

2016 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

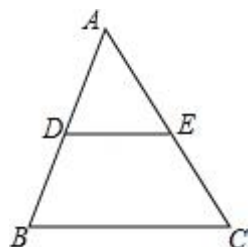
1. (4 分) 如果两个相似三角形对应边之比是 1: 4, 那么它们的对应中线之比是 ()

A. 1: 2 B. 1: 4 C. 1: 8 D. 1: 16

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=4$, 则 $\sin A$ 的值为 ()

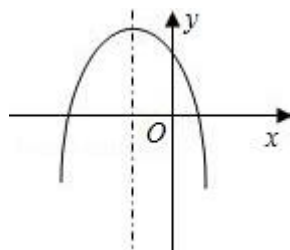
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

3. (4 分) 如图, 点 D、E 分别在 AB、AC 上, 以下能推得 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()



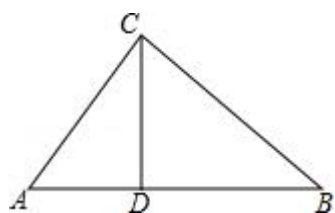
A. $AD: AB=DE: BC$ B. $AD: DB=DE: BC$
C. $AD: DB=AE: EC$ D. $AE: AC=AD: DB$

4. (4 分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则 a、b、c 满足 ()



A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ B. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$
C. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ D. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$

5. (4 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D, 下列结论中错误的是 ()



- A. $AC^2=AD \cdot AB$ B. $CD^2=CA \cdot CB$ C. $CD^2=AD \cdot DB$ D. $BC^2=BD \cdot BA$

6. (4分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 有一个角相等的两个等腰三角形相似
 B. 两边对应成比例且有一个角相等的两个三角形相似
 C. 四个内角都对应相等的两个四边形相似
 D. 斜边和一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分) 7.已知, 那么.

7. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$, 那么 $\frac{x}{x+y} =$ _____.

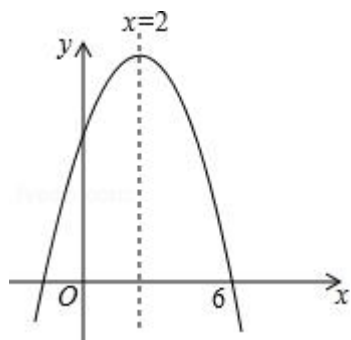
8. (4分) 计算: $2\vec{a} - 3\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}\right) =$ _____.

9. (4分) 上海与杭州的实际距离约 200 千米, 在比例尺为 1: 5000000 的地图上, 上海与杭州的图上距离约 _____ 厘米.

10. (4分) 某滑雪运动员沿着坡比为 1: $\sqrt{3}$ 的斜坡向下滑行了 100 米, 则运动员下降的垂直高度为 _____ 米.

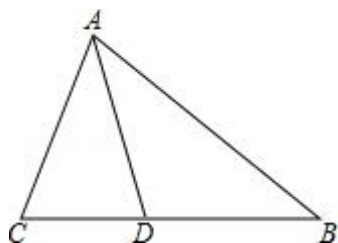
11. (4分) 将抛物线 $y = (x+1)^2$ 向下平移 2 个单位, 得到新抛物线的函数解析式是 _____.

12. (4分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 对称轴为直线 $x = 2$, 若此抛物线与 x 轴的一个交点为 $(6, 0)$, 则抛物线与 x 轴的另一个交点坐标是 _____.

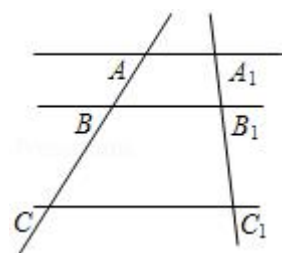


13. (4分) 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{GA}$ 为_____.

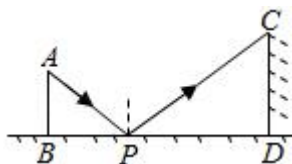
14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $BC=9$, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的点, 且 $\angle CAD = \angle B$, 那么 CD 的长是_____.



15. (4分) 如图, 直线 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$, 如果 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$, $AA_1=2$, $CC_1=6$, 那么线段 BB_1 的长是_____.



16. (4分) 如图是小明在建筑物 AB 上用激光仪测量另一建筑物 CD 高度的示意图, 在地面点 P 处水平放置一平面镜, 一束激光从点 A 射出经平面镜上的点 P 反射后刚好射到建筑物 CD 的顶端 C 处, 已知 $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, 且测得 $AB=15$ 米, $BP=20$ 米, $PD=32$ 米, B 、 P 、 D 在一条直线上, 那么建筑物 CD 的高度是_____米.



17. (4分) 若抛物线 $y=ax^2+c$ 与 x 轴交于点 $A(m, 0)$, $B(n, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, c)$, 则称 $\triangle ABC$ 为“抛物三角形”. 特别地, 当 $mnc < 0$ 时, 称 $\triangle ABC$ 为“倒抛物三角形”时, a 、 c 应分别满足条件_____.

18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=4$, $BC=3$, D 是边 AB 上的一点, E 是边 AC 上的一点 (D , E 均与端点不重合), 如果 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 那么 $CE=$ _____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\sqrt{2}\sin 45^\circ + 6\tan 30^\circ - 2\cos 30^\circ$.

