

2022 年上海市青浦区中考数学适应性试卷 (6 月份)

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题 (本大题共 6 小题, 共 24 分)

1. 下列实数中, 无理数是()

- A. 0 B. π C. $\sqrt{9}$ D. 0.313113111

2. 下列计算正确的是()

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $(3a)^2 = 6a^2$
C. $6a^6 \div 2a^2 = 3a^3$ D. $a^2 \cdot (-a^4) = -a^6$

3. 下列对二次函数 $y = -(x + 1)^2 - 3$ 的图象描述不正确的是()

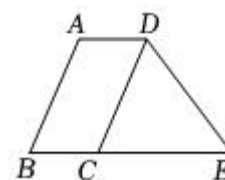
- A. 开口向下
B. 顶点坐标为 $(-1, -3)$
C. 与 y 轴相交于点 $(0, -3)$
D. 当 $x > -1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小

4. 一组数据: 3, 4, 4, 5, 如果再添加一个数据 4, 那么会发生变化的统计量是()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

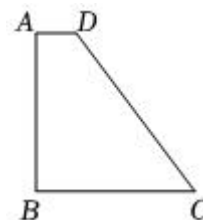
5. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 延长 BC 至点 E , 使 $CE = 2BC$,

联结 DE , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE}$ 可表示为()



- A. $\vec{a} + 2\vec{b}$ B. $\vec{a} - 2\vec{b}$ C. $-\vec{a} + 2\vec{b}$ D. $-\vec{a} - 2\vec{b}$

6. 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 4$, $AD = 1$ (如图). 点 O 是边 CD 上一点, 如果以 O 为圆心, OD 为半径的圆与边 BC 有交点, 那么 OD 的取值范围是()



- A. $2 \leq OD \leq 5$ B. $\frac{20}{9} \leq OD \leq \frac{5}{2}$
C. $\frac{20}{9} \leq OD \leq \frac{85}{26}$ D. $\frac{20}{9} \leq OD \leq \frac{95}{26}$

二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 48 分)

7. 因式分解: $a^2 - 2a =$ _____.

8. 计算: $\frac{2n^3}{m} \cdot \frac{m}{n} =$ _____.

9. 方程 $\sqrt{x-2} = 3$ 的根是_____.

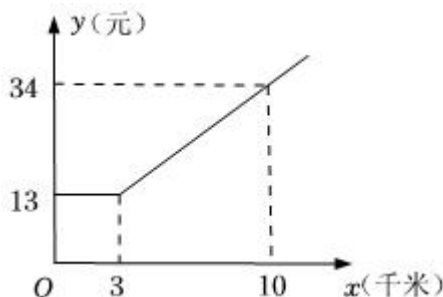
10. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的定义域是_____.

11. 如果关于 x 的方程 $2x^2 + 3x - k = 0$ 没有实数根, 那么 k 的取值范围是_____.

12. 如果随意把各面分别写有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的骰子抛到桌面上, 那么正面朝上的数字是素数的概率是_____.

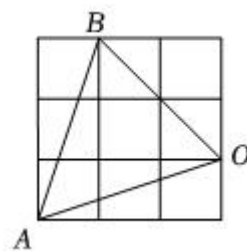
13. 为了解某区六年级 8000 名学生中会游泳的学生人数, 随机调查了其中 500 名学生, 结果有 200 名学生会游泳, 那么估计该区会游泳的六年级学生人数为_____.

14. 图中反映某网约车平台收费 y (元) 与所行驶的路程 S (千米) 的函数关系, 根据图中的信息, 当小明通过该网约车从家到机场共收费 64 元, 若车速始终保持 60km/h , 不考虑其它因素 (红绿灯、堵车等), 他从家到机场需要_____小时.



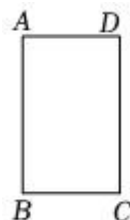
15. 正八边形的中心角等于_____度.

16. 如图, 在边长相同的小正方形组成的网格中, 点 A 、 B 、 O 都在这些小正方形的顶点上, 那么 $\cos \angle AOB$ 的值为_____.



17. 设 a , b 是任意两个实数, 用 $\max\{a, b\}$ 表示 a , b 两数中较大者, 例如: $\max\{-2, -2\} = -2$, $\max\{-1, 2\} = 2$, $\max\{3, 2\} = 3$. 参照上面的材料, 如果 $\max\{-2x + 1, -x + 2\} = -x + 2$, 那么 x 的取值范围是_____.

18. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 3$ (如图). 将矩形 $ABCD$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到矩形 $EBFG$, 点 A 的对应点为点 E , 且在边 CD 上, 如果联结 CG , 那么 CG 的长为_____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

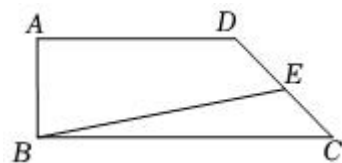
19. 计算: $4^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - |\sqrt{5}-3| - (\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1}$.

20. 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{3}{x-2}$.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2$, $AD = 4$, $\tan \angle C = 1$, 点 E 是 CD 的中点, 联结 BE .

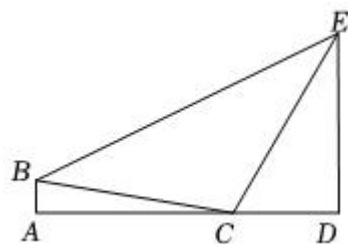
(1) 求线段 BC 的长;

(2) 求 $\angle EBC$ 的正切值.



22. 如图, 斜坡 BC 的坡度为 $1:6$, 坡顶 B 到水平地面 (AD) 的距离 AB 为 3 米, 在 B 处、 C 处分别测得 ED 顶部点 E 的仰角为 26.6° 和 56.3° , 点 A 、 C 、 D 在一直线上, 求 DE ($DE \perp AD$) 的高度 (精确到 1 米).

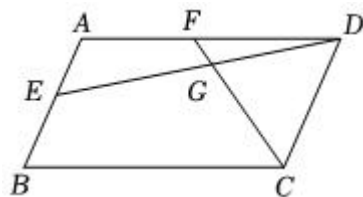
(参考数据: $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$, $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$, $\tan 26.6^\circ \approx 0.5$, $\sin 56.3^\circ \approx 0.83$, $\cos 56.3^\circ \approx 0.55$, $\tan 56.3^\circ \approx 1.5$)



23. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AD 上, DE 与 CF 相交于点 G . $CD^2 = CG \cdot CF$, $\angle AED = \angle CFD$.

(1) 求证: $AB = CD$;

(2) 延长 AD 至点 M , 联结 CM , 当 $CF = CM$ 时, 求证: $EA \cdot AB = AD \cdot MD$.

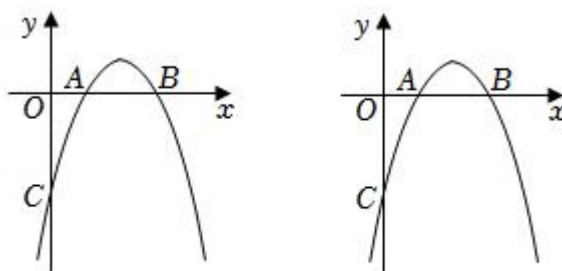


24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和点 $B(3,0)$ ，与 y 轴交于点 C .

(1)求该抛物线的表达式及点 C 的坐标；

(2)点 P 为抛物线上一点，且在 x 轴下方，联结 PA .当 $\angle PAB = \angle ACO$ 时，求点 P 的坐标；

(3)在(2)的条件下，将抛物线沿平行于 y 轴的方向平移，平移后点 P 的对应点为点 Q ，当 AQ 平分 $\angle PAC$ 时，求抛物线平移的距离.



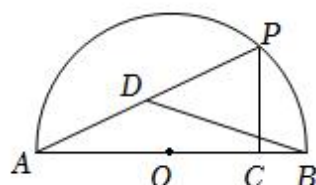
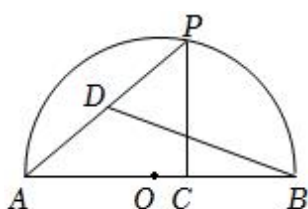
备用图

25. 如图， AB 是半圆 O 的直径， $AB = 2$ ， P 是半圆 O 上一动点， $PC \perp AB$ ，垂足为点 C ， D 是 AP 的中点，联结 BD .

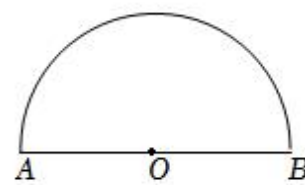
(1)当 $AC = \frac{6}{5}$ 时，求线段 AP 的长；

(2)设 $BC = x$ ， $\tan \angle ABD = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式；

(3)设 PC 与 BD 交于点 E ，当 $CE:PE = 1:4$ 时，求 $\widehat{AP}:\widehat{BP}$ 的值.



