

上海市沪教版宝山区初三数学二模卷

考生注意：

1. 本试卷共25题.
2. 试卷满分150分. 考试时间100分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 (▲)
(A) $x > 0$; (B) $x \geq 0$; (C) $x > 1$; (D) $x \geq 1$.
2. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么实数 m 的值是 (▲)
(A) -1 ; (B) $-\frac{1}{4}$; (C) $\frac{1}{4}$; (D) 1 .
3. 下列函数中, y 的值随 x 值的增大而减小的是 (▲)
(A) $y = 2x^2 + 1$; (B) $y = -2x^2 + 1$; (C) $y = x + 1$; (D) $y = -x + 1$.
4. 先后两次抛掷同一枚质地均匀的硬币, 两次都是正面向上的概率是 (▲)
(A) $\frac{1}{4}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $\frac{1}{6}$.
5. 上海发布微信公众号可查询到上海市实时空气质量状况. 下面是三月某一连续七天的空气质量指数(AQI): 28, 26, 26, 37, 33, 40, 117, 这组数据的下列统计量中, 能比较客观地反映这一周空气质量平均水平的是 (▲)
(A) 平均数; (B) 中位数; (C) 众数; (D) 方差.
6. 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $\tan B = \frac{1}{2}$, 如果以点 C 为圆心, 半径为 R 的 $\odot C$ 与线段 AB 有两个交点, 那么 $\odot C$ 的半径 R 的取值范围是 (▲)
(A) $2 < R \leq \sqrt{5}$; (B) $2 \leq R \leq \sqrt{5}$;
(C) $\sqrt{5} \leq R \leq 2\sqrt{5}$; (D) $0 < R \leq \sqrt{5}$.

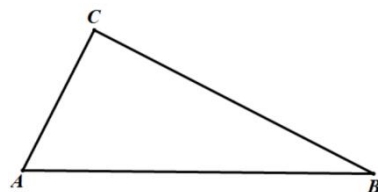


图 1

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 计算: $a^6 \div a^2 = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

8. 因式分解: $m^2 - 3m = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

9. 不等式 $\frac{x-1}{2} < 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

10. 方程 $\sqrt{2-x} = -x$ 的解是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

11. 我国天文学家算出了仙女星系“体重”. 仙女星系是距离银河系最近的大型漩涡星系, 是研究星系形成和演化的绝佳案例. 计算得到仙女星系质量约为 11400 亿倍太阳质量. 把数据 11400 亿用科学记数法表示应是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

12. 某厂生产了 1000 只灯泡. 为了解这 1000 只灯泡的使用寿命, 从中随机抽取了 50 只灯泡进行检测, 结果有 28 只灯泡的使用寿命超过了 2500 小时, 那么估计这 1000 只灯泡中使用寿命超过 2500 小时的灯泡的数量为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 只.

13. 《孙子算经》记载了这样一个题目: 今有木, 不知长短. 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺. 木长几何? 其大意是: 用一根绳子去量一根长木, 绳子还剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量长木, 长木多出 1 尺. 那么长木的长度为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 尺.

14. 如图 2, 街心花园有 A 、 B 、 C 三座小亭子, A 、 C 两亭被池塘隔开, A 、 B 、 C 三亭所在的点不共线. 设 AB 、 BC 的中点分别为 M 、 N . 如果 $MN=3$ 米, 那么 $AC=\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 米.

15. 如图 3, 正六边形 $ABCDEF$, 连接 OE 、 OD , 如果 $\overrightarrow{OD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OE} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

16. 为传承海派文化, 社区准备举办沪剧爱好者观摩演出活动. 把某场馆的一个正方形区域改造成一个由矩形和半圆形组成的活动场地 (如图 4), 矩形 $ABCD$ 是观众观演区, 阴影部分是舞台, CD 是半圆 O 的直径, 弦 EF 与 CD 平行. 已知 EF 长 8 米, 舞台区域最大深度为 2 米, 如果每平方米最多可以坐 3 名观众, 那么观演区可容纳 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 名观众.