20. (10分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的变量 x 与变量 y 的部分对应值如下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	5	...
y	...	7	0	-5	-8	-9	7	...

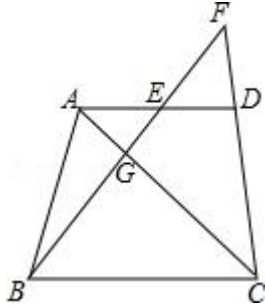
(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 写出抛物线顶点坐标和对称轴.

21. (10分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是边 AD 的中点, 连结 BE 并延长交 CD 的延长线于点 F , 交 AC 于点 G .

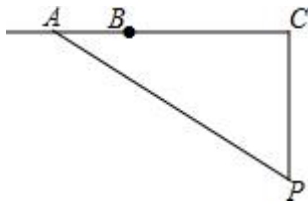
(1) 若 $FD=2$, $\frac{ED}{BC}=\frac{1}{3}$, 求线段 DC 的长;

(2) 求证: $EF \cdot GB = BF \cdot GE$.



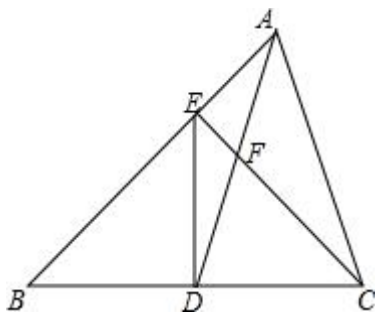
22. (10 分) 如图, l 为一条东西方向的笔直公路, 一辆小汽车 XRS 在这段限速为 80 千米/小时的公路上由西向东匀速行驶, 依次经过点 A、B、C, P 是一个观测点, $PC \perp l$, $PC=60$ 米, $\tan \angle APC = \frac{4}{3}$, $\angle BPC = 45^\circ$, 测得该车从点 A 行驶到点 B 所用时间为 1 秒.

- (1) 求 A、B 两点间的距离;
- (2) 试说明该车是否超过限速.



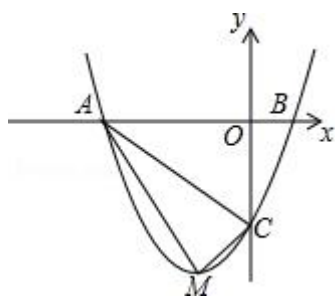
23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边的中点, $DE \perp BC$ 交 AB 于点 E, $AD=AC$, EC 交 AD 于点 F.

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle FCD$;
- (2) 求证: $FC=3EF$.



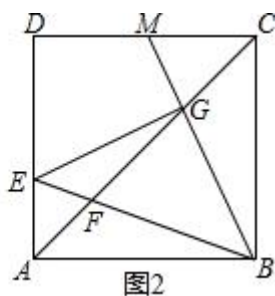
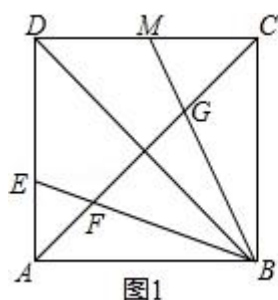
24. (12 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+2ax+c$ ($a>0$) 与 x 轴交于 A (-3, 0)、B 两点 (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C (0, -3), 抛物线的顶点为 M.

- (1) 求 a 、 c 的值;
- (2) 求 $\tan \angle MAC$ 的值;
- (3) 若点 P 是线段 AC 上一个动点, 联结 OP . 问: 是否存在点 P , 使得以点 O 、 C 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



25. (14 分) 如图, 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AD 边上的一个动点 (与点 A 、 D 不重合), $\angle EBM=45^\circ$, BE 交对角线 AC 于点 F , BM 交对角线 AC 于点 G , 交 CD 于点 M .

- (1) 如图 1, 联结 BD , 求证: $\triangle DEB \sim \triangle CGB$, 并写出 $DE:CG$ 的值;
- (2) 联结 EG , 如图 2, 若设 $AE=x$, $EG=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (3) 当 M 为边 DC 的三等分点时, 求 $S_{\triangle EGF}$ 的面积.



2016 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 如果两个相似三角形对应边之比是 1: 4, 那么它们的对应中线之比是 ()

- A. 1: 2 B. 1: 4 C. 1: 8 D. 1: 16

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】利用相似三角形的相似比, 对应高、中线、角平分线的比, 都等于相似比来解答.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形对应边之比是 1: 4,

又 $\because$ 相似三角形的对应高、中线、角平分线的比等于相似比,

$\therefore$ 它们的对应中线之比为 1: 4.

故选: B.

【点评】本题考查相似三角形的相似比问题, 须熟练掌握: ①相似三角形的对应高、角平分线、中线的比等于相似比;

②相似三角形的周长比等于相似比; ③相似三角形的面积比等于相似比的平方.

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=4$, 则 $\sin A$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据正弦的定义解得即可.