备用图



备用图

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：A、0是整数，属于有理数，故此选项不符合题意；

B、 π 是无理数，故此选项符合题意；

C、 $\sqrt{9} = 3$ ，3是整数，属于有理数，故此选项不符合题意；

D、0.313113111是有限小数，属于有理数，故此选项不符合题意。

故选：B。

分别根据无理数、有理数的定义即可判定选择项。

此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数是无理数。如 π ， $\sqrt{6}$ ，0.8080080008... (每两个8之间依次多1个0)等形式。

2. 【答案】D

【解析】解： $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故选项A错误，不符合题意；

$(3a)^2 = 9a^2$ ，故选项B错误，不符合题意；

$6a^6 \div 2a^2 = 3a^4$ ，故选项C错误，不符合题意；

$a^2 \cdot (-a^4) = -a^6$ ，故选项D正确，符合题意；

故选：D。

计算出各个选项中式子的正确结果，即可判断哪个选项符合题意。

本题考查整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键。

3. 【答案】C

【解析】解：A、 $\because a = -1 < 0$ ，

$\therefore$ 抛物线的开口向下，正确，不合题意；

B、抛物线的顶点坐标是 $(-1, 3)$ ，故本小题正确，不合题意；

C、令 $x = 0$ ，则 $y = -1 - 3 = -4$ ，

所以抛物线与y轴的交点坐标是 $(0, -4)$ ，故不正确，符合题意；

D、抛物线的开口向下，对称轴为直线 $x = -1$ ，

$\therefore$ 当 $x > -1$ 时，函数值y随x的增大而减小，故本小题正确，不合题意；

故选：C。

根据二次函数的性质对各小题分析判断即可得解。

本题考查了二次函数的性质，主要利用了抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标，与y轴的

交点，掌握其性质是解决此题关键.

4. 【答案】 D

【解析】解：原数据的 3, 4, 5, 4 的平均数为 $\frac{3+4+5+4}{4} = 4$ ，中位数为 4，众数为 4，方差为 $\frac{1}{4} \times [(3-4)^2 + (4-4)^2 \times 2 + (5-4)^2] = 0.5$;

新数据 3, 4, 4, 4, 5 的平均数为 $\frac{3+4+4+4+5}{5} = 4$ ，中位数为 4，众数为 4，方差为 $\frac{1}{5} \times [(3-4)^2 + (4-4)^2 \times 3 + (5-4)^2] = 0.4$;

故选：D.

依据的定义和公式分别计算新旧两组数据的平均数、中位数、众数、方差求解即可.

本题主要考查的是众数、中位数、方差、平均数，熟练掌握相关概念和公式是解题的关键.

5. 【答案】 A

【解析】解：∵ 四边形 ABCD 为平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AB = CD,$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \vec{b}, \overrightarrow{DC} = \vec{a},$$

$$\therefore CE = 2BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{CE} = 2\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = \vec{a} + 2\vec{b}.$$

故选：A.

由平面向量和平行四边形的性质可得 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CE} = 2\vec{b}$, 则 $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

本题考查平面向量、平行四边形的性质，熟练掌握平面向量和平行四边形的性质是解答本题的关键.

6. 【答案】 C

【解析】解：如图 1，过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H，则 $AD = BH = 1$, $AB = DH = 4$, $HC = 4 - 1 = 3$,

在 $Rt \triangle DHC$ 中， $CD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

当 $\odot O$ 与 BC 相切时，此时 $\odot O$ 与线段 BC 有一个公共点，此时半径最小，

设 $OD = OE = x$ ，则 $OC = 5 - x$ ，

在 $Rt \triangle COE$ 中， $\sin C = \frac{OE}{OC} = \frac{DH}{DC} = \frac{4}{5}$

$$\therefore OE = \frac{4}{5}(5 - x),$$

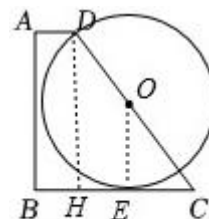


图1

由 $OD = OE$ 得, $x = \frac{4}{5}(5 - x)$,

解得 $x = \frac{20}{9}$;

如图 2, 当以 OD 为半径的 $\odot O$ 过点 B 时, 半径最大, 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F ,

设 $OD = OB = y$, 则 $OC = 5 - y$,

在 $Rt \triangle COF$ 中, $\sin C = \frac{OF}{OC} = \frac{DH}{DC} = \frac{4}{5}$

$$\therefore OF = \frac{4}{5}(5 - y) = 4 - \frac{4}{5}y, \quad FC = \frac{3}{5}(5 - y) = 3 - \frac{3}{5}y,$$

$$\therefore BF = 4 - FC = 1 + \frac{3}{5}y,$$

在 $Rt \wedge BOF$ 中, 由勾股定理得,

$$BF^2 + OF^2 = OB^2,$$

$$\text{即 } (1 + \frac{3}{5}y)^2 + (4 - \frac{4}{5}y)^2 = y^2,$$

解得 $y = \frac{85}{26}$, 即 $\odot O$ 的最大半径为 $\frac{85}{26}$.

