

2024 学年第二学期期中考试九年级数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共25题.
2. 试卷满分150分. 考试时间100分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列实数中, 无理数是 (▲)

(A) π ; (B) $\frac{1}{7}$; (C) $\sqrt{16}$; (D) $0.\dot{1}$.

2. 下列运算正确的是 (▲)

(A) $3a^2 - 2a^2 = 1$; (B) $(a+1)^2 = a^2 + 1$; (C) $(2a)^3 = 6a^3$; (D) $(a^3)^2 = a^6$.

3. “任意画一个三角形, 它的内角和为 360° ” 属于 (▲)

(A) 必然事件; (B) 随机事件; (C) 不可能事件; (D) 以上都不是.

4. 如果一个正多边形的内角和为 1800° , 那么这个正多边形的中心角度数是 (▲)

(A) 10; (B) 12; (C) 18; (D) 30.

5. 《孙子算经》中有一道题, 原文是: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根木头的长, 绳子还剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木头, 则木头还剩余 1 尺, 问木头长多少尺? 如果设木头长为 x 尺, 那么下列方程正确的是 (▲)

(A) $0.5(x-4.5) = x+1$; (B) $0.5(x+4.5) = x-1$; (C) $x+4.5 = 2x-1$; (D) $x-4.5 = 2x+1$.

6. 如图 1, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, $\sin B = \frac{1}{3}$, $BC=12$, M 、 N 是 BC 边上的点, $CM=BN$, 如果以 MN 为直径的圆与以 AC 为直径的圆相离, 且以 MN 为直径的圆与边 AB 有公共点, 那么 CM 的值可以是 (▲)

(A) 1; (B) $\sqrt{2}$; (C) $2\sqrt{2}$; (D) $3\sqrt{2}$.

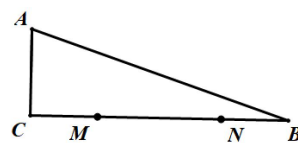


图 1

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. -2 的相反数是 ▲ .

8. 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{6} =$ ▲ .

9. 因式分解: $a^3 - 16a =$ ▲ .

10. 分式方程 $\frac{3}{x-2} = 1$ 的解是 ▲ .

11. 如果 $x=1$ 是一元二次方程 $x^2 + x + a = 0$ 的解, 那么 $a =$ ▲ .

12. 从 2, 3, 5 三个数中, 随机选取两个不同的数, 其积是偶数的概率是 ▲ .

13. 已知正比例函数 $y = \left(1 - \frac{k}{2}\right)x$, y 的值随 x 的值增大而减小, 那么 k 的值可以是 ▲ .

(写出一个符合题意的 k 的值即可)

14. 为了解学生的消防安全意识, 学校随机抽取了 22 名学生进行相关知识测试, 测试成绩如表 1 所示. 已知全校共有 900 名学生, 如果成绩不低于 95 分为“优秀”, 请估计该校学生中消防安全意识水平为“优秀”的人数是 ▲ .

成绩(单位:分)	75	80	85	90	95	100
人数	1	1	4	5	6	5

表 1

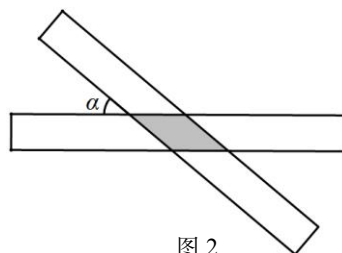


图 2

15. 如图 2, 将宽均为 1 的两张矩形纸片, 交叉放置, 形成的锐角为 α ($0 < \alpha < 90^\circ$), 那么重叠部分 (阴影部分) 的周长是 ▲ . (结果用含 α 的三角比的代数式表示)

16. 如图 3, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心, 联结 BD , 如果 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BD} =$ ▲ .