【解答】解: $\because \angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=4$,

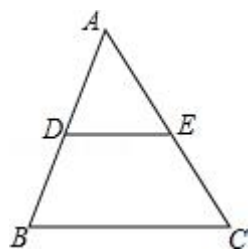
$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5},$$

故选: C.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为

对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

3. (4 分) 如图, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 以下能推得 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()



A. $AD: AB = DE: BC$

B. $AD: DB = DE: BC$

C. $AD: DB = AE: EC$

D. $AE: AC = AD: DB$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线的判定定理进行判断即可.

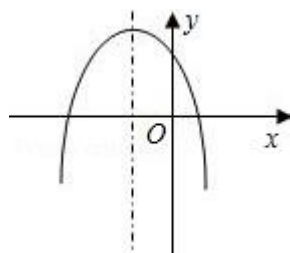
【解答】解: $\because AD: DB = AE: EC$,

$\therefore DE \parallel BC$,

故选: C.

【点评】本题考查的是平行线分线段成比例定理, 正确根据平行线的判定定理证明平行线是解题的关键.

4. (4 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则 a 、 b 、 c 满足 ()



A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

B. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$

C. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$

D. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【专题】16: 压轴题.

【分析】由于开口向下可以判断 $a < 0$, 由与 y 轴交于正半轴得到 $c > 0$, 又由于

对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，可以得到 $b < 0$ ，所以可以找到结果.

【解答】解：根据二次函数图象的性质，

$\therefore$ 开口向下，

$\therefore a < 0$ ，

$\therefore$ 与 y 轴交于正半轴，

$\therefore c > 0$ ，

又 $\therefore$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，

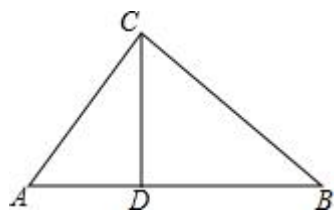
$\therefore b < 0$ ，

所以 A 正确.

故选：A.

【点评】考查二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号的确定.

5. (4 分) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，下列结论中错误的是 ()



- A. $AC^2 = AD \cdot AB$ B. $CD^2 = CA \cdot CB$ C. $CD^2 = AD \cdot DB$ D. $BC^2 = BD \cdot BA$

【考点】SE：射影定理.

【分析】直接根据射影定理对各选项进行判断.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，

$\therefore AC^2 = AD \cdot AB$ ， $CD^2 = DA \cdot DB$ ， $BC^2 = BD \cdot BA$.

故选：B.

【点评】本题考查了射影定理：直角三角形中，斜边上的高是两直角边在斜边上射影的比例中项；每一条直角边是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例

中项.

6. (4分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 有一个角相等的两个等腰三角形相似
- B. 两边对应成比例且有一个角相等的两个三角形相似
- C. 四个内角都对应相等的两个四边形相似
- D. 斜边和一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据相等的角可能为顶角或底角可对 A 进行判断; 根据相似三角形的判定方法对 B、D 进行判断; 利用矩形和正方形不相似可对 C 进行判断.

【解答】解: A、有一个顶角 (或底角) 相等的两个等腰三角形相似, 所以 A 选项错误;

B、两边对应成比例且它们的夹角相等的两个三角形相似, 所以 B 选项错误;

C、四个内角都对应相等的两个四边形不一定相似, 所以 C 选项错误;

D、斜边和一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似, 所以 D 选项正确.

故选: D.

【点评】本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分) 7. 已知, 那么.

7. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$, 那么 $\frac{x}{x+y} = \frac{1}{4}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据比例的性质及合比定理解答.

【解答】解: $\because \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ 的两个内项是 y 、 1 , 两个外项是 x 、 3 ,

$$\therefore \frac{y}{x} = 3,$$

根据合比定理, 知 $\frac{x+y}{x} = \frac{1+3}{1} = 4$;

又 $\because$ 上式的两个内项是 x 和 4 , 两个外项是 $x+y$ 和 1 ,

$$\therefore \frac{x}{x+y} = \frac{1}{4}.$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】本题主要考查了比例的性质: 在比例式中, 两个内项之积等于两个外项之积.

8. (4 分) 计算: $2\vec{a} - 3\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}\right) = \underline{\vec{a} - 3\vec{b}}.$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解: $2\vec{a} - 3\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}\right) = 2\vec{a} - \vec{a} - 3\vec{b} = \vec{a} - 3\vec{b}.$

故答案为: $\vec{a} - 3\vec{b}.$

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意去括号时符号的变化.

9. (4 分) 上海与杭州的实际距离约 200 千米, 在比例尺为 1: 5000000 的地图上, 上海与杭州的图上距离约 4 厘米.

【考点】S2: 比例线段.

【分析】设上海与杭州的图上距离为 x 厘米, 根据比例尺的意义列出方程 x :

$20000000 = 1: 5000000$, 解方程即可.

【解答】解: 设上海与杭州的图上距离为 x 厘米.

200 千米 = 20000000 厘米,

$x: 20000000 = 1: 5000000$,

解得 $x=4$.

故答案为 4.

【点评】 本题考查了比例线段，掌握比例尺的定义是解题的关键. 注意单位要统一.

10. (4 分) 某滑雪运动员沿着坡比为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡向下滑行了 100 米，则运动员下降的垂直高度为 50 米.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 设出垂直高度，表示出水平距离，利用勾股定理求解即可.

【解答】 解：设垂直高度下降了 x 米，则水平前进了 $\sqrt{3}x$ 米.

根据勾股定理可得： $x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 100^2$.

解得： $x=50$,

即它距离地面的垂直高度下降了 50 米.

故答案为：50.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，此题的关键是用同一未知数表示出下降高度和水平前进距离.