所以当以 O 为圆心， OD 为半径的圆与边 BC 有交点，那么 OD 的取值范围为 $\frac{20}{9} \leq OD \leq \frac{85}{26}$ 。

故选: C.

分别画出半径最小和最大时的图形, 根据直角三角形的边角关系以及切线的性质列方程求解即可.

本题考查直线与圆的位置关系，直角梯形以及直角三角形的边角关系，画出半径最小和最大时的图形是正确解答的前提，构造直角三角形是解决问题的关键。

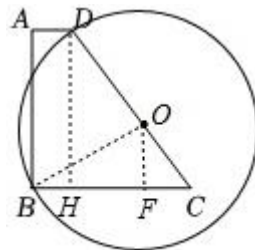


图2

7. 【答案】 $a(a-2)$

【解析】

【分析】

本题考查提公因式法—因式分解，较为简单，找准公因式即可。

先确定公因式是 a ，然后提取公因式即可.

【解答】

解: $a^2 - 2a = a(a - 2)$.

故答案为: $a(a-2)$.

8. 【答案】 $2n^2$

【解析】 解: $\frac{2n^3}{m} \cdot \frac{m}{n} = 2n^2,$

故答案为: $2n^2$.

根据分式的乘法法则计算即可.

本题考查的是分式的乘法，分式的乘法法则：分式乘分式，用分子的积作积的分子，分母的积作积的分母.

9. 【答案】 $x = 11$

【解析】解：两边平方得 $x - 2 = 9$ ，解得 $x = 11$ ，

经检验 $x = 11$ 为原方程的解.

故答案为 $x = 11$.

把方程两边平方，再解整式方程，然后进行检验确定原方程的解.

本题考查了无理方程：解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法. 常用的方法有：乘方法，配方法，因式分解法，设辅助元素法，利用比例性质法等. 用乘方法(即将方程两边各自乘同次方来消去方程中的根号)来解无理方程，往往会产生增根，应注意验根.

10. 【答案】 $x \neq 1$

【解析】解：由题意得， $x - 1 \neq 0$ ，

解得 $x \neq 1$.

故答案为： $x \neq 1$.

根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

(1)当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2)当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3)当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

11. 【答案】 $k < -\frac{9}{8}$

【解析】解：根据题意得 $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-k) < 0$ ，

解得 $k < -\frac{9}{8}$.

故答案为： $k < -\frac{9}{8}$.

根据判别式的意义得到 $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-k) < 0$ ，然后解不等式即可.

本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

12. 【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】解：∵随意把各面分别写有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的骰子抛到桌面上，共有6中等可能的结果，正面朝上的数字是合数的有2, 3, 5共3种结果；
∴正面朝上的数字是素数的概率是： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

由随意把各面分别写有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的骰子抛到桌面上，共有6中等可能的结果，正面朝上的数字是素数的有2, 3, 5；直接利用概率公式求解即可求得答案。

此题考查了概率公式的应用。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

13. 【答案】3200人

【解析】解：估计该区会游泳的六年级学生人数为 $8000 \times \frac{200}{500} = 3200$ (人)，

故答案为：3200人。

用总人数乘以样本中会游泳的人数所占比例即可。

本题主要考查用样本估计总体，一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

14. 【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】解：设当 $x > 3$ 时， y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ，

根据题意，得：
$$\begin{cases} 3k + b = 13 \\ 10k + b = 34 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = 3 \\ b = 4 \end{cases}$ ，

∴ $y = 3x + 4 (x > 3)$ ，

当 $y = 64$ 时， $3x + 4 = 64$ ，

解得 $x = 20$ ，

$20 \div 60 = \frac{1}{3}$ (小时)，

即他从家到机场需要 $\frac{1}{3}$ 小时。

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

根据题意可得当 $x > 3$ 时， y 与 x 的函数关系式，再把 $y = 64$ 代入函数关系式求出 x 的值，然后根据网约车的速度可得答案。

本题考查了一次函数的应用，求出相关函数关系式是解答本题的关键。

15. 【答案】45

【解析】解：正八边形的中心角等于 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ ；

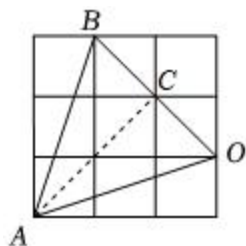
故答案为 45.

根据中心角是正多边形相邻的两个半径的夹角来解答.

本题考查了正多边形和圆的知识，解题的关键是牢记中心角的定义及求法.