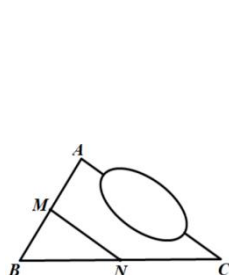


图 2

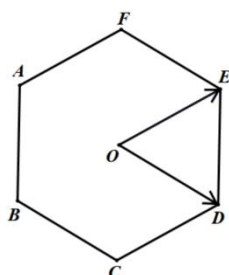


图 3

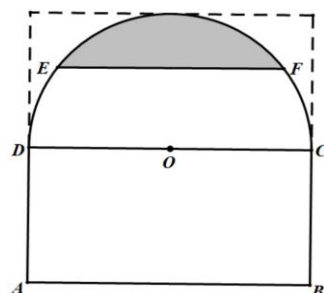


图 4

17. 如图 5, 边长分别为 5, 3, 2 的三个正方形拼接在一起, 它们的一边在同一直线上, 那

么图中阴影三角形①和②的面积之比 $\frac{S_1}{S_2}$ 的比值为_____.

18. 如图 6, 菱形 $ABCD$ 的边长为 5, $\cos B = \frac{4}{5}$, E 是边 CD 上一点 (不与点 C 、 D 重合), 把 $\triangle ADE$ 沿着直线 AE 翻折, 如果点 D 落在菱形一条边的延长线上, 那么 CE 的长为_____.

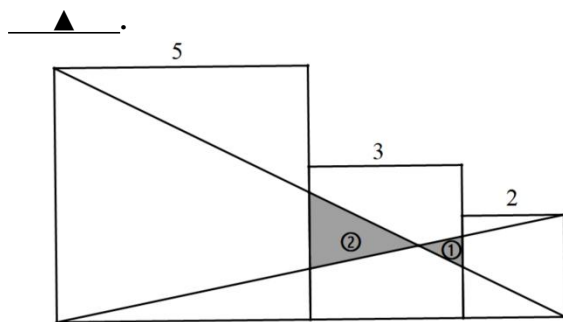


图 5

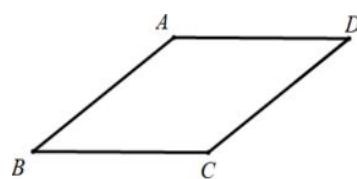


图 6

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分) 计算: $8^{\frac{2}{3}} - (\sqrt{2} - 1)^{-1} - |\sqrt{8} - 3|$.

20. (本题满分 10 分) 解方程: $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{2x} + 1$.

21. (本题满分 10 分, 第(1)小题满分 5 分, 第(2)小题满分 5 分)

如图 7, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像交于点 $C(2, m)$.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 过点 C 作 x 轴的平行线 l , 如果点 D 在直线 l 上, 且 $CD=3$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

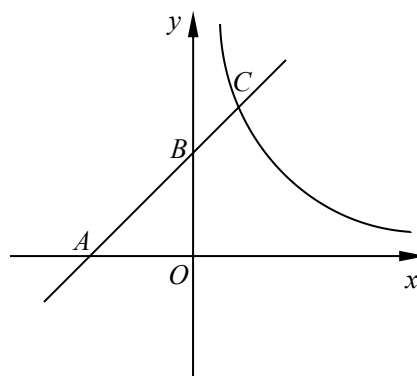


图 7

22. (本题满分 10 分)

小明家院内靠墙安装了一个遮阳篷 (如图 8), 图 9 是它的侧面示意图, 遮阳篷长 $AC = 6$ 米, 与水平面的夹角为 17.5° , 靠墙端 A 离地高度 $AB = 5$ 米, 已知该地区冬至正午太阳光照入射角 $\angle CDF = 36.9^\circ$, 夏至正午太阳光照入射角 $\angle CEF = 82.4^\circ$, 因此, 点 D 、 E 之间的区域是一年四季中阳光不一定照射到的区域, 求该区域深度 DE 的长. (结果精确到 0.1 米)

参考数据: $\sin 17.5^\circ \approx 0.3$, $\cos 17.5^\circ \approx 0.95$, $\tan 17.5^\circ \approx 0.32$;
 $\sin 36.9^\circ \approx 0.6$, $\cos 36.9^\circ \approx 0.8$, $\tan 36.9^\circ \approx 0.75$;
 $\sin 82.4^\circ \approx 0.99$, $\cos 82.4^\circ \approx 0.13$, $\tan 82.4^\circ \approx 7.5$.