11. (4 分) 将抛物线 $y = (x+1)^2$ 向下平移 2 个单位，得到新抛物线的函数解析式是 $y = (x+1)^2 - 2$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 46: 几何变换.

【分析】 先由二次函数的性质得到抛物线 $y = (x+1)^2$ 的顶点坐标为 $(-1, 0)$ ，再根据点平移的规律，点 $(-1, 0)$ 平移后所得对应点的坐标为 $(-1, -2)$ ，然后根据顶点式写出平移后的抛物线的解析式.

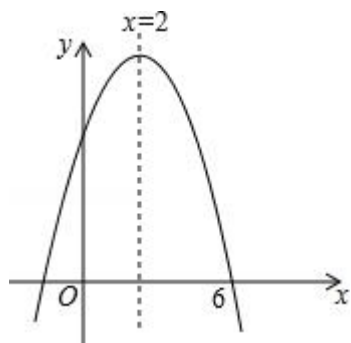
【解答】 解：抛物线 $y = (x+1)^2$ 的顶点坐标为 $(-1, 0)$ ，把 $(-1, 0)$ 向下平移 2 个单位所得对应点的坐标为 $(-1, -2)$ ，所以平移后的抛物线的解析

式是 $y = (x+1)^2 - 2$.

故答案为 $y = (x+1)^2 - 2$.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

12. (4 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，对称轴为直线 $x=2$ ，若此抛物线与 x 轴的一个交点为 $(6, 0)$ ，则抛物线与 x 轴的另一个交点坐标是 $(-2, 0)$.



【考点】 HA：抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 求出点 $(6, 0)$ 关于 $x=2$ 的对称点即可.

【解答】 解： $(6, 0)$ 关于 $x=2$ 的对称点是 $(-2, 0)$.

故答案是 $(-2, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，理解二次函数与 x 轴的两个交点关于对称轴对称是关键.

13. (4 分) 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，那么用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{GA}$ 为 $-\frac{2}{3}\vec{a}$.

【考点】 K5：三角形的重心； LM：*平面向量.

【分析】 根据三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍，直接求

得向量的值.

【解答】解: $\because$ 三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍

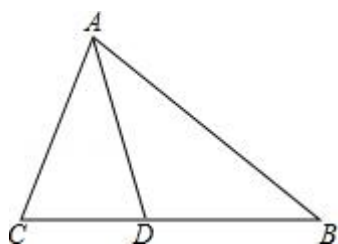
$$\therefore \overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\vec{a}.$$

$\therefore$ 用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{GA}$ 为 $-\frac{2}{3}\vec{a}$.

【点评】考查了三角形的重心的性质. 注意要求的向量和已知的向量方向相反.

14. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $BC=9$, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的点,

且 $\angle CAD = \angle B$, 那么 CD 的长是 4.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】由 $\angle C = \angle C$, $\angle CAD = \angle B$, 根据有两角对应相等的三角形相似, 可得

$\triangle ACD \sim \triangle BCA$, 又由相似三角形的对应边成比例, 易求得 CD 的长.

【解答】解: $\because \angle C = \angle C$, $\angle CAD = \angle B$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCA$,

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{6}{9} = \frac{CD}{6},$$

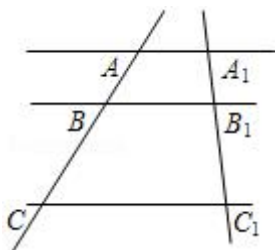
$\therefore CD$ 的长是 4.

故答案为: 4.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质. 注意有两角对应相等的三角形相似, 相似三角形的对应边成比例.

15. (4 分) 如图, 直线 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$, 如果 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$, $AA_1 = 2$, $CC_1 = 6$, 那么

线段 BB_1 的长是 3.

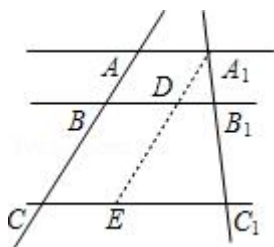


【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】过 A_1 作 $AE \parallel AC$, 交 BB_1 于 D , 交 CC_1 于 E , 得出四边形 $ABDA_1$ 和四

边形 $BCED$ 是平行四边形, 求出 $AA_1=BD=CE=2$, $EC_1=6-2=4$, $\frac{AB}{BC}=\frac{DA_1}{DE}=\frac{1}{3}$,

根据 $BB_1 \parallel CC_1$ 得出 $\frac{DA_1}{EA_1}=\frac{DB_1}{EC_1}$, 代入求出 $DB_1=1$ 即可.



【解答】解: 如图:

过 A_1 作 $AE \parallel AC$, 交 BB_1 于 D , 交 CC_1 于 E ,

$\therefore$ 直线 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$,

$\therefore$ 四边形 $ABDA_1$ 和四边形 $BCED$ 是平行四边形,

$\therefore AA_1=2$, $CC_1=6$,

$\therefore AA_1=BD=CE=2$, $EC_1=6-2=4$, $\frac{AB}{BC}=\frac{DA_1}{DE}=\frac{1}{3}$,

$\therefore \because BB_1 \parallel CC_1$,

$$\therefore \frac{DA_1}{EA_1}=\frac{DB_1}{EC_1},$$

$$\therefore \frac{1}{1+3}=\frac{DB_1}{4},$$

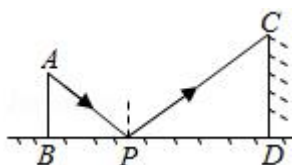
$\therefore DB_1=1$,

$\therefore BB_1=2+1=3$,

故答案为: 3.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理的应用，能根据定理得出比例式是解此题的关键.