16. 【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解析】解：如图，过点A作 $AC \perp BO$ 于点C，



由题意得：

$$AB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}, \quad OB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}, \quad AO = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore AB = AO,$$

$$\because AC \perp BO,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OB = \sqrt{2},$$

$$\text{在 } Rt \triangle AOC \text{ 中, } \cos \angle AOC = \frac{OC}{AO} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \cos \angle AOB \text{ 的值为 } \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

要求 $\cos \angle AOB$ 的值，想到把 $\angle AOB$ 放在直角三角形中，所以过点A作 $AC \perp BO$ 于点C，解直角三角形即可解答.

本题考查了解直角三角形，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

17. 【答案】 $x \geq -1$

【解析】解： $\because \max\{-2x+1, -x+2\} = -x+2$,

$$\therefore \text{根据题中的新定义得: } -2x+1 \leq -x+2,$$

$$\text{移项合并得: } -x \leq 1,$$

$$\text{解得: } x \geq -1.$$

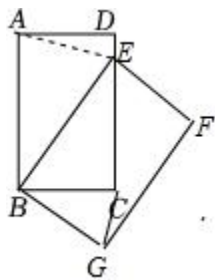
$$\text{故答案为: } x \geq -1.$$

结合题意，利用新定义列出不等式，求出不等式的解集即可确定出x的范围.

此题考查了解一元一次不等式，熟练掌握不等式的解法是解本题的关键.

18. 【答案】 $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

【解析】解：连接 AG ，



由旋转变换的性质可知， $\angle ABE = \angle CBG$ ， $BA = BE = 5$ ， $BC = BG = 3$ ，

由勾股定理得， $CE = \sqrt{BE^2 - BC^2} = 4$ ，

$\therefore DE = DC - CE = 1$ ，

则 $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{10}$ ，

$\because \frac{BA}{BC} = \frac{BE}{BG}$ ， $\angle ABG = \angle CBE$ ，

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBG$ ，

$\therefore \frac{CG}{AE} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$ ，

解得， $CG = \frac{3\sqrt{10}}{5}$ ，

故答案为： $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ 。

连接 AE ，根据旋转变换的性质得到， $\angle ABE = \angle CBG$ ， $BA = BE$ ，根据勾股定理求出 CE 、 AD ，根据相似三角形的性质列出比例式，计算即可。

本题考查的是旋转的性质、相似三角形的判定和性质，掌握勾股定理、矩形的性质、旋转变换的性质是解题的关键。

19. 【答案】解：原式 $= 2 + \sqrt{2} + 1 - 3 + \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$= \sqrt{5}$ 。

【解析】原式第一项利用分数指数幂法则计算，第二项利用分母有理化计算，第三项利用绝对值化简，最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果。

本题考查了实数的运算，掌握实数的运算法则是解题的关键。

20. 【答案】解：去分母得： $x(x - 2) + 12 = 3(x + 2)$ ，

去括号得： $x^2 - 2x + 12 = 3x + 6$ ，

移项，合并同类项得： $x^2 - 5x + 6 = 0$ ，

解得： $x = 2$ 或 $x = 3$ 。

检验: (1)把 $x = 2$ 代入得: $x^2 - 4 = 0$,

$\therefore x = 2$ 不是原方程的解.

(2)把 $x = 3$ 代入得: $x^2 - 4 \neq 0$,

$\therefore x = 3$ 是原方程的解.

【解析】根据解分式方程的步骤, 求出方程 $\frac{x}{x+2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{3}{x-2}$ 的解即可.

此题主要考查了解分式方程问题, 要明确解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

21. **【答案】**解: (1)过点 D 作 $DF \perp BC$ 于 F ,

则 $AB \parallel DF$,

$\because AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 为矩形,

$\therefore BF = AD = 4$, $DF = AB = 2$,

在 $Rt \triangle DFC$ 中, $\tan C = 1$,

则 $FC = DF = 2$,

$\therefore BC = BF + FC = 4 + 2 = 6$;

(2)过点 E 作 $EG \perp BC$ 于 G ,

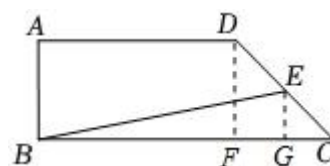
则 $EG \parallel DF$,

$\because$ 点 E 是 CD 的中点,

$\therefore EG = \frac{1}{2}DF = 1$, $FG = \frac{1}{2}FC = 1$,

$\therefore BG = BF + FG = 5$.

