

2023 学年第二学期初三数学参考答案和评分建议
2024.4

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. C; 2. B; 3. D; 4. A; 5. C; 6. D.

二、填空题：(本大题共 12 题，满分 48 分)

7. $\frac{1}{4}$; 8. 4.5×10^4 ; 9. $x \neq 2$; 10. $x = 10$; 11. $3y^2 - 6y + 1 = 0$; 12. -9 ;

13. $\frac{1}{2}$; 14. 90; 15. $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{6}\vec{a}$; 16. $\sqrt{2}$; 17. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 18. $r = \frac{16}{5}$ 或 $4 < r < 2\sqrt{17}$.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 解：原式 $= 2 + 3 - \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) + 1$ 8 分

$$= 6 - \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}$$
 1 分

$$= 4$$
 1 分

20. 解：由②得： $(x - 2y)(x - 3y) = 0$ 2 分

$$\therefore \text{原方程组化为: } \begin{cases} x - y = 3, \\ x - 2y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y = 3, \\ x - 3y = 0. \end{cases}$$
 2 分

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{9}{2}, \\ y_2 = \frac{3}{2}. \end{cases}$$
 4 分

$$\therefore \text{原方程组解为 } \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{9}{2} \\ y_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$
 2 分

21. 解：(1) 作 $OH \perp BC$ ，垂足为点 H ，联结 OC 。

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 中， $AO = 3, OD = 5$ $\therefore BC = AD = 8$ 1 分

$\therefore$ 在 $\odot O$ 中， OH 过圆心 O ， $OH \perp BC$ $\therefore BH = CH = 4$ 1 分

$\therefore Rt\triangle OCH$ 中， $\angle OHC = 90^\circ$ $\therefore OH^2 + CH^2 = OC^2$ 1 分

$\therefore OC = OD = 5$ $\therefore OH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 1 分

$\therefore$ 平行四边形面积为 $BC \cdot OH = 8 \times 3 = 24$. 1 分

(2) 作 $CG \perp AD$ ，垂足为点 G 。

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle GCH + \angle OGC = 180^\circ$

$\therefore CG \perp AD$ $\therefore \angle OGC = 90^\circ$ $\therefore \angle GCH = 90^\circ$

$\therefore \angle OHC = 90^\circ \therefore$ 四边形 $OGCH$ 为矩形 1 分

$\therefore OH = CG = 3$ $OG = CH = 4$ $\therefore DG = 5 - 4 = 1$ 2 分

$\therefore Rt\triangle DCG$ 中， $\angle CGD = 90^\circ$ $\therefore CD = \sqrt{CG^2 + DG^2} = \sqrt{10}$ 1 分

$\therefore \sin \angle D = \frac{CG}{CD} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ 1 分

22. 解: (1) $y = 0.8x$ 3分
 (2) $0.8x = x - 80$ 2分
 $x = 400$ (符合题意) 1分

答: x 的值为 400.

(3) 由题可知:

当 $300 \leq x < 600$ 时, $x - 80 < 0.8x$, $x < 400$, $\therefore 300 \leq x < 400$; 2分

当 $600 \leq x < 900$ 时, $x - 160 < 0.8x$, $x < 800$, $\therefore 600 \leq x < 800$; 2分

$\therefore 300 \leq x < 400$ 或 $600 \leq x < 800$

答: x 的取值范围为 $300 \leq x < 400$ 或 $600 \leq x < 800$.

23. 证明: (1) $\because BD \perp AD$, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.

$\because BC \parallel AD$, $\therefore \angle ADB = \angle DBC = 90^\circ$. 1分

$\therefore \angle ABD + \angle A = 90^\circ$, $\angle C + \angle CDB = 90^\circ$.

$\because \angle C = \angle ABD$, $\therefore \angle A = \angle CDB$. 1分

$\because \angle ABD = \angle EBF$, 即 $\angle ABE + \angle EBD = \angle EBD + \angle DBF$ $\therefore \angle ABE = \angle DBF$. 1分

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DBF$, $\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BF}$. 2分

(2) $\because \frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BF}$, $\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BD}{BF}$.

又 $\because \angle ABD = \angle EBF$, $\therefore \triangle ABD \sim \triangle EBF$. 1分

$\therefore \angle A = \angle BEF$. 1分

$\because GE = GB$, $\therefore \angle BEF = \angle EBD$.

$\therefore \angle A = \angle EBD$. 1分

$\because \triangle ABE \sim \triangle DBF$, $\therefore \angle A = \angle BDF$.

