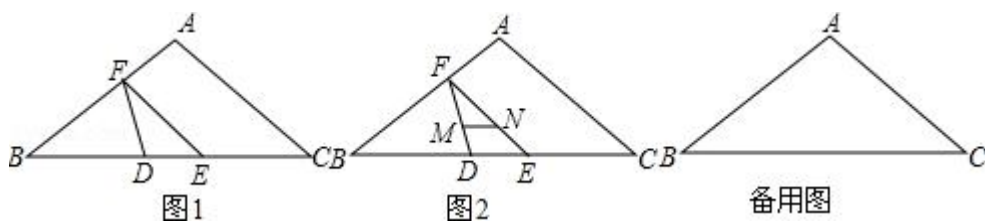
(3) 如果点 F 在 x 轴上, 且 $\triangle ABD$ 与 $\triangle EFD$ 相似, 求 EF 的长.



25. (14分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $\cos B = \frac{4}{5}$ (如图1), D 、 E 为线段 BC

上的两个动点, 且 $DE = 3$ (E 在 D 右边), 运动初始时 D 和 B 重合, 运动至 E 和 C 重合时运动终止. 过 E 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于 F , 联结 DF .

- (1) 若设 $BD = x$, $EF = y$, 求 y 关于 x 的函数, 并求其定义域;
- (2) 如果 $\triangle BDF$ 为直角三角形, 求 $\triangle BDF$ 的面积;
- (3) 如果 MN 过 $\triangle DEF$ 的重心, 且 $MN \parallel BC$ 分别交 FD 、 FE 于 M 、 N (如图2). 求整个运动过程中线段 MN 扫过的区域的形状和面积 (直接写出答案).



2014 年上海市宝山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分） -2 是 2 的（ ）

- A. 相反数 B. 倒数 C. 绝对值 D. 算术平方根

【考点】14：相反数.

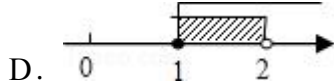
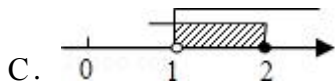
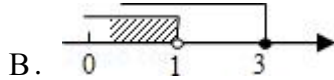
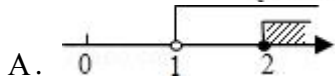
【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数可直接得到答案.

【解答】解： -2 是 2 的相反数，

故选：A.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的概念.

2.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 5 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases}$ 的解在数轴上表示为（ ）



【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】先解每一个不等式，再根据结果判断数轴表示的正确方法.

【解答】解：由不等式①，得 $3x > 5 - 2$ ，解得 $x > 1$ ，

由不等式②，得 $-2x \geq 1 - 5$ ，解得 $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 数轴表示的正确方法为 C.

故选：C.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法及其数轴表示法. 把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

3.（4 分）某运动队为了选拔“神枪手”，举行射击比赛，最后由甲、乙两名选

手进入决赛，在相同条件下，两人各射靶 10 次，经过统计计算，甲、乙两名选手的总成绩都是 99.6 环，甲的方差是 0.27，乙的方差是 0.18，则下列说法中，正确的是（ ）

- A. 甲的成绩比乙的成绩稳定
- B. 乙的成绩比甲的成绩稳定
- C. 甲、乙两人成绩一样稳定
- D. 无法确定谁的成绩更稳定

【考点】W7：方差．

【分析】根据方差的意义可作出判断．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

【解答】解：∵甲的方差是 0.27，乙的方差是 0.18，

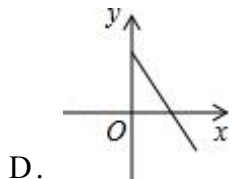
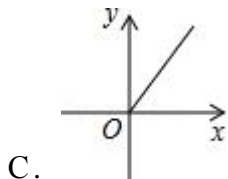
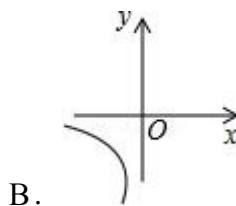
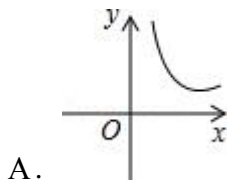
$$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2,$$

∴乙的成绩比甲的成绩稳定；

故选：B．

【点评】本题考查方差的意义，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

4. (4 分) 已知矩形的面积为 20，则如图给出的四个图象中，能大致呈现矩形的长 y 与宽 x 之间的函数关系的是（ ）



【考点】G2：反比例函数的图象；GA：反比例函数的应用．

【分析】根据题意有： $xy = 20$ ；故 y 与 x 之间的函数图象为反比例函数，且根据

x 、 y 实际意义 x 、 y 应 > 0 ，其图象在第一象限；故答案为 A 。

【解答】解：∵ 根据题意 $xy = 20$ ，

$$\therefore y = \frac{20}{x} \quad (x > 0, y > 0).$$

故选： A 。

【点评】本题考查了反比例函数的应用，现实生活中存在大量成反比例函数的两个变量，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用实际意义确定其所在的象限。