16. (4 分) 如图是小明在建筑物 AB 上用激光仪测量另一建筑物 CD 高度的示意图，在地面点 P 处水平放置一平面镜，一束激光从点 A 射出经平面镜上的点 P 反射后刚好射到建筑物 CD 的顶端 C 处，已知 $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ，且测得 $AB=15$ 米， $BP=20$ 米， $PD=32$ 米，B、P、D 在一条直线上，那么建筑物 CD 的高度是 24 米.



【考点】SA: 相似三角形的应用.

【分析】由已知得 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ ，则根据相似形的性质可得 $\frac{AB}{DC} = \frac{BP}{DP}$ ，解答即可.

【解答】解：由题意知：光线 AP 与光线 PC， $\angle APB = \angle CPD$ ，

则 $\text{Rt}\triangle ABP \sim \text{Rt}\triangle CDP$ ，

故 $\frac{AB}{DC} = \frac{BP}{DP}$ ，

解得： $CD = \frac{15 \times 32}{20} = 24$ (米).

故答案为：24.

【点评】本题考查了平面镜反射和相似三角形的应用，根据题意得出 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ 是解题关键.

17. (4 分) 若抛物线 $y=ax^2+c$ 与 x 轴交于点 A (m, 0)，B (n, 0)，与 y 轴交于点 C (0, c)，则称 $\triangle ABC$ 为“抛物三角形”. 特别地，当 $mnc < 0$ 时，称 $\triangle ABC$ 为“倒抛物三角形”时，a、c 应分别满足条件 $a < 0$ ， $c > 0$.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】 23: 新定义.

【分析】 根据 m 、 n 关于 y 轴对称, 则 $mn < 0$, 则 c 的符号即可确定, 然后根据抛物线与 x 轴有交点, 则可以确定开口方向, 从而确定 a 的符号.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2+c$ 的对称轴是 y 轴,

$\therefore A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$ 关于 y 轴对称,

$\therefore mn < 0$,

又 $\because mnc < 0$,

$\therefore c > 0$, 即抛物线与 y 轴的正半轴相交,

又 $\because$ 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 x 轴交于点 $A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$,

$\therefore$ 函数开口向下,

$\therefore a < 0$.

故答案是: $a < 0$, $c > 0$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 正确确定二次函数的开口方向是本题的关键.

18. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=4$, $BC=3$, D 是边 AB 上的一点, E 是边 AC 上的一点 (D , E 均与端点不重合), 如果 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 那么 $CE=$ $2, \frac{25}{8}, \frac{36}{25}$.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先利用勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, 再分类讨论: 当 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$, 如图 1, 则 $\angle CED=\angle ACB=90^\circ$, $\angle DCE=\angle A$, 所以 $CE=AE$, 根据等腰三角形得 $CE=\frac{1}{2}AC=2$; 当 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$, 如图 2, 则 $\angle CED=\angle ACB=90^\circ$, $\angle DCE=\angle B$, 接着证明 $CD \perp AB$, 利用面积法可

计算出 $CD=\frac{12}{5}$, 利用相似比可计算出 $CE=\frac{36}{25}$; 当 $\triangle ABC \sim \triangle CED$, 如图 3, $\angle CDE = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DCE = \angle A$, 证明 CD 为斜边上的中线, 则 $CD=DA=DB=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$, 然后利用相似比可计算出 $CE=\frac{25}{8}$, 综上所述, CE 的长为 $2, \frac{25}{8}, \frac{36}{25}$.

【解答】 解: $\because AB=5, AC=4, BC=3$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$,

当 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$, 如图 1, 则 $\angle CED = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DCE = \angle A$,

$\therefore \triangle ADC$ 为等腰三角形,

$$\therefore CE = AE,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AC = 2;$$

当 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$, 如图 2, 则 $\angle CED = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DCE = \angle B$,

而 $\angle BCD + \angle DCE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore CD \perp AB,$$

$$\therefore CD = \frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{12}{5},$$

$$\because \triangle ABC \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore AB:CD = BC:CE, \text{ 即 } 5: \frac{12}{5} = 3:CE,$$

$$\therefore CE = \frac{36}{25};$$

当 $\triangle ABC \sim \triangle CED$, 如图 3, $\angle CDE = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DCE = \angle A$,

$$\therefore DC = DA,$$

$$\because \angle A + \angle B = 90^\circ, \angle DCE + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore DB = DC,$$

$$\therefore CD = DA = DB = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2},$$

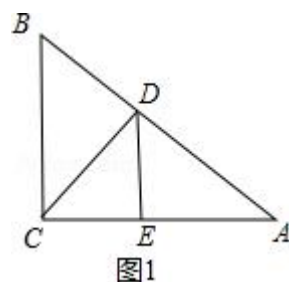
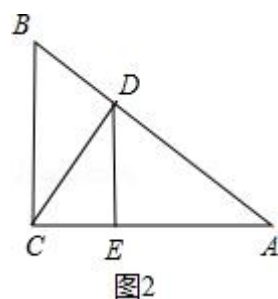
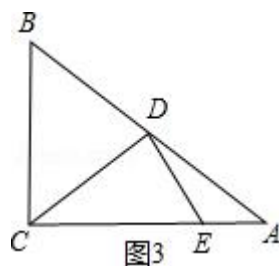
$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CED,$$

$$\therefore CE : AB = CD : AC, \text{ 即 } CE : 5 = \frac{5}{2} : 4,$$

$$\therefore CE = \frac{25}{8},$$

综上所述, CE 的长为 2, $\frac{25}{8}$, $\frac{36}{25}$.