$\therefore \tan \angle EBC = \frac{EG}{BG} = \frac{1}{5}$

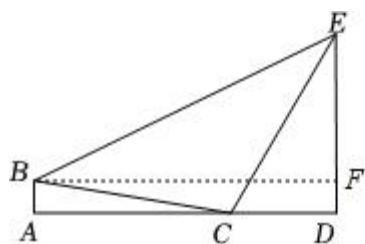


【解析】(1)过点 D 作 $DF \perp BC$ 于 F , 根据矩形的性质得到 $BF = AD = 4$, $DF = AB = 2$, 根据正切的定义求出 FC , 计算即可;

(2)过点 E 作 $EG \perp BC$ 于 G , 根据三角形中位线定理求出 EG 、 FG , 进而求出 BG , 根据正切的定义计算, 得到答案.

本题考查的是直角梯形、解直角三角形、三角形中位线定理, 掌握正切的定义是解题的关键.

22. 【答案】解：过点 B 作 $BF \perp CD$ ，垂足为 F ，



则 $AB = DF$ ， $BF = AD$ ，

设 $EF = x$ 米，

在 $Rt \triangle EBF$ 中， $\angle EBF = 26.6^\circ$ ，

$$\therefore EF = BF \cdot \tan 26.6^\circ,$$

$$\therefore x \approx BF \times 0.5,$$

$$\therefore BF = 2x \text{ 米},$$

$\because$ 斜坡 BC 的坡度为 $1:6$ ，坡顶 B 到水平地面 (AD) 的距离 AB 为 3 米，

$$\therefore AC = 18 \text{ 米}, AB = DF = 3 \text{ 米},$$

$$\therefore ED = EF + FD = (x + 3) \text{ 米},$$

在 $Rt \triangle DEC$ 中， $\angle ECD = 56.3^\circ$ ，

$$\therefore ED = CD \cdot \tan 56.3^\circ,$$

$$\therefore x + 3 \approx CD \times 1.5,$$

$$\therefore CD = \frac{2}{3}(x + 3) \text{ 米},$$

$$\because BF = AD = AC + CD,$$

$$\therefore 2x = 18 + \frac{2}{3}(x + 3),$$

解得， $x = 15$ ，

$$\therefore EF = 15 \text{ 米},$$

$$\therefore ED = EF + FD = 15 + 3 = 18 \text{ (米)},$$

$\therefore DE$ 的高度是 18 米.

【解析】过点 B 作 $BF \perp CD$ ，垂足为 F ，设 $EF = x$ 米，根据锐角三角函数可得 $BF = 2x$ 米，然后根据斜坡 BC 的坡度为 $1:6$ ，坡顶 B 到水平地面 (AD) 的距离 AB 为 3 米，可得 $AC = 18$ 米， $AB = DF = 3$ 米，所以 $ED = EF + FD = (x + 3)$ 米，进而可以解决问题.

本题考查了解直角三角形的应用—仰角俯角问题，坡度坡角问题，根据题目的已知条件并结

合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

23. 【答案】证明: (1) $\because CD^2 = CG \cdot CF$,

$$\therefore \frac{CD}{CG} = \frac{CF}{CD},$$

$$\because \angle DCG = \angle DCF,$$

$$\therefore \triangle CDG \sim \triangle CFD,$$

$$\therefore \angle CDG = \angle CFD,$$

$$\because \angle AED = \angle CFD,$$

$$\therefore \angle CDG = \angle AED,$$

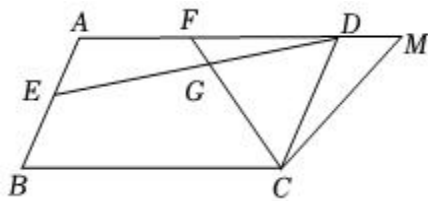
$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD;$$

(2) 如图:



$$\because CF = CM,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle M,$$

$$\because \angle AED = \angle CFD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle M,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle CDM,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle DMC,$$

$$\therefore \frac{AE}{DM} = \frac{AD}{DC},$$

$$\therefore AE \cdot DC = AD \cdot DM,$$

$$\because AB = DC,$$

$$\therefore EA \cdot AB = AD \cdot MD.$$

【解析】(1) 根据已知可得 $\frac{CD}{CG} = \frac{CF}{CD}$, 从而可得 $\triangle CDG \sim \triangle CFD$, 然后利用相似三角形的性质可得 $\angle CDG = \angle CFD$, 从而可得 $\angle CDG = \angle AED$, 进而可得 $AB \parallel CD$, 最后证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 从而利用平行四边形的性质即可解答;

(2)根据等腰三角形的性质可得 $\angle CFD = \angle M$ ，从而可得 $\angle AED = \angle M$ ，然后利用平行线的性质可得 $\angle A = \angle CDM$ ，从而可证 $\triangle AED \sim \triangle DMC$ ，进而利用相似三角形的性质即可解答.