5. (4 分) 如果要证明平行四边形 $ABCD$ 为正方形，那么我们需要在四边形 $ABCD$ 是平行四边形的基础上，进一步证明 ()

A. $AB = AD$ 且 $AC \perp BD$

B. $AB = AD$ 且 $AC = BD$

C. $\angle A = \angle B$ 且 $AC = BD$

D. AC 和 BD 互相垂直平分

【考点】LF：正方形的判定。

【分析】根据正方形的判定对各个选项进行分析从而得到最后的答案。

【解答】解： A 、根据有一组邻边相等的平行四边形是菱形，或者对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以不能判断平行四边形 $ABCD$ 是正方形；

B 、根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形，对角线相等的平行四边形为矩形，所以能判断四边形 $ABCD$ 是正方形；

C 、一组邻角相等的平行四边形是矩形，对角线相等的平行四边形也是矩形，即只能证明四边形 $ABCD$ 是矩形，不能判断四边形 $ABCD$ 是正方形；

D 、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，对角线互相平分的四边形是平行四边形，所以不能判断四边形 $ABCD$ 是正方形。

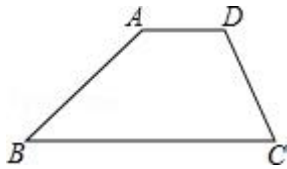
故选： B 。

【点评】本题是考查正方形的判别方法，判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念，途经有两种：

①先说明它是矩形，再说明有一组邻边相等；

②先说明它是菱形，再说明它有一个角为直角。

6. (4 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = 6$ ， $BC = 9$ ， $CD = 4$ ， $DA = 3$ ，则分别以 AB 、 CD 为直径的 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 的位置关系是 ()



- A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 外离

【考点】LH：梯形；MJ：圆与圆的位置关系．

【专题】11：计算题．

【分析】， P 为 AB 的中点， Q 为 CD 的中点，根据梯形的中位线性质得 $PQ = 6$ ，而两圆半径 $AP = \frac{1}{2}AB = 3$ ， $DQ = \frac{1}{2}CD = 2$ ，则 $PQ > AP + DQ$ ，然后根据圆与圆的位置关系的判定方法进行判断．

【解答】解：如图， P 为 AB 的中点， Q 为 CD 的中点，

$\therefore PQ$ 为梯形 $ABCD$ 的中位线，

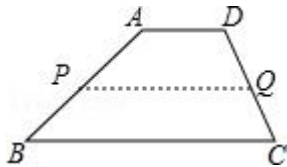
$$\therefore PQ = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(3 + 9) = 6,$$

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AB = 3, DQ = \frac{1}{2}CD = 2,$$

$$\therefore PQ > AP + DQ,$$

$\therefore$ 以 AB 、 CD 为直径的 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 外离．

故选：D．



【点评】本题考查了圆与圆的位置关系：设两圆的圆心距为 d 、两圆半径分别为 R 、 r ：两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R + r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r$ ($R > r$)．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算 $x(x - 1)$ 的结果是 $x^2 - x$ ．

【考点】4A：单项式乘多项式．

【分析】根据单项式与多项式相乘，先用单项式乘多项式的每一项，再把所得的积相加计算即可．

【解答】解： $x(x - 1)$

$$= x \cdot x - x \cdot 1$$

$$= x^2 - x.$$

故答案为 $x^2 - x$.

【点评】 本题考查了单项式与多项式相乘，熟练掌握运算法则是解题的关键，计算时要注意符号的处理.

8. (4分) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值等于 1.

【考点】 63: 分式的值为零的条件.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据分式的值为零的条件可以求出 x 的值.

【解答】 解：由分式的值为零的条件得 $x^2 - 1 = 0$ ， $x+1 \neq 0$ ，

由 $x^2 - 1 = 0$ ，得 $x = -1$ 或 $x = 1$ ，

由 $x+1 \neq 0$ ，得 $x \neq -1$ ，

$$\therefore x = 1,$$

故答案为 1.

【点评】 若分式的值为零，需同时具备两个条件：(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0. 这两个条件缺一不可.

9. (4分) 一元二次方程 $x^2 = x$ 的解为 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 1$.

