

2024 学年第二学期模拟检测

初三数学试卷

(考试时间 100 分钟, 满分 150 分)

2025.4

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

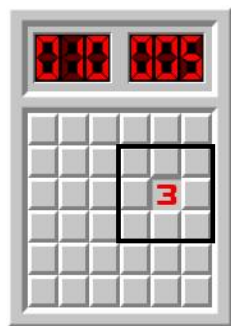
【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确的选项并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列单项式中, 与单项式 $2xy^2$ 是同类项的是 (▲)
 (A) $3x^2y$; (B) $-4xy^2$; (C) $2xy$; (D) $2yx^2$.
2. 下列运算一定正确的是 (▲)
 (A) $(ab)^2 = ab^2$; (B) $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$;
 (C) $(a^m)^2 = a^{m+2}$ (m 为正整数); (D) $a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{a^2}$ ($a \geq 0$).
3. 下列对反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像的描述, 正确的是 (▲)
 (A) 经过 $(2, 1)$; (B) 经过第一、三象限;
 (C) 在每个象限内, 函数值 y 随 x 的增大而增大; (D) 关于 y 轴对称.
4. 某厂对一个班组生产的零件进行调查. 该班组在六天中每天所出的次品数如下 (单位: 个): 0, 2, 0, 0, 3, 2. 那么该班组在六天中产出的次品数的众数、中位数分别是 (▲)
 (A) 2 个, 0 个; (B) 2 个, 1 个; (C) 0 个, 0 个; (D) 0 个, 1 个.
5. 已知: 在凸四边形 $ABCD$ 中, $BE \perp AC$, $DF \perp AC$, 垂足分别是点 E 、 F , 点 E 、 F 在线段 AC 上, $AF = CE$, $BE = DF$. 那么四边形 $ABCD$ 一定是 (▲)
 (A) 平行四边形; (B) 矩形; (C) 菱形; (D) 等腰梯形.
6. 以同一个圆的内接正三角形、正四边形、正 n 边形的边心距为三边作三角形, 若这个三角形是直角三角形, 那么 n 的值可能是 (▲)
 (A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 12.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 分解因式: $mn^2 - m = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 已知 $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$, 那么 $f(7) = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 方程组 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

第 11 题图



11. 如图是计算机中“扫雷”游戏的画面. 在一个 6×6 个方格的正方形雷区中, 随机埋藏着 10 颗地雷, 每个方格内最多只能埋藏 1 颗地雷. 小王在游戏开始时随机地点一个方格, 点击后出现了如图所示的情况. 我们把与标号 3 的方格 (此方格无地雷) 相邻的方格记为相邻区域 (框线内部), 数字 3 表示在此区域有 3 颗地雷. 那么小王点击此区域的任一方格, 遇

到地雷的概率是 ▲ .

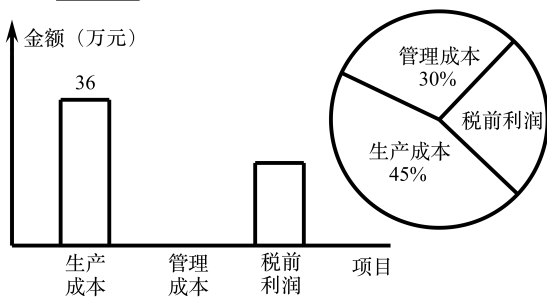
12. 利用根的判别式判断方程 $2x^2 - mx - 2 = 0$ (m 为常数) 的根的情况是 ▲ .

13. 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与 y 轴的交点在 x 轴下方且函数值 y 随着 x 的增大而减小, 那么这条直线的表达式是 ▲ . (写出一种情况即可)

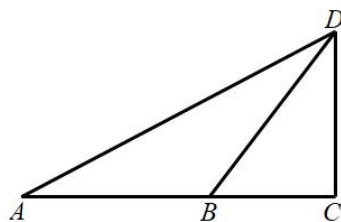
14. 某企业 10 月份的产值的分配, 画成不完整的扇形图和条形图如图所示. 那么该企业的税前利润是 ▲ 万元.

15. 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 联结 CD , 设 $CA = a$, $CD = b$, 那么向量 AB 用向量 a, b 表示为 ▲ .

16. 圆 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $OM \perp AB$, $ON \perp AC$, 垂足分别是点 M, N , 如果 $BC = 3$, 那么 $MN =$ ▲ .



第 14 题图



第 17 题图

17. 如图, 小海想测量塔 CD 的高度, 塔在围墙内, 小海只能在围墙外测量. 这时无法测得观测点到塔的底部 C 的距离, 于是小海在观测点 A 处仰望塔顶, 测得仰角为 α , 再往塔的方向前进 m ($m > 0$) 米至观测点 B 处, 测得塔顶的仰角为 β ($\beta > \alpha > 0$), 点 A, B, C 在一直线上, 小海测得塔的高度为 ▲ 米 (小海的身高忽略不计, 用含 α, β 的三角比和 m 的式子表示).

18. 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, $\triangle ABC$ 重心为点 G , 直线 l 经过边 AB 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle DEF$ (点 A, B, C 分别与点 D, E, F 对应), $\triangle DEF$ 的重心点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部. 若点 P 到 AB 的距离与点 G 到 AB 的距离相等, 那么 D 到直线 l 的距离为 ▲ .

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题共 10 分)

计算: $|\sqrt{3} - 2| - 27^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

20. (本题共 10 分)

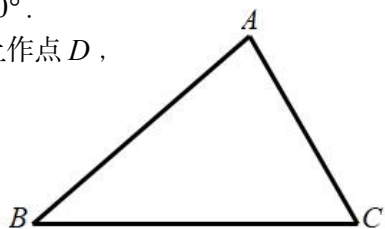
解方程: $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} = 2$.