本题考查了相似三角形的判定与性质，平行四边形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质，以及平行四边形的判定与性质是解题的关键.

24.【答案】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和点 $B(3,0)$,

$$\therefore \begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ -9 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$\therefore$ 该抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 4x - 3$,

当 $x = 0$ 时, $y = -3$,

$\therefore C(0, -3)$;

(2)设 $P(t, -t^2 + 4t - 3)$, 如图 1, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D , 连接 AC AP ,

则 $\angle ADP = \angle AOC = 90^\circ$, $AD = t - 1$, $PD = -(-t^2 + 4t - 3) = t^2 - 4t + 3$,

又 $OA = 1$, $OC = 3$,

$\therefore \angle PAB = \angle ACO$,

$\therefore \triangle APD \sim \triangle CAO$,

$$\therefore \frac{AD}{OC} = \frac{PD}{OA}, \text{ 即 } \frac{t-1}{3} = \frac{t^2-4t+3}{1},$$

$$\therefore 3t^2 - 13t + 10 = 0,$$

解得: $t_1 = 1$ (舍去), $t_2 = \frac{10}{3}$,

当 $t = \frac{10}{3}$ 时, $-t^2 + 4t - 3 = -(\frac{10}{3})^2 + 4 \times \frac{10}{3} - 3 = -\frac{7}{9}$

$\therefore P(\frac{10}{3}, -\frac{7}{9})$;

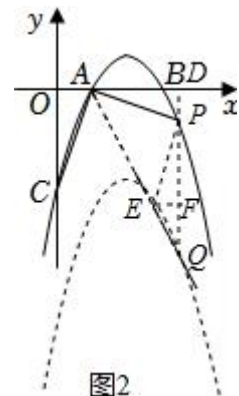
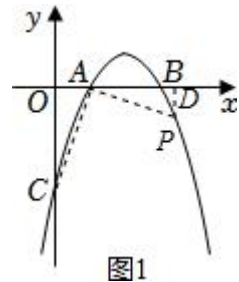
(3)如图 2, 连接 AQ 、 PQ , 过点 P 作 $PE \perp PA$ 交 AQ 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp PQ$ 于点 F ,

由(2)知: $P(\frac{10}{3}, -\frac{7}{9})$, $\angle PAC = 90^\circ$,

$$\therefore PD = \frac{7}{9}, AD = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}, \angle ADP = 90^\circ,$$

$\therefore$ 将抛物线沿平行于 y 轴的方向平移, 平移后点 P 的对应点为点 Q ,

$\therefore D$ 、 P 、 Q 在同一条直线上,



$$\begin{aligned}
&\therefore \angle APD + \angle EPF = 90^\circ, \\
&\because \angle PFE = 90^\circ = \angle ADP, \\
&\therefore \angle PEF + \angle EPF = 90^\circ, \\
&\therefore \angle APD = \angle PEF, \\
&\because AQ \text{ 平分 } \angle PAC, \\
&\therefore \angle PAE = \frac{1}{2} \angle PAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \\
&\text{又 } PE \perp PA, \\
&\therefore \triangle APE \text{ 是等腰直角三角形,} \\
&\therefore AP = PE, \\
&\therefore \triangle APD \cong \triangle PEF (AAS), \\
&\therefore PF = AD = \frac{7}{3}, \quad EF = PD = \frac{7}{9}, \\
&\therefore E\left(\frac{23}{9}, -\frac{28}{9}\right),
\end{aligned}$$

设直线 AE 的解析式为 $y = kx + d$, 则 $\begin{cases} k + d = 0 \\ \frac{23}{9}k + d = -\frac{28}{9} \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k = -2 \\ d = 2 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y = -2x + 2$,

当 $x = \frac{10}{3}$ 时, $y = -2x + 2 = -2 \times \frac{10}{3} + 2 = -\frac{14}{3}$,

$\therefore Q\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$,

$\therefore -\frac{7}{9} - \left(-\frac{14}{3}\right) = \frac{37}{9}$,

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 向下平移了 $\frac{37}{9}$ 个单位.