【考点】 A8: 解一元二次方程 - 因式分解法.

【分析】 首先把 x 移项，再把方程的左面分解因式，即可得到答案.

【解答】 解： $x^2 = x$ ，

移项得： $x^2 - x = 0$ ，

$$\therefore x(x-1) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } x - 1 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = 1.$$

故答案为： $x_1 = 0$ ， $x_2 = 1$.

【点评】 此题主要考查了因式分解法解一元二次方程，关键是把方程的右面变为 0.

10. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + (2k+1)x + 2 - k^2 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是 $k \geq -\frac{9}{4}$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 由于已知方程有实数根，则 $\Delta \geq 0$ ，由此可以建立关于 k 的不等式，解不等式就可以求出 k 的取值范围.

【解答】 解：由题意知 $\Delta = (2k+1)^2 + 4(2-k^2) = 4k+9 \geq 0$ ， $\therefore k \geq -\frac{9}{4}$.

【点评】 总结一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

11. (4分) 方程 $(x+3)\sqrt{x-2}=0$ 的解是 $x=2$.

【考点】 AG：无理方程.

【分析】 因为 $(x+3)\sqrt{x-2}=0$ 可以得出 $x+3=0$ ， $x-2=0$ 且 $x-2 \geq 0$ ，由此求得原方程的解即可.

【解答】 解： $\because (x+3)\sqrt{x-2}=0$,

$\therefore x+3=0$ ， $x-2=0$ 且 $x-2 \geq 0$,

解得 $x=-3$ ， $x=2$ 且 $x \geq 2$,

$\therefore x=2$.

故答案为： $x=2$.

【点评】 此题考查解无理方程，注意被开方数必须大于或等于 0，求此类方程的解必须满足这一条件.

12. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么常数 k 的取值范围是 $k < -1$.

【考点】 G4：反比例函数的性质.

【分析】 先根据函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象分别位于第二、四象限列出关于 k 的不等式，求出 m 的取值范围即可.

【解答】 解： $\because$ 函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象分别位于第二、四象限，

$\therefore k+1 < 0$ ，解得 $k < -1$

故答案为： $k < -1$.

【点评】 本题考查的是反比例函数的性质，熟知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中，

当 $k < 0$ 时，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的

增大而增大是解答此题的关键.

13. (4分) 合作交流是学习教学的重要方式之一, 某校九年级每个班合作学习小组的个数分别是: 8, 7, 7, 8, 9, 7, 这组数据的众数是 7.

【考点】W5: 众数.

【分析】根据众数的定义找出出现次数最多的数即可.

【解答】解: $\because 7$ 出现了 3 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数是 7.

故答案为: 7.

【点评】此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 注意众数不止一个.

14. (4分) 定义: 百位、十位、个位上的数字从左到右依次增大的三位数为“渐进数”, 如 589 就是一个“渐进数”. 如果由数字 3, 5, 6 组成的三位数中随机抽取一个三位数, 那么这个数是“渐进数”的概率是 $\frac{1}{6}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】由由数字 3, 5, 6 组成的三位数有: 356, 365, 536, 563, 635, 653, 其中是“渐进数”的是 356, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

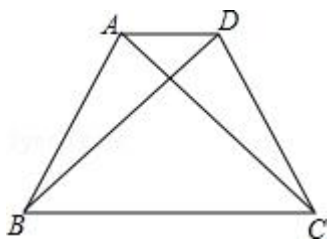
【解答】解: $\because$ 由数字 3, 5, 6 组成的三位数有: 356, 365, 536, 563, 635, 653, 其中是“渐进数”的是 356,

$\therefore$ 这个数是“渐进数”的概率是: $\frac{1}{6}$.

故答案为: $\frac{1}{6}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, $AB = CD$. 如果 $AD = 2$, $BD = 3\sqrt{2}$, $\angle DBC = 45^\circ$, 那么梯形 $ABCD$ 的面积为 9.