故答案为 2, $\frac{25}{8}$, $\frac{36}{25}$.



【点评】 本题考查了相似三角形的性质：相似三角形的对应角相等，对应边的比相等；相似三角形（多边形）的周长的比等于相似比；相似三角形的对应线段（对应中线、对应角平分线、对应边上的高）的比也等于相似比；相似三角形的面积的比等于相似比的平方．也考查了分类讨论的思想．

三、解答题（本大题共 7 小题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算: $\sqrt{2}\sin 45^\circ + 6\tan 30^\circ - 2\cos 30^\circ$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】将特殊角的三角函数值代入求解.

【解答】解: 原式 $= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \sqrt{3} + 1$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的变量 x 与变量 y 的部分对应值如下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	5	...
y	...	7	0	-5	-8	-9	7	...

(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 写出抛物线顶点坐标和对称轴.

【考点】H3: 二次函数的性质; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】(1) 把 $(-2, 0)$, $(-1, -5)$, $(0, -8)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 根据待定系数法即可求得;

(2) 把解析式化成顶点式即可求得.

【解答】解: (1) 把 $(-2, 0)$, $(-1, -5)$, $(0, -8)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 得

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ a - b + c = -5 \\ c = -8 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -8 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 8$;

(2) $\because y = x^2 - 2x - 8 = (x - 1)^2 - 9$,

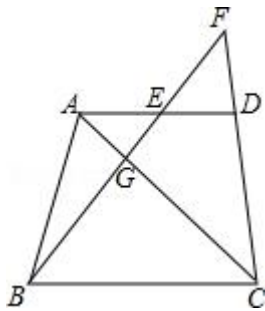
$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, -9)$, 对称轴为直线 $x = 1$.

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式以及二次函数的顶点坐标和对称轴, 熟练掌握待定系数法是解题的关键.

21. (10 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是边 AD 的中点, 连结 BE 并延长交 CD 的延长线于点 F , 交 AC 于点 G .

(1) 若 $FD=2$, $\frac{ED}{BC}=\frac{1}{3}$, 求线段 DC 的长;

(2) 求证: $EF \cdot GB = BF \cdot GE$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由平行线得出 $\triangle DEF \sim \triangle CBF$, 得出对应边成比例求出 FC , 即可得出 DC 的长;

(2) 由平行线得出 $\triangle DEF \sim \triangle CBF$, $\triangle AEG \sim \triangle CBG$, 得出对应边成比例

$\frac{EF}{BF} = \frac{DE}{BC}$, $\frac{AE}{BC} = \frac{GE}{GB}$, 由已知条件得出 $AE=DE$, 因此 $\frac{EF}{BF} = \frac{GE}{GB}$, 即可得出结论.

【解答】 (1) 解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{FD}{FC} = \frac{ED}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore FC = 3FD = 6,$$

$$\therefore DC = FC - FD = 4;$$

(2) 证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CBF, \triangle AEG \sim \triangle CBG,$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{DE}{BC}, \frac{AE}{BC} = \frac{GE}{GB},$$

$\because$ 点 E 是边 AD 的中点,

$$\therefore AE=DE,$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{GE}{GB},$$

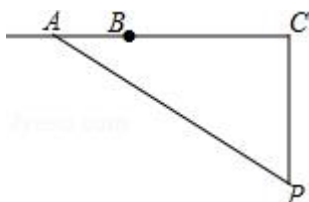
$$\therefore EF \cdot GB = BF \cdot GE.$$

【点评】 本题考查了梯形的性质、相似三角形的判定与性质；熟练掌握梯形的性质，证明三角形相似得出比例式是解决问题的关键.

22. (10 分) 如图, l 为一条东西方向的笔直公路, 一辆小汽车 XRS 在这段限速为 80 千米/小时的公路上由西向东匀速行驶, 依次经过点 A、B、C, P 是一个观测点, $PC \perp l$, $PC=60$ 米, $\tan \angle APC = \frac{4}{3}$, $\angle BPC = 45^\circ$, 测得该车从点 A 行驶到点 B 所用时间为 1 秒.

(1) 求 A、B 两点间的距离;

(2) 试说明该车是否超过限速.



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 (1) 由三角函数求出 AC, 证出 $\triangle BCP$ 是等腰直角三角形, 得出 $BC=PC=60$ 米, 求出 $AB=AC-BC=20$ 米即可;

(2) 求出该车从点 A 行驶到点 B 的速度为 20 米/秒=72 千米/小时 < 80 千米/小时, 即可得出结果.

