

九年级第二学期数学自适应练习 (2024.4)

参考答案及评分说明

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (D); 2. (C); 3. (B); 4. (A); 5. (C); 6. (D).

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. $9a^6$; 8. $x=3$; 9. $-2 < x < \frac{1}{2}$;
10. $k < 1$; 11. 150; 12. $\frac{3}{4}$;
13. $-\frac{3}{2}$; 14. $(2, 3)$; 15. 27;
16. $\frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b$; 17. $\frac{8}{5}, \frac{8}{3}$ (或 $\frac{32}{5}, \frac{32}{3}$); 18. $4 - \frac{\sqrt{6}}{4}$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 其中第 19---22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. 解: 原式 $= -4 + 2\sqrt{2} + 16 - (2 + \sqrt{2})$

$$= 10 + \sqrt{2}.$$

20. 解: $\frac{6x}{(x+3)(x-3)} + \frac{x}{x+3} = 2.$

去分母, 得 $6x + x(x-3) = 2(x+3)(x-3).$

化简, 得 $x^2 - 3x - 18 = 0.$

解得 $x_1 = -3, x_2 = 6.$

经检验: $x_2 = 6$ 是原方程的根, $x_1 = -3$ 是增根, 舍去.

所以, 原方程的解为 $x = 6.$

21. 解: (1) $\because AB = AD, \therefore \angle B = \angle ADB.$

$\because \angle ADB = \angle DAC + \angle C, \therefore \angle B = \angle DAC + \angle C.$

$\because \angle B = 2\angle C, \therefore \angle DAC = \angle C.$

$\therefore CD = AD = 13.$

$\because BC = 23, \therefore BD = 10.$

(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H .

$\because AB = AD, AH \perp BC, \therefore BH = DH = 5. \therefore CH = 18.$

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, 由勾股定理可得 $AH = 12$.

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中, $\tan C = \frac{AH}{HC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$

22. 解: 设乙外卖平台外卖员小王的月送单天数是 x 天.

由信息一和信息二可列方程 $(50 + 61 \times 6)x - 320 = 8832.$

解得 $x = 22.$

所以, 乙外卖平台外卖员小王的月送单天数是 22 天.

即这两个外卖平台每个月的月送单天数都是 22 天.

由信息四可得 甲外卖平台外卖员小张的日均送单数:

$$\bar{x}_{\text{小张日均送单数}} = \frac{54 \times 2 + 58 \times 2 + 60 \times 6 + 62 \times 3 + 65 \times 2}{2 + 2 + 6 + 3 + 2} = 60.$$

小张的月均违规送单数:

$$\bar{x}_{\text{小张月均违规送单数}} = \frac{9 \times 2 + 10 + 11 + 12 \times 3 + 13 \times 2 + 14 \times 2 + 15}{2 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2 + 1} = 12.$$

由信息三可知 小张在甲外卖平台月均工资收入是 $22 \times (70 + 60 \times 5.5) - 12 \times 10 = 8680$ 元.

由信息一可知 小张若在乙外卖平台月均工资收入是 $22 \times (50 + 60 \times 6) - 12 \times 32 = 8636$ 元.

由 $8636 < 8680$, 可决策小张不需要跳槽.

23. 证明: (1) $\because AB \parallel CD, \therefore \frac{FE}{EC} = \frac{AE}{ED}.$

$$\because \frac{FA}{AB} = \frac{AE}{ED}, \therefore \frac{FE}{EC} = \frac{FA}{AB}. \therefore AD \parallel BC.$$

又 $\because AB \parallel CD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

$$(2) \because FC^2 = FD \cdot FG, \therefore \frac{FD}{FC} = \frac{FC}{FG}.$$

$$\because \angle DFC = \angle CFG, \therefore \triangle DFC \sim \triangle CFG.$$

$$\therefore \angle FCD = \angle G.$$

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BFC = \angle FCD, \angle B = \angle DCG. \therefore \angle BFC = \angle G.$$

$$\therefore \triangle BFC \sim \triangle CGD.$$

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{BF}{CG}. \therefore BC \cdot CG = BF \cdot CD.$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 为平行四边形}, \therefore AD = BC.$$

$$\therefore AD \cdot CG = BF \cdot CD.$$

24. 解: (1) 由抛物线的顶点 $P(4,3)$, 可得抛物线的表达式为 $y = a(x-4)^2 + 3$.

过点 P 作 $PH \perp AB$, 垂足为 H . 由抛物线的对称性可得 $PA = PB$.

$\because \angle APB = 90^\circ$, $\therefore AH = BH = PH = 3$. 可得点 A 的坐标为 $(1,0)$.

把 $A(1,0)$ 代入 $y = a(x-4)^2 + 3$, 得 $a = -\frac{1}{3}$.