【考点】LH：梯形．

【分析】首先延长 BC ，过 D 作 $DE \parallel AC$ ，证明四边形 $ADEC$ 是平行四边形，进而得到 $DE = DB = 3\sqrt{2}$ ， $AC = DE$ ，然后再证明 $\angle BDE = 90^\circ$ ，再根据 $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle DEB}$ 计算出答案即可．

【解答】解：延长 BC ，过 D 作 $DE \parallel AC$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADEC$ 是平行四边形，

$\therefore DE = DB = 3\sqrt{2}$ ， $AC = DE$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是梯形， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore AC = BD$ ，

$\therefore BD = DE$ ，

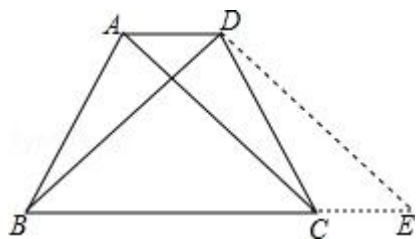
$\because \angle DBC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle E = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle BDE = 90^\circ$ ，

$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle DEB} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9$ ，

故答案为：9．



【点评】此题主要考查了梯形以及梯形的面积公式，关键是掌握辅助线的作法，掌握 $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle DEB}$ ．

16. (4分) 化简： $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}) = \underline{\overrightarrow{0}}$ ．

【考点】LM：*平面向量．

【分析】由去括号的法则可得： $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ ，然后由加法的交换律与结合律可得： $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) - (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC})$ ，继而求得答案．

【解答】解： $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD})$

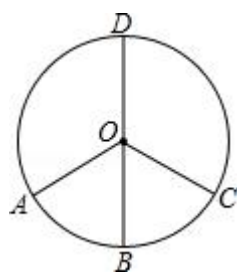
$$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

$$\begin{aligned}
&= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) - (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}) \\
&= \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \\
&= \overrightarrow{0}.
\end{aligned}$$

故答案为: $\overrightarrow{0}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用.

17. (4分) 如图, 已知 BD 是 $\odot O$ 的直径, 点 A 、 C 在 $\odot O$ 上, $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, $\angle AOB = 60^\circ$, 则 $\angle COD$ 的度数是 120 度.



【考点】 M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】 先由 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, 得出 $\angle BOC = \angle AOB = 60^\circ$, 再根据直径的定义得出 $\angle BOD = 180^\circ$, 则 $\angle COD = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ$.

【解答】 解: $\because \widehat{AB} = \widehat{BC}$, $\angle AOB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BOC = \angle AOB = 60^\circ,$$

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ,$$

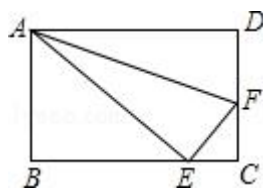
$$\therefore \angle COD = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ.$$

故答案为 120.

【点评】 本题主要考查了圆心角、弧、弦的关系: 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等. 同时考查了直径与邻补角的定义.

18. (4分) 如图, E 为矩形 $ABCD$ 边 BC 上自 B 向 C 移动的一个动点, $EF \perp AE$ 交 CD 边于 F , 联结 AF , 当 $\triangle ABE$ 的面积恰好为 $\triangle ECF$ 和 $\triangle FDA$ 的面积之和

时，量得 $AE = 2$ ， $EF = 1$ ，那么矩形 $ABCD$ 的面积为 3。



【考点】 KQ：勾股定理；LB：矩形的性质；S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】 设 $CF = x$ ， $CE = y$ ，证 $\triangle BAE \sim \triangle CEF$ ，求出 $AB = 2y$ ， $BE = 2x$ ，推出 $CD = AB = 2y$ ， $AD = BC = 2x + y$ ， $DF = 2y - x$ ，根据已知面积求出 x 、 y 的值，求出 AB 、 BC ，即可求出面积。

【解答】 解：设 $CF = x$ ， $CE = y$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$ ，

$\because EF \perp AE$ ，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ，

$\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$ ， $\angle AEB + \angle FEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle FEC$ ，

$\therefore \triangle BAE \sim \triangle CEF$ ，

$$\therefore \frac{AB}{CE} = \frac{BE}{CF} = \frac{AE}{EF} = \frac{2}{1}，$$

$\therefore AB = 2y$ ， $BE = 2x$ ，

$\therefore CD = AB = 2y$ ， $AD = BC = 2x + y$ ， $DF = 2y - x$ ，

$\because \triangle ABE$ 的面积恰好为 $\triangle ECF$ 和 $\triangle FDA$ 的面积之和，

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot 2x = \frac{1}{2} (2x + y) (2y - x) + \frac{1}{2} xy，$$

$\therefore x = y$ ，

在 $\text{Rt}\triangle FCE$ 中， $EF = 1$ ，由勾股定理得： $x^2 + x^2 = 1$ ，

$$\text{解得：} x = \frac{\sqrt{2}}{2}，$$

$$\text{即 } AB = 2y = \sqrt{2}，BC = 2x + y = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}，$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积是 } \sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3，$$

故答案为：3。

【点评】 本题考查了勾股定理，矩形的性质，相似三角形的性质和判定的应用，解此题的关键是求出 AB 、 BC 的值，题目比较好，难度适中.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\sqrt{12} - (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} - \tan 60^\circ$.