【解答】 解: 如图所示:

$$(1) \because PC \perp l, PC=60 \text{ 米}, \tan \angle APC = \frac{4}{3} = \frac{AC}{PC},$$

$$\therefore AC=80 \text{ 米},$$

$$\because \angle BPC=45^\circ,$$

$\therefore \triangle BCP$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BC=PC=60$ 米,

$\therefore AB=AC-BC=20$ 米,

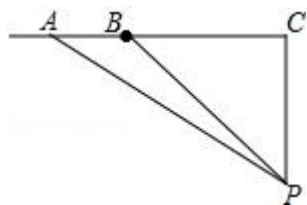
答: A、B 两点间的距离为 20 米;

(2) 该车不超过限速; 理由如下:

由题意得: 该车从点 A 行驶到点 B 所用时间为 1 秒,

$\therefore$ 该车从点 A 行驶到点 B 的速度为 20 米/秒=72 千米/小时 < 80 千米/小时,

$\therefore$ 该车不超过限速.



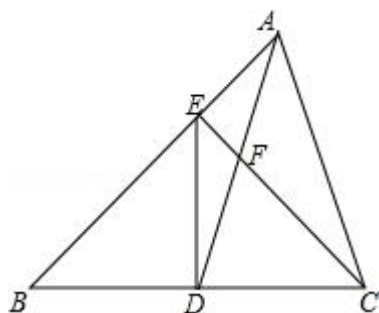
【点评】 本题考查了解直角三角形的应用、等腰直角三角形的判定与性质; 熟练掌握解直角三角形, 由三角函数求出 AC 是解决问题 (1) 的关键.

23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边的中点, $DE \perp BC$ 交 AB 于点 E,

$AD=AC$, EC 交 AD 于点 F.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle FCD$;

(2) 求证: $FC=3EF$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 由 $AD=AC$, 利用等边对等角得到一对角相等, 再由已知角相等,

利用两对对应角相等的三角形相似即可得证；

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{CD}{BC} = \frac{FD}{AC}$ ，由 D 是 BC 边的中点，得到 $BC=2CD$ ，

于是得到 $AD=AC=2FD$ ，由于 $\angle ACD = \angle ADC$ ， $\angle B = \angle FCD$ ，推出 $\angle EAD = \angle$

$\angle ACE$ ，得到 $\triangle EAF \sim \triangle ECA$ ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{EA}{EC} = \frac{EF}{EA} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ ，即可得到结论。

【解答】 (1) 证明： $\because AD=AC$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB,$$

$$\because \angle B = \angle ECB,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle FCD;$$

$$(2) \because \triangle ABC \sim \triangle FCD,$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{FD}{AC},$$

$\because$ D 是 BC 边的中点，

$$\therefore BC=2CD,$$

$$\therefore AD=AC=2FD,$$

$$\because \angle ACD = \angle ADC, \angle B = \angle FCD,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle ACE,$$

$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle ECA,$$

$$\therefore \frac{EA}{EC} = \frac{EF}{EA} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EC=2EA=4EF,$$

$$\therefore FC=3EF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键。

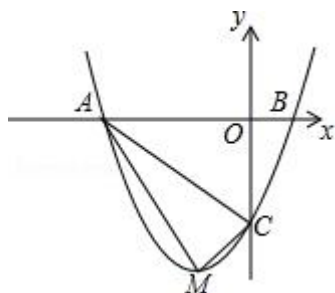
24. (12 分) 如图，抛物线 $y=ax^2+2ax+c$ ($a>0$) 与 x 轴交于 A (-3, 0)、B

两点 (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C (0, -3), 抛物线的顶点为 M.

(1) 求 a、c 的值;

(2) 求 $\tan \angle MAC$ 的值;

(3) 若点 P 是线段 AC 上一个动点, 联结 OP. 问: 是否存在点 P, 使得以点 O、C、P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 根据待定系数法, 可得答案;

(2) 根据勾股定理及逆定理, 可得直角三角形, 再根据正切函数等于对边比邻边, 可得答案;

(3) 根据相似三角形的性质, 可得 PC 的长, 根据等腰直角三角形的性质, 可得 PH 与 CH 的长, 可得 P 点坐标.

【解答】解: (1) 将 A、C 点坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 9a-6a+c=0 \\ c=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ c=-3 \end{cases},$$

抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$;

(2) $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$, 顶点坐标 M 为 $(-1, -4)$.

又 A $(-3, 0)$, C $(0, -3)$,

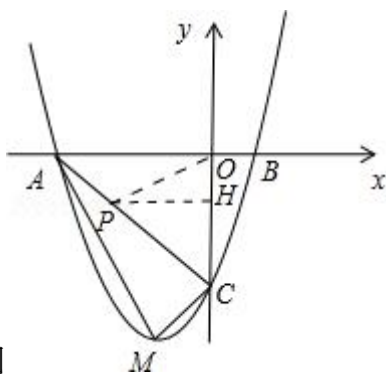
$AC=3\sqrt{2}$, $MC=\sqrt{2}$, $AM=2\sqrt{5}$.

$$\therefore AC^2 + MC^2 = AM^2,$$

$$\therefore \angle ACM = 90^\circ,$$

$$\tan \angle MAC = \frac{MC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$(3) \angle PCO = \angle BAC = 45^\circ,$$