图 8

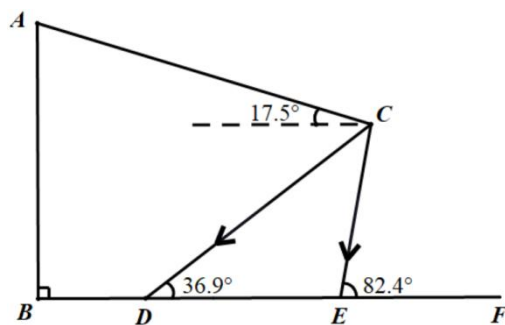


图 9

23. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 6 分, 第(2)小题满分 6 分)

如图 10, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为点 E , 联结 AC 、 DO , 延长 DO 交 AC 于点 F .

- (1) 求证: $AF^2 = OF \cdot DF$;
- (2) 如果 $CD = 8$, $BE = 2$, 求 OF 的长.

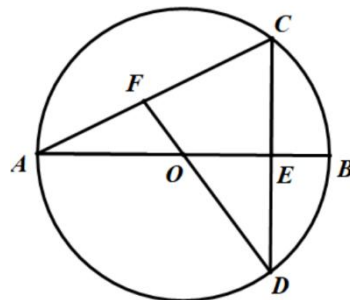


图 10

24. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 4 分,第(2)小题满分 4 分, 第(3)小题满分 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 11), 已知开口向下的抛物线 $y = ax^2 - 2x + 4$ 经过点 $P(0, 4)$, 顶点为 A .

(1) 求直线 PA 的表达式;

(2) 如果将 $\triangle POA$ 绕点 O 逆时针旋转 90° , 点 A 落在抛物线上的点 Q 处, 求抛物线的表达式;

(3) 将 (2) 中得到的抛物线沿射线 PA 平移, 平移后抛物线的顶点为 B , 与 y 轴交于点 C . 如果 $PC = \sqrt{2}AB$, 求 $\tan \angle PBC$ 的值.

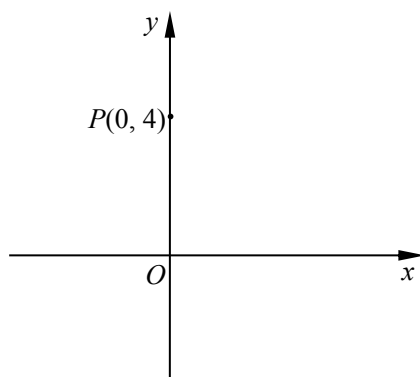


图 11

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题①满分 4 分, 第(1)小题②满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分)

已知 AB 是半圆 O 的直径, C 是半圆 O 上不与 A 、 B 重合的点, 将弧 AC 沿直线 AC 翻折, 翻折所得的弧交直径 AB 于点 D , E 是点 D 关于直线 AC 的对称点.

(1) 如图 12, 点 D 恰好落在点 O 处.

① 用尺规作图在图 12 中作出点 E (保留作图痕迹),

联结 AE 、 CE 、 CD , 求证: 四边形 $ADCE$ 是菱形;

② 联结 BE , 与 AC 、 CD 分别交于点 F 、 G , 求 $\frac{FG}{BE}$ 的值;

(2) 如果 $AB = 10$, $OD = 1$, 求折痕 AC 的长.

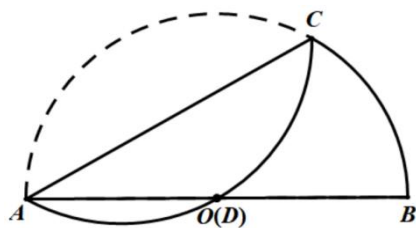
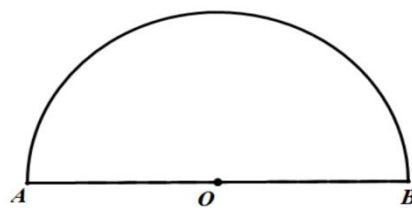


图 12



备用图