【考点】 2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 分别进行二次根式的化简、零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等运算，然后合并.

【解答】 解：原式 $= 2\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3} - 1$.

【点评】 本题考查了实数的运算，涉及了二次根式的化简、零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等知识，属于基础题.

20. (14 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 & \text{①} \\ x^2 + 2xy + y^2 = 1 & \text{②} \end{cases}$$

【考点】 AF：高次方程.

【分析】 先变形②得出 $x+y=1$, $x+y=-1$ ，作出两个方程组，求出方程组的解即可.

【解答】 解：由方程②得： $(x+y)^2 = 1$,
 $x+y=1$, $x+y=-1$,

即组成方程组 $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + y = -1 \end{cases}$,

解这两个方程得： $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$,

即原方程组的解为： $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$.

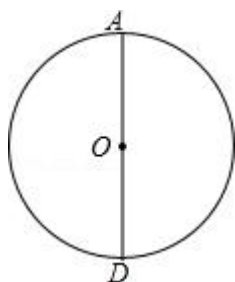
【点评】 本题考查了解二元一次方程组和解高次方程组的应用，解此题的关键是能把高次方程组转化成二元一次方程组.

21. (8 分) 在学习圆与正多边形时，马露、高静两位同学设计了一个画圆内接

正三角形的方法：

- (1) 如图，作直径 AD ；
- (2) 作半径 OD 的垂直平分线，交 $\odot O$ 于 B, C 两点；
- (3) 联结 AB, AC, BC ，那么 $\triangle ABC$ 为所求的三角形。

请你判断两位同学的做法是否正确，如果正确，请你按照两位同学设计的画法，画出 $\triangle ABC$ ，然后给出 $\triangle ABC$ 是等边三角形的证明过程；如果不正确，请说明理由。



【考点】 M2：垂径定理；MM：正多边形和圆。

【分析】 利用锐角三角函数关系得出 $\angle BOE = 60^\circ$ ，进而得出 $\angle COE = \angle BOE = 60^\circ$ ，再利用圆心角定理得出答案。

【解答】 解：两位同学的方法正确。

连 BO, CO ，

$\because BC$ 垂直平分 OD ，

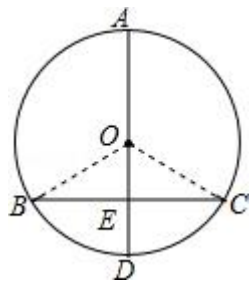
$\therefore$ 直角 $\triangle OEB$ 中， $\cos \angle BOE = \frac{OE}{OB} = \frac{1}{2}$ ，

$\angle BOE = 60^\circ$ ，由垂径定理得 $\angle COE = \angle BOE = 60^\circ$ ，

由于 AD 为直径， $\therefore \angle AOB = \angle AOC = 120^\circ$ ，

$\therefore AB = BC = CA$ ，

即 $\triangle ABC$ 为等边三角形。

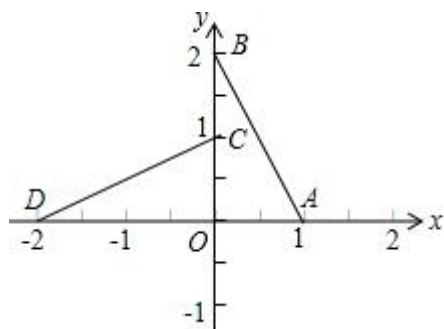


【点评】 此题主要考查了垂径定理以及圆心角定理和等边三角形的判定等知识，得出 $\angle AOB = \angle AOC = 120^\circ$ 是解题关键。

22. (10分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 2)$.

(1) 求直线 AB 的表达式和线段 AB 的长;

(2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后, 点 A 落到点 C 处, 点 B 落到点 D 处, 求线段 AB 上横坐标为 a 的点 E 在线段 CD 上的对应点 F 的坐标 (用含 a 的代数式表示).



【考点】 F1: 一次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 利用待定系数法可求出直线 AB 的解析式, 利用勾股定理可得线段 AB 的长度.

(2) 设点 E 的坐标为 $(a, -2a+2)$, 根据旋转的性质即可得出点 F 的坐标.

【解答】 解: (1) 将点 $A(1, 0)$, 点 $B(0, 2)$ 代入直线 $y = kx + b$, 得:
$$\begin{cases} k+b=0 \\ b=2 \end{cases}$$
 解得:
$$\begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -2x + 2$,

线段 $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$.