所以, 抛物线的表达式是 $y = -\frac{1}{3}(x-4)^2 + 3$.

(2) 由抛物线的顶点 $P(m,n)$, 同理可得点 $A(m-n,0)$.

把 $A(m-n,0)$ 代入 $y = a(x-m)^2 + n$,

得 $0 = a(m-n-m)^2 + n$,

化简得 $n(an+1) = 0$.

$\because$ 点 P 在第一象限, $\therefore n \neq 0$. $\therefore an+1 = 0$.

(3) 由点 P 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上, 可设点 $P(2n,n)$, 得 $A(n,0)$, $B(3n,0)$.

可得直线 AP 的表达式为 $y = x - n$, $BP = AP = \sqrt{2}n$, $AB = 2n$.

$\because$ 直线 MN 的表达式为 $y = x + \frac{n}{2}$, $\therefore AP \parallel MN$.

记直线 MN 与 x 轴的交点为 G , 可得点 G 的坐标为 $(-\frac{n}{2}, 0)$. $\therefore AG = \frac{3}{2}n$.

延长 BP 交 MN 于点 Q , 联结 PM . 得 $\angle PQM = 90^\circ$, $MP = BP = \sqrt{2}n$, $MN = 2MQ$.

由 $AP \parallel MN$, 可得 $\frac{BP}{PQ} = \frac{AB}{AG}$,

得 $\frac{\sqrt{2}n}{PQ} = \frac{2n}{\frac{3}{2}n}$, 解得 $PQ = \frac{3\sqrt{2}}{4}n$.

在 $Rt\triangle PMQ$ 中, 由勾股定理得 $MQ = \frac{\sqrt{14}}{4}n$. 可得 $MN = \frac{\sqrt{14}}{2}n$.

$\because an+1 = 0$, $\therefore a = -\frac{1}{n}$.

$\therefore MN = -\frac{\sqrt{14}}{2a}$.

25. 解: (1) $\because CD = CF$, $\therefore \angle CDF = \angle CFD$.

由已知 $\angle BCD$ 是旋转角, 得 $\angle BCD = \angle DCF$.

$\because AD \parallel BC$, 点 F 在 AD 的延长线上, $\therefore DF \parallel BC$.

得 $\angle BCD = \angle CDF$.

$\therefore \angle DFC = \angle CDF = \angle DCF$. $\therefore \triangle CDF$ 为等边三角形. $\angle BCD = 60^\circ$.

(2) ①分别联结 AC 、 EC 、 BD , 过点 D 作 $DP \perp BC$, 垂足为点 P .

易证四边形 $ABPD$ 为矩形. 得 $BP = AD = x$, $PC = 6 - x$.

在 $\text{Rt}\triangle DPC$ 中, 由勾股定理得 $DP = \sqrt{12x - x^2}$. $\therefore AB = \sqrt{12x - x^2}$.

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, 由勾股定理得 $BD = \sqrt{12x}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AC = \sqrt{12x - x^2 + 36}$.

由梯形 $ABCD$ 绕点 C 按顺时针方向旋转得梯形 $EDCF$, 可得 $\angle ACE = \angle BCD$, $AC = EC$.

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{CE} \therefore \triangle BCD \sim \triangle ACE.$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AE} \therefore \frac{6}{\sqrt{12x - x^2 + 36}} = \frac{\sqrt{12x}}{y} \therefore y = \frac{\sqrt{36x^2 - 3x^3 + 108x}}{3}.$$

②以线段 BD 、 AE 为边的正多边形是双同正多边形.

由 $\angle BCF$ 是一个正多边形的中心角, 且 $\angle BCF = 2\angle BCD$, 可得 $\angle BCD$ 也是一个正多边形的中心角.

$\because CB = CD$, $\therefore$ 点 C 在线段 BD 的中垂线上. 同理可得点 C 在线段 AE 的中垂线上.

由两条不同的中垂线相交于点 C , 可知点 C 同时为以线段 BD 、 AE 为边的正多边形的中心.

由 $\angle ACE = \angle BCD$, 可得边数也相同.

所以, 以线段 BD 、 AE 为边的正多边形有相同的中心 C , 且边数也相同,

即 它们是双同正多边形.

由两个正多边形的面积比是 $4:5$, 可得 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACE$ 的面积比是 $4:5$.

$$\text{相似比是 } 2:\sqrt{5}. \text{ 即 } \frac{BC}{AC} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{6}{\sqrt{12x - x^2 + 36}} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ 解得 } x = 6 \pm 3\sqrt{3}.$$

$\because AD < BC$, $\therefore x = 6 - 3\sqrt{3}$. 可得 $\angle BCD = 30^\circ$. 所以双同正多边形的边数为 12.