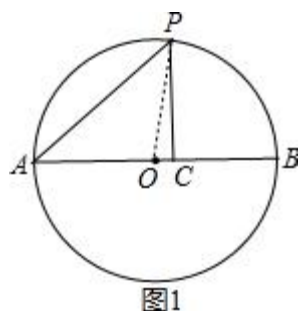
【解析】 (1) 运用待定系数法即可求得答案;

(2) 设 $P(t, -t^2 + 4t - 3)$, 如图 1, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D , 连接 AC 、 AP , 可证得 $\triangle APD \sim \triangle CAO$, 建立方程求解即可得出答案;

(3) 如图 2, 连接 AQ 、 PQ , 过点 P 作 $PE \perp PA$ 交 AQ 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp PQ$ 于点 F , 可证得 $\triangle APD \cong \triangle PEF (AAS)$, 得出: $PF = AD = \frac{7}{3}$, $EF = PD = \frac{7}{9}$, 即 $E\left(\frac{23}{9}, -\frac{28}{9}\right)$, 再利用待定系数法求得直线 AE 的解析式为 $y = -2x + 2$, 再求得 $Q\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$, 即可求得抛物线平移的距离.

本题是二次函数综合题, 考查了待定系数法求函数的解析式、等腰直角三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质等知识点, 正确添加辅助线构造全等三角形和相似三角形是解题的关键.

25. 【答案】解(1)如图 1,



连接 OP ,

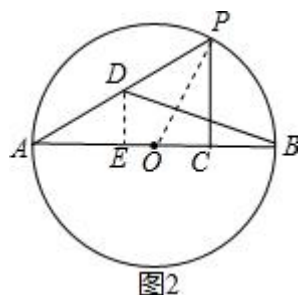
在 $Rt \triangle POC$ 中, $OC = AC - OA = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$, $OP = 1$,

$$\therefore PC^2 = OP^2 - OC^2 = \frac{24}{25},$$

在 $Rt \triangle APC$ 中,

$$AP = \sqrt{AC^2 + PC^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{15}}{5};$$

(2)如图 2,



连接 OP , 取 AC 的中点 E , 连接 DE ,

在 $Rt \triangle POC$ 中, $OC = 1 - x$, $OP = 1$,

$$\therefore PC = \sqrt{OP^2 - OC^2} = \sqrt{1 - (1 - x)^2} = \sqrt{2x - x^2},$$

$\because$ 点 D 是 AP 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}PC = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{2}, \quad DE \parallel BC,$$

$\because PC \perp AB$,

$\therefore DE \perp AB$,

$\therefore \angle DEB = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{DE}{BE},$$

$$\therefore y = \frac{\frac{\sqrt{2x - x^2}}{2}}{x + \frac{2 - x}{2}} = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{x + 2};$$

(3)如图 3,

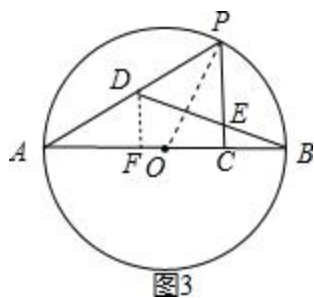


图3

取AC的中点F，连接OP，

设 $CE = a$ ， $PE = 4a$ ，

由(2)得： $DF = \frac{1}{2}CP = \frac{5a}{2}$ ， $DF \parallel CE$ ，

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BDF$ ，

$$\therefore \frac{BC}{BF} = \frac{CE}{DF} = \frac{2}{5}$$

设 $BC = 2x$ ， $BF = 5x$ ，

$\therefore AF = CF = 3a$ ，

$\therefore AB = AC + BC = 8a$ ，

$\therefore OP = OA = 4a$ ， $OC = OB - BC = 2a$ ，

$\therefore \angle PCO = 90^\circ$ ，

$$\therefore \cos \angle POB = \frac{OC}{OP} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \angle POB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle POA = 120^\circ$ ，

$\therefore \widehat{AP} : \widehat{BP} = 2$

【解析】(1)连接OP，在直角三角形POC中，求得PC的值，在直角三角形PAC中求出AP；

(2)连接OP，取AC的中点E，连接DE，在直角三角形POC中，表示出PC，根据三角形中位线性质可得 $DE = \frac{1}{2}PC$ ，从而表示出DE，在直角三角形BED中，根据 $\tan \angle ABD =$

$\frac{DE}{BE}$ ，进一步求得结果；

(3)取AC的中点F，连接OP，设 $CE = a$ ， $PE = 4a$ ，根据三角形中位线性质，表示出DF，

根据 $\triangle BEC \sim \triangle BDF$ ，可得 $\frac{BC}{BF} = \frac{CE}{DF} = \frac{2}{5}$ ，设 $BC = 2x$ ， $BF = 5x$ ，进一步表示出OC

和OP，进一步得出 $\angle POB = 60^\circ$ ， $\angle POA = 120^\circ$ ，进一步得出结果。

本题考查了圆的有关性质，解直角三角形，三角形中位线性质知识，解决问题的关键是作辅助线，构造三角形的中位线。