如图

$$\text{①当} \triangle PCO \sim \triangle BAC \text{ 时, } \frac{PC}{BA} = \frac{CO}{AC}, \text{ 即 } \frac{PC}{4} = \frac{3}{3\sqrt{2}},$$

$$\text{解得 } PC = 2\sqrt{2}.$$

过 P 作 $PH \perp y$ 轴于 H 点, $\triangle PHC$ 为等腰直角三角形,

$$PH = HC = 2, \quad -3 + 2 = -1,$$

$$\therefore P(-2, -1);$$

$$\text{②当} \triangle PCO \sim \triangle CAB \text{ 时, } \frac{PC}{CA} = \frac{CO}{AB}, \text{ 即 } \frac{PC}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{4},$$

$$\text{解得 } PC = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

过 P 作 $PH \perp y$ 轴于 H 点, $\triangle PHC$ 为等腰直角三角形,

$$PH = HC = \frac{9}{4}, \quad -3 + \frac{9}{4} = -\frac{3}{4},$$

$$P\left(-\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right).$$

综上所述: 存在点 P 使得以点 O、C、P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 出 P

点的坐标 $(-2, -1), \left(-\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right).$

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用待定系数法求函数解析式; 利用勾股

定理及逆定理得出直角三角形是解题关键; 利用相似三角形的性质得出 PC

的长是解题关键，要分类讨论，以防遗漏.

25. (14 分) 如图，在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 为 AD 边上的一个动点 (与点 A 、 D 不重合)， $\angle EBM=45^\circ$ ， BE 交对角线 AC 于点 F ， BM 交对角线 AC 于点 G ，交 CD 于点 M .

- (1) 如图 1，联结 BD ，求证： $\triangle DEB \sim \triangle CGB$ ，并写出 $DE:CG$ 的值；
 (2) 联结 EG ，如图 2，若设 $AE=x$ ， $EG=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；
 (3) 当 M 为边 DC 的三等分点时，求 $S_{\triangle EGF}$ 的面积.

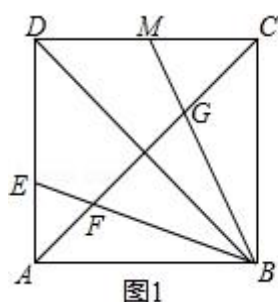


图1

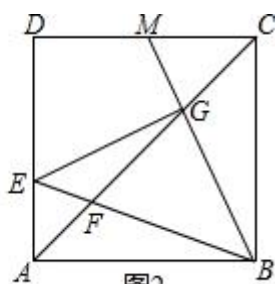


图2

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 根据正方形的性质得到 $\angle EDB = \angle GCB = 45^\circ$ ， $\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$ ，根据相似三角形的判定定理证明即可；

(2) 作 $EH \perp AC$ 于 H ，根据等腰直角三角形的性质、勾股定理和相似三角形的性质得到 y 关于 x 的函数解析式；

(3) 分 $CM = \frac{1}{3}CD$ 和 $CM = \frac{2}{3}CD$ 两种情况，根据相似三角形的性质解答即可.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle EDB = \angle GCB = 45^\circ, \angle ABD = \angle CBD = 45^\circ, \text{ 又 } \angle EBM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GBC + \angle DBM = 45^\circ, \angle EBD + \angle DBM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GBC = \angle EBD, \text{ 又 } \angle EDB = \angle GCB = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle DEB \sim \triangle CGB,$$

$$\therefore DE: CG=BD: BC=\sqrt{2};$$

(2) 如图 2, 作 $EH \perp AC$ 于 H ,

$$\text{则 } AH=EH=\frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore \triangle DEB \sim \triangle CGB,$$

$$\therefore \frac{CG}{DE} = \frac{BC}{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore CG = \frac{\sqrt{2}}{2} (6-x),$$

$$\therefore HG = AC - AH - CG = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore EG^2 = EH^2 + HG^2,$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2x^2 + 72}}{2} \quad (0 < x < 6);$$

(3) 当 $CM = \frac{1}{3}CD = 2$ 时,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{CM}{AB} = \frac{CG}{AG} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CG = \frac{3}{2}\sqrt{2},$$

$$\therefore DE = 3, \text{ 则 } AE = 3,$$

$$\therefore AH = EH = \frac{3}{2}\sqrt{2},$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AF = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore GF = AC - AF - CG = \frac{5}{2}\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle EGF} = \frac{1}{2} \times FG \times EH = \frac{15}{4},$$

当 $CM = \frac{2}{3}CD = 4$ 时,

$$\frac{CM}{AB} = \frac{CG}{AG} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CG = \frac{12}{5}\sqrt{2},$$

$$\therefore DE = \frac{24}{5}, \text{ 则 } AE = \frac{6}{5},$$

$$AH = EH = \frac{3\sqrt{2}}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore AF = \sqrt{2},$$

$$\therefore GF = AC - AF - CG = \frac{13\sqrt{2}}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle EGF} = \frac{1}{2} \times FG \times EH = \frac{39}{25}.$$

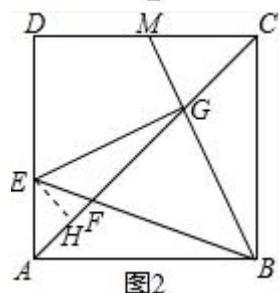


图2

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质的应用、正方形的性质的应用，正确作出辅助线、灵活运用相关的定理是解题的关键，注意分情况讨论思想的运用.