$\therefore \angle EBD = \angle BDF$, $\therefore BE \parallel DC$. 1分

$\therefore \frac{GB}{BD} = \frac{GE}{EF}$ $\because GE = GB$ $\therefore BD = EF$ 1分

$\because BE \parallel DC$ BF 与 DE 不平行, $\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为梯形. 1分

$\because BD = EF$ $\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为等腰梯形 1分

24. 解: (1) 对称轴为直线 $x = -\frac{2}{2a} = 2$ $\therefore a = -\frac{1}{2}$ 2分

$\because$ 抛物线经过点 $C(0, 6)$ $\therefore c = 6$ 1分

$\therefore$ 抛物线表达式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ 1分

(2) ① 分别作 $FH \perp y$ 轴, 垂足为点 H ; 作 $FG \perp x$ 轴, 垂足为点 G .

由 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$, 可得 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$. 1分

$\because CF = DF$ $FH \perp y$ 轴 $\therefore \angle CFH = \angle DFH$

$\because FH \parallel x$ 轴 $\therefore \angle DFH = \angle FAG$ $\therefore \angle CFH = \angle FAG$. 1分

$$\text{设 } F\left(m, -\frac{1}{2}m^2 + 2m + 6\right) \quad \because \tan \angle CFH = \tan \angle FAG$$

$$\therefore \frac{CH}{FH} = \frac{FG}{AG} \quad \therefore \frac{\frac{1}{2}m^2 - 2m}{m} = \frac{-\frac{1}{2}m^2 + 2m + 6}{m+2} \quad \therefore m = 5 \quad (\text{符合要求}) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\therefore CD = 2CH = 2\left(\frac{1}{2}m^2 - 2m\right) = m^2 - 4m = 5 \quad 1 \text{ 分}$$

②分别作 $FM \perp x$ 轴，垂足为点 M ；作 $EN \perp x$ 轴，垂足为点 N 。

$$\because B(6,0), C(0,6), \quad \therefore \text{直线 } BC \text{ 的表达式为: } y = -x + 6$$

$$\text{设 } F\left(m, -\frac{1}{2}m^2 + 2m + 6\right) \quad E(n, 6-n)$$

$$\because EN \parallel FM \quad \therefore \frac{EN}{FM} = \frac{AN}{AM} \quad \therefore \frac{EN}{AN} = \frac{FM}{AM}$$

$$\therefore \frac{6-n}{n+2} = \frac{-\frac{1}{2}m^2 + 2m + 6}{m+2} = -\frac{1}{2}(m-6) \quad ① \quad 1 \text{ 分}$$

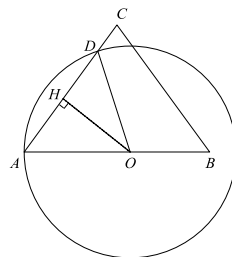
$$\because S_{\triangle ACF} = 3S_{\triangle DCE} \quad \therefore AF = 3DE \quad \because OD \parallel EN \parallel FM$$

$$\therefore AM = 3ON \quad \therefore m+2 = 3n \quad ② \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{由 } ①②, \text{ 解得 } \begin{cases} m=4 \\ n=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=-4 \\ n=-\frac{2}{3} \end{cases} \text{ (舍)}, \therefore F(4,6).$$

25. 解: (1) 过点 O 作 $OH \perp AC$ ，垂足为点 H 。

$$\because OH \text{ 过圆心}, OH \perp AD, \therefore AH = DH = \frac{1}{2}AD = 2.$$



$$\because OH \perp AC, \therefore \angle AHO = 90^\circ. \therefore \text{在 } Rt\triangle AOH \text{ 中}, \cos A = \frac{AH}{AO} = \frac{3}{5}, \therefore AO = \frac{10}{3}. \quad 1 \text{ 分}$$

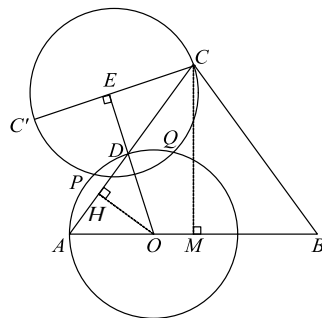
$$\because AB = 6, \therefore OB = \frac{8}{3}. \quad 1 \text{ 分}$$

$\therefore OB < AO$. $\therefore$ 点 B 在 $\odot O$ 内.