21. (本题共 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 6$, $AC = 4$, $\angle C = 60^\circ$.

(1) 尺规作图: 请用无刻度的直尺和圆规, 在线段 AB 上作点 D , 使得 $DB = DC$ (要求: 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 求 AD 的长.

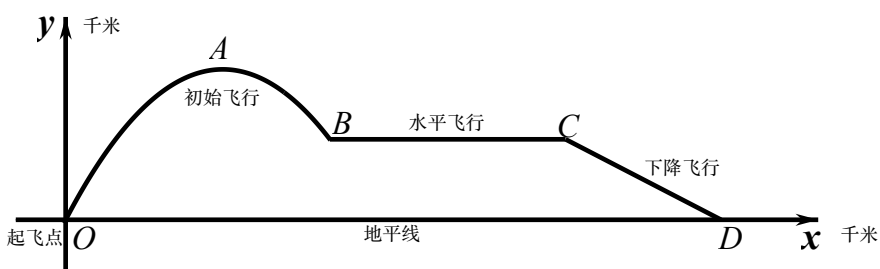


第 21 题图

22. (本题共 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

请根据以下素材, 完成探究任务.

飞行汽车	
背景	飞行汽车是一种结合了传统汽车和飞行器功能的交通工具, 旨在实现地面行驶与空中飞行的双重模式. 它被视为未来城市交通的重要解决方案之一, 尤其在缓解交通拥堵和拓展三维交通空间方面具有潜力.
建模	某数学小组运用信息技术模拟飞行汽车飞行过程. 如图, 以飞行汽车的地面起飞点为原点 O , 地平线为 x 轴, 垂直于地面的直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 它在起飞后的初始飞行路径呈现抛物线形状, 当飞行汽车到达抛物线最高点 A 后下降到点 B . 此时点 B 距离地面 0.3 千米, 保持这个高度以 100 千米/时的速度水平飞行一定距离后到达点 C , 切换到直线下降飞行模式降落至地面点 D . 得到抛物线 $y = ax^2 + 2x$ ($a < 0$)、直线 $y = 0.3$ 和直线 $y = -0.4x + b$.
任务	(1) 若仪表监测到水平飞行时间为 0.09 小时, 此时点 C 距离起飞点 O 的水平距离为 10 千米, 求 a 和 b 的值;
	(2) 若飞行汽车在最高点 A 时, 距离起飞点 O 的水平距离为 0.4 千米. 水平飞行了 t ($0.08 \leq t \leq 0.1$) 小时到达点 C 后降落, 求 b 的取值范围.



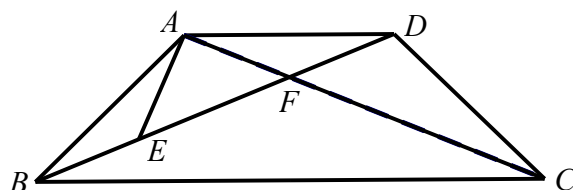
第 22 题图

23. (本题共 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图, 已知在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD < BC$, 联结 AC 、 BD 交于点 F , E 为 BF 上一点, $\angle AED = \angle ABC$.

(1) 求证: $AB^2 = BE \cdot BD$;

(2) 若 $BE = DF$, 求证: $AB = AD$.



第 23 题图

24. (本题共 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

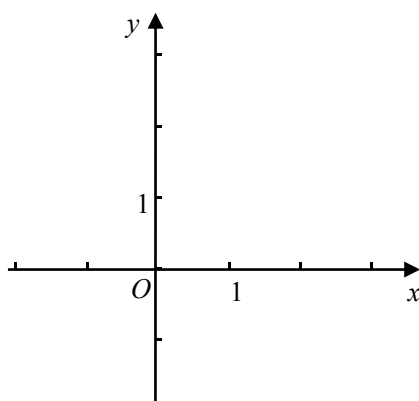
如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $C(m, -1)$ 在直线 $y = -x + 2$ 上, 已知抛物线 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 1$ (k 为常数), 抛物线与 x 轴的两个交点为点 E 、点 F (其中点 E 在点 F 左侧), 顶点为 D .

(1) 若抛物线经过点 C , 求抛物线的表达式;

(2) 求证: $\triangle DEF$ 的面积是一个定值, 并求出这个值;

(3) 已知点 $N\left(\frac{3}{5}, 0\right)$, 抛物线的顶点 D 恰好落在 $\angle CNO$ 的平分线上, 点 G 在抛物线上,

若四边形 $DEGF$ 为梯形, 求点 G 的坐标.



第 24 题图

25. (本题共 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

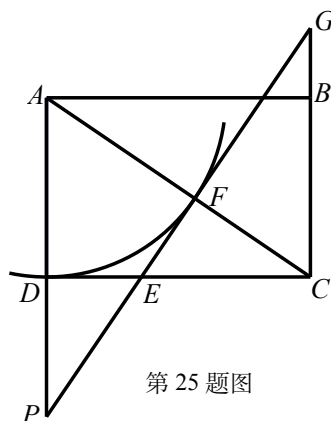
已知: 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与以 A 为圆心 AD 为半径的圆弧相交于点 F , 过点 F 作 AC 的垂线分别与直线 BC 、 AD 、 CD 交于点 G 、 P 、 E .

(1) 当点 G 在边 CB 延长线上时, 如图所示.

①联结 AE , 与 DF 交于点 M , 求证: $DM = MF$;

②若 $GB:CG = 1:10$, 求 $AB:AD$ 的比值;

(2) 联结 AG , 若 $\triangle PAG$ 为等腰三角形, 求 $\tan^2 \angle ACD$ 的值.



第 25 题图