(2) $\because E$ 为线段 AB 上横坐标 a 的点,

$\therefore$ 第一象限的 $E(a, -2a+2)$,

根据题意 F 为 E 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的对应点,

第二象限的 F 的坐标为 $(-|-2a+2|, |a|)$

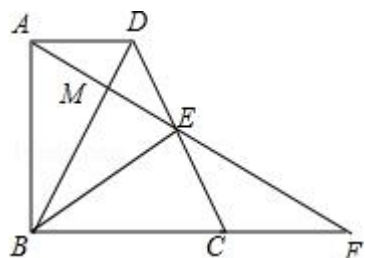
$\therefore$ 点 $F(2a-2, a)$.

【点评】 本题考查了一次函数的综合, 涉及了待定系数法、勾股定理及旋转的性质, 难度一般.

23. (10分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, E 为 CD 的中点, 联结 AE 并延长交 BC 的延长线于 F ;

(1) 联结 BE , 求证: $BE = EF$.

(2) 联结 BD 交 AE 于 M , 当 $AD = 1$, $AB = 2$, $AM = EM$ 时, 求 CD 的长.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; LI: 直角梯形; S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 (1) 证明 $\triangle DAE \cong \triangle CFE$ 可得 $AE = FE$, 再根据直角三角形的性质可得 $BE = EF$;

(2) 过 D 作 $DH \perp BF$ 于 H , 证明四边形 $ABHD$ 为矩形, 再由 $AD = BH$, 可得 $AD = CH$, 进而得到 $CH = 1$, 然后根据勾股定理可得答案.

【解答】 (1) 证明: $\because ABCD$ 为直角梯形, $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAE = \angle CFE, \angle ADE = \angle FCE,$$

$\because E$ 为 CD 的中点,

$$\therefore DE = CE,$$

在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle CFE \\ \angle ADE = \angle FCE, \\ DE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle CFE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = FE, AD = FC,$$

在直角三角形 ABF 中: $BE = AE = FE$;

$$(2) \because AM = EM, AE = FE,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{3}FM,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BF} = \frac{AM}{FM} = \frac{1}{3},$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle FCE$ 中

$$\because \begin{cases} \angle ADE = \angle FCE \\ DE = EC \\ \angle AED = \angle CEF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle FCE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD = CF,$$

过 D 作 $DH \perp BF$ 于 H ,

$$\therefore \angle DHB = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ,$$

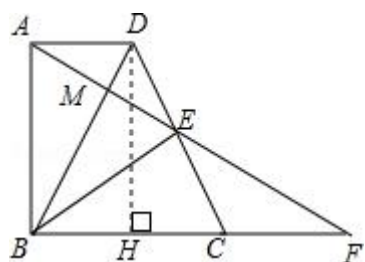
$\therefore$ 四边形 $ABHD$ 为矩形,

$$\because AD = BH, \therefore BH = HC = FC = AD,$$

即 $AD = CH$,

在直角三角形 CDH 中, $CH = AD = 1$, $DH = AB = 2$,

$$CD = \sqrt{DH^2 + CH^2} = \sqrt{5}.$$



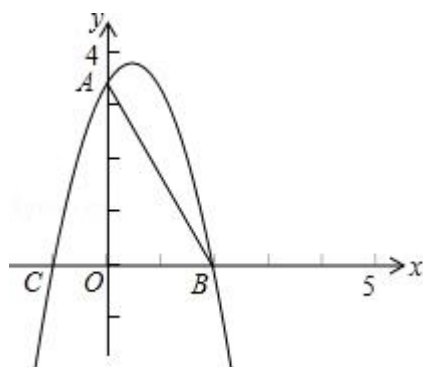
【点评】 此题主要考查了直角梯形，关键是掌握直角梯形中常用辅助线，作高，构造矩形和直角三角形．

24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中(如图), 抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ (m 、 n 为常数)和 y 轴交于 $A(0, 2\sqrt{3})$ 、和 x 轴交于 B 、 C 两点(点 C 在点 B 的左侧), 且 $\tan \angle ABC = \sqrt{3}$, 如果将抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 沿 x 轴向右平移四个单位, 点 B 的对应点记为 E .

(1) 求抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 的对称轴及其解析式;

(2) 连接 AE , 记平移后的抛物线的对称轴与 AE 的交点为 D , 求点 D 的坐标;

(3) 如果点 F 在 x 轴上, 且 $\triangle ABD$ 与 $\triangle EFD$ 相似, 求 EF 的长.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 求出抛物线的对称轴，求出点 B 坐标，然后利用待定系数法求出抛物线的解析式；

(2) 求出平移后的对称轴方程、点 E 坐标，利用待定系数法求出直线 AE 的解析式，进而求出交点 D 的坐标；

(3) $\triangle ABD$ 与 $\triangle EFD$ 相似，有两种情形，需要分类讨论.