(2) 过点 C 作 $CM \perp AB$ ，垂足为点 M 。

$$\because AC = BC, CM \perp AB, \therefore AM = \frac{1}{2}AB = 3.$$

$$\because \text{在 } Rt\triangle ACM \text{ 中}, \cos \angle CAM = \frac{AM}{AC} = \frac{3}{5}, \therefore AC = 5. \quad 1 \text{ 分}$$



$$\because OA = OD, \therefore \angle CAB = \angle ODA. \text{ 又 } \because \angle ODA = \angle CDE, \therefore \angle CAB = \angle CDE.$$

$$\because \cos \angle CAB = \frac{3}{5}. \therefore \text{在 } Rt\triangle CDE \text{ 中}, \angle CED = 90^\circ, \cos \angle CDE = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{设 } DE = 3k, CD = 5k, \text{ 则 } CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = 4k. \therefore AD = 5 - 5k \quad 1 \text{ 分}$$

①两圆的交点记为 P 、 Q ，联结 PE 、 PO

$\because \odot O$ 、 $\odot E$ 相交， PQ 是公共弦， $\therefore OE$ 垂直平分 PQ ，即 $OE \perp PQ$ 。

$\because PQ$ 经过 OE 中点， $\therefore PQ$ 垂直平分 OE ， $\therefore PE = PO$ ，即 $CE = AO$ 。

1 分

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}(5-5k).$$

在 $\text{Rt}\triangle AHO$ 中， $\angle AHO = 90^\circ$ ， $\therefore \cos \angle HAO = \frac{AH}{AO} = \frac{3}{5}$ $\therefore AO = \frac{5}{6}(5-5k)$ 。

$$\therefore 4k = \frac{5}{6}(5-5k), \quad \therefore k = \frac{25}{49} \quad \therefore CD = 5k = \frac{125}{49}.$$

1 分

②由于点 A 在直线 AB 上，所以 AC' 不可能与 OB 平行。

(i) $AC' \parallel BC$ 。过点 C' 作 $C'N \perp AD$ ，垂足为点 N 。

$\because AC = CB$ ， $\therefore \angle CAB = \angle B$ 。 $\because \angle CAB + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ， $\therefore \angle ACB = 180^\circ - 2\angle CAB$ 。

$\because AC' \parallel BC$ ， $\therefore \angle C'AD = \angle ACB = 180^\circ - 2\angle CAB$ 。

$\because DE \perp CC'$ ， $CE = C'E$ ， $\therefore DC' = DC$ 。 $\therefore \angle CDE = \angle C'DE$ 。

$\because \angle C'DA + \angle C'DE + \angle CDE = 180^\circ$ ， $\therefore \angle C'DA = 180^\circ - 2\angle CDE$ 。

$\because \angle CAB = \angle CDE$ ， $\therefore \angle C'AD = \angle C'DA$ 。

$\because C'N \perp AD$ ， $\therefore ND = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}(5-5k)$ ， $\therefore CN = 5k + \frac{1}{2}(5-5k)$ 。

在 $\text{Rt}\triangle C'NC$ 中， $\angle C'NC = 90^\circ$ ， $\cos \angle C'CN = \frac{CN}{CC'} = \frac{4}{5}$ 。

$$\therefore \frac{5k + \frac{1}{2}(5-5k)}{8k} = \frac{4}{5} \quad \therefore k = \frac{25}{39} \quad \therefore CE = 4k = \frac{100}{39}.$$

3 分

(ii) $AC' \parallel OC$ 。延长 OE 交 AC' 延长线于点 F 。

$\because AC' \parallel OC$ ， $\therefore \frac{OE}{EF} = \frac{CE}{C'E} = 1$ 。 $\therefore OE = EF$ 。

$\because OD = OA = \frac{5}{6}(5-5k)$ ， $DE = 3k$ ， $\therefore OE = 3k + \frac{5}{6}(5-5k)$ 。

$\therefore EF = 3k + \frac{5}{6}(5-5k)$ 。 $\therefore DF = 6k + \frac{5}{6}(5-5k)$ 。

$$\because AC' \parallel OC, \quad \therefore \frac{OD}{DF} = \frac{CD}{AD}, \quad \therefore \frac{\frac{5}{6}(5-5k)}{6k + \frac{5}{6}(5-5k)} = \frac{5k}{5-5k},$$

$$14k^2 - 75k + 25 = 0, \quad k = \frac{5}{14} \text{ 或 } 5 \text{ (舍去)} \quad \therefore CE = 4k = \frac{10}{7}.$$

3 分

综上所述： $CE = \frac{100}{39}$ 或 $\frac{10}{7}$ 。