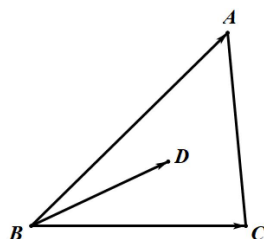


图 3

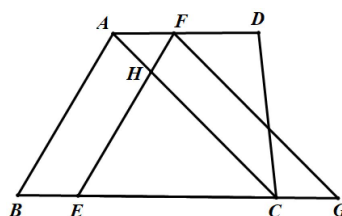


图 4

17. 如图 4, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E, F 分别是边 BC, AD 上的点, 且 $AF = BE = \frac{1}{4} BC$,

$FG \parallel AC$, 交 BC 的延长线于点 G , EF 与 AC 交于点 H , 如果 $AC - AB = a$, 那么四边形 $CGFH$ 与四边形 $ABEH$ 周长的差是 ▲ . (结果用含 a 的代数式表示)

18. 如图 5, 平行四边形 $ABCD$, $AB=2BC$, 对角线 $AC \perp BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转, 使得点 A 落在直线 CD 上的点 A' 处, 那么 $S_{\triangle A'BC}:S_{\triangle ABC}$ 的值是 ▲ .

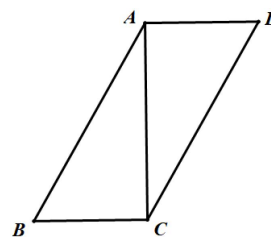


图 5

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分) 计算: $(-\sqrt{2})^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + |1-\sqrt{3}| - 2\sin 60^\circ$.

20. (本题满分 10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=2, \\ x^2-2xy-3y^2=0. \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 6), 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$) 的图像经过点 $A(k-4, 1-k)$.

- (1) 求 k 的值;
- (2) 点 B 在该反比例函数图像上 (点 B 与点 A 在不同的象限内), 联结 AB , 与 x 轴交于点 P , 且 $BP=3AP$, 求 $\angle BPO$ 的正切值.

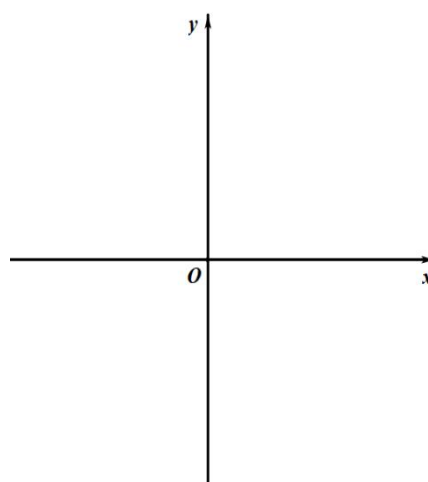


图 6

22. (本题满分 10 分)

【问题】如图 7，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ， D 是边 AB 上的点，联结 CD ， $AD=\frac{1}{3}AB$ ，求 CD 的长。

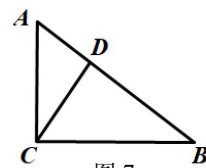


图 7

【发现】某数学兴趣小组在讨论解决上述问题的过程中，运用了如下方法：

解：如图 8，以 C 为原点， CB 、 CA 所在的直线为 x 轴、 y 轴，建立平面直角坐标系 xOy 。

过点 D 分别作 x 轴、 y 轴的垂线，垂足为点 E 、 F ，

由 DE 平行 x 轴，可得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ ，

由 $AD=\frac{1}{3}AB$ ， $BC=4$ ，可得 $DE=\frac{4}{3}$ ，

同理可得， $DF=2$ ，于是点 D 坐标是 $(\frac{4}{3}, 2)$ ，

$$\therefore CD = \sqrt{(\frac{4}{3}-0)^2 + (2-0)^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

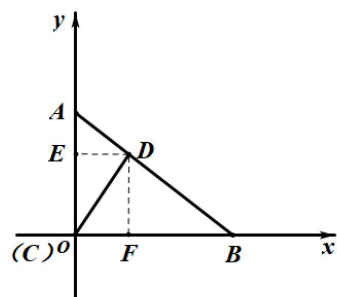


图 8

【运用】根据上述解答给你的启发，解答下面的问题：

如图 9，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上， $CD=3$ ， $CE=4$ ，联结 DE ，点 M 、 N 分别在线段 AB 、 DE 上， $AM=\frac{1}{4}AB$ ， $DN=\frac{1}{2}DE$ ，联结 MN ，求 MN 的长。