【解答】解：(1) 抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 的对称轴为直线： $x = -\frac{-m}{2m} = \frac{1}{2}$.

$$\because A(0, 2\sqrt{3}), \tan \angle ABC = \sqrt{3},$$

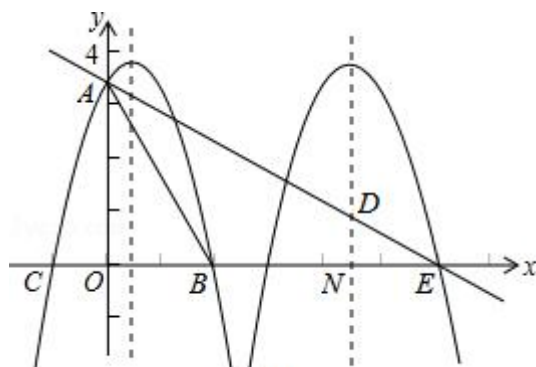
$$\therefore B(2, 0).$$

$\because$ 点 $A(0, 2\sqrt{3}), B(2, 0)$ 在抛物线 $y = mx^2 - mx + n$ 上，

$$\therefore \begin{cases} n = 2\sqrt{3} \\ 4m - 2m + n = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = -\sqrt{3} \\ n = 2\sqrt{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为： $y = -\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$.

(2) 依题意画出图形，如答图 1 所示：



答图1

$B(2, 0)$ 向右平移四个单位后的对应点 E 的坐标为 $(6, 0)$,

向右平移四个单位后的新抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{9}{2}$.

设直线 AE 的解析式为 $y = kx + b$,

将 $A(0, 2\sqrt{3})$, $E(6, 0)$ 代入得: $\begin{cases} b = 2\sqrt{3} \\ 6k + b = 0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = 2\sqrt{3} \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$.

当 $x = \frac{9}{2}$ 时, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore$ 交点 D 的坐标为 $(\frac{9}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(3) $\because A(0, 2\sqrt{3})$, $E(6, 0)$,

$\therefore \tan \angle AEB = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle AEB = 30^\circ$, $\angle EAO = 60^\circ$;

$\because A(0, 2\sqrt{3})$, $B(2, 0)$,

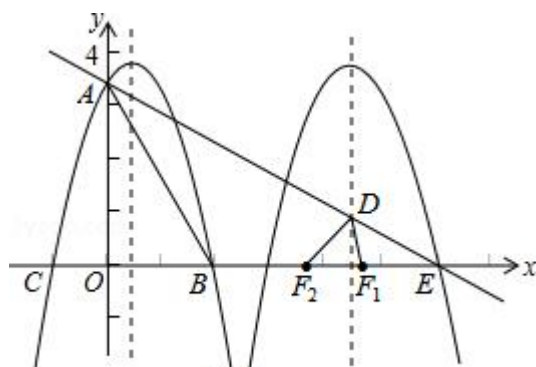
$\therefore \tan \angle BAO = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle BAO = 30^\circ$, $\therefore \angle BAE = 30^\circ$.

由答图 1, 易知 $AB = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = 4$, $NE = \frac{3}{2}$, $DE = \frac{NE}{\cos 30^\circ} = \sqrt{3}$, $AE = \frac{OE}{\cos 30^\circ} = 4\sqrt{3}$,

$\therefore AD = AE - DE = 3\sqrt{3}$.

$\because \angle BAE = \angle AEB = 30^\circ$,

$\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle EFD$ 相似, 有以下两种情形, 如答图 2 所示:



①若 $\triangle ADB \sim \triangle EDF$, 则有 $\frac{EF}{AB} = \frac{ED}{AD}$,

$\therefore EF = \frac{ED}{AD} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \times 4 = \frac{4}{3}$;

②若 $\triangle ADB \sim \triangle EFD$ ，则有 $\frac{EF}{AD} = \frac{ED}{AB}$ ，

$$\therefore EF = \frac{ED}{AB} \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{4}.$$

综上所述，符合题意的 EF 的长度为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{9}{4}$ 。

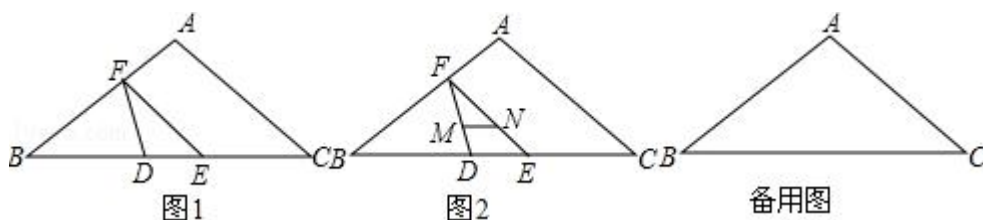
【点评】本题是二次函数综合题型，综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、解直角三角形、平移变换、相似三角形等知识点，有一定的难度。第（3）问注意要分类讨论。

25.（14分）在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ （如图1）， D 、 E 为线段 BC 上的两个动点，且 $DE = 3$ （ E 在 D 右边），运动初始时 D 和 B 重合，运动至 E 和 C 重合时运动终止。过 E 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于 F ，联结 DF 。

（1）若设 $BD = x$ ， $EF = y$ ，求 y 关于 x 的函数，并求其定义域；

（2）如果 $\triangle BDF$ 为直角三角形，求 $\triangle BDF$ 的面积；

（3）如果 MN 过 $\triangle DEF$ 的重心，且 $MN \parallel BC$ 分别交 FD 、 FE 于 M 、 N （如图2）。求整个运动过程中线段 MN 扫过的区域的形状和面积（直接写出答案）。



【考点】SO：相似形综合题。

【分析】（1）根据三角形 ABC 为等腰三角形，腰 $AB = AC = 10$ ，底角 B 满足 $\cos B = \frac{4}{5}$ ，可求得 BC ，再由 $EF \parallel AC$ ，则 $\frac{EF}{AC} = \frac{BE}{BC}$ ，把 $BD = x$ ， $EF = y$ ， $DE = 3$ 代入即可得出 y 关于 x 的函数，再写出再写出自变量的取值范围即可，（ $0 \leq x \leq 13$ ）。

（2）依题意易得出 $FB = FE = \frac{5}{8}(x+3)$ 。若 $\angle FDB$ 为直角时有 $BD = DE$ 。可得出 x 的值为3，根据 $\cos B = \frac{4}{5}$ ，得 FD ，从而得出三角形 BDF 的面积；若 $\angle BFD$ 为直角时，则 $BF = EF$ 即可得出 x 的值，从而得出三角形 BDF 的面积；（3）根据 $MN \parallel BC$ ，可得出线段 MN 扫过的区域的形状是平行四边形，直接写出面积即可。

【解答】解：（1） $\because$ 在等腰三角形 ABC 中，腰 $AB = AC = 10$ ，底角 B 满足 $\cos B$

$$= \frac{4}{5},$$

$$\therefore BC = 10 \times \frac{4}{5} \times 2 = 16.$$

$$\because EF \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{BC}.$$

$$BD = x, EF = y, DE = 3$$

$$\therefore y = \frac{5}{8}(x+3). (0 \leq x \leq 13).$$

$$(2) \text{ 依题意易得在三角形 } FBE \text{ 中, } FB = FE = \frac{5}{8}(x+3).$$

若 $\angle FDB$ 为直角时 (如图 1), 有 $BD = DE$.

$$\therefore x = 3$$

$$\text{又} \because \cos B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore FD = \frac{3}{4}BD = \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}.$$

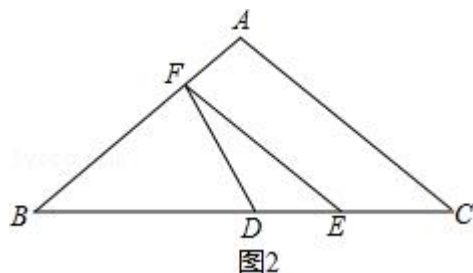
$$\therefore \text{三角形 } BDF \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{8}.$$

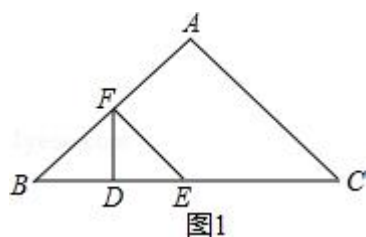
$$\text{若 } \angle BFD \text{ 为直角时 (如图 2), } BF = EF = \frac{5}{8}(x+3) = \frac{4x}{5},$$

$$\therefore x = \frac{75}{7},$$

$$\therefore \triangle BDF \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times \frac{75}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{75}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{1350}{49},$$

$$(3) \text{ 平行四边形. 面积为 } \frac{13}{4}.$$





【点评】 本题考查了相似三角形的综合运用，以及三角函数、勾股定理和三角形面积的计算，本题是难度较大的动点题目，在做题时要认真思考每一个已知条件，是解决问题的关键．