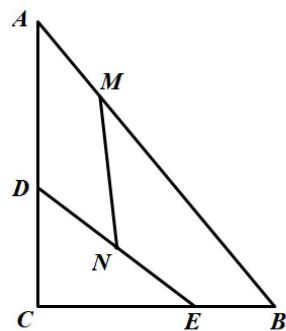


图 9

23. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 6 分, 第(2)小题满分 6 分)

如图 10, 已知平行四边形 $ABCD$, E 是 BC 延长线上一点, $BD=DE$, 且 $BD^2 = AD \cdot BE$.

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
- (2) 如果 $CE=2BC$, 求证: $CD \perp DE$.

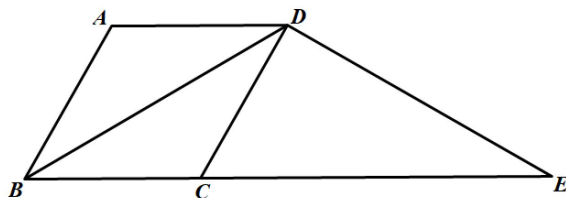


图 10

24. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题①满分 4 分, 第(2)小题②满分 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 11), 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 且 $OB = OC$.

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 将该抛物线沿射线 CB 方向平移, 点 A 、 B 的对应点分别是点 A' 、 B' , 且 $\triangle A'BB'$ 的面积比 $\triangle ABC$ 的面积大 3.

- ① 求新抛物线的对称轴方程;
- ② P 是新抛物线上一点, 如果 $\angle PB'B = \angle ACB$, 求点 P 的坐标.

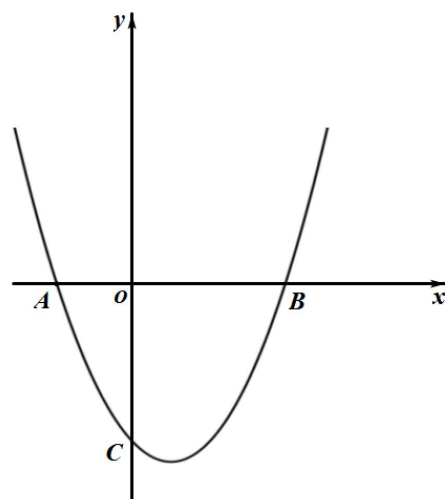


图 11

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 5 分, 第(3)小题满分 5 分)

如图 12, 已知梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle C = 45^\circ$, 以点 A 为圆心、 AB 为半径画弧, 与 BC 、 CD 分别交于点 E 、 F , 且 $\angle BAF = 90^\circ$.

(1) 如果设 $CF = 4$, $DF = 2$, 求 AB 的长;

(2) 求 $\frac{AD}{CE}$ 的值;

(3) 如果 E 是弧 $\widehat{BF}$ 的中点, 求 $\frac{DF}{FC}$ 的值.

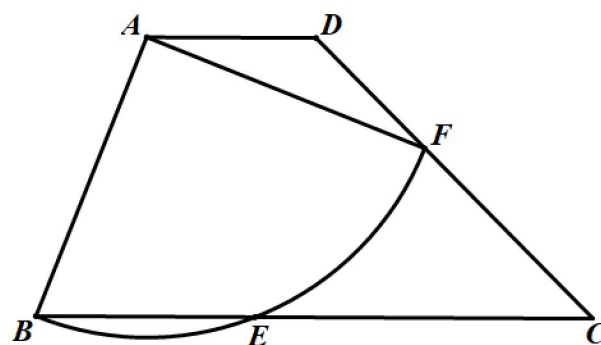


图 12