

2021 学年嘉定区第二次质量调研

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列实数中, 属于无理数的是 (▲)

(A) $\sqrt{4}$; (B) 2.020020002; (C) $\sqrt{11}$; (D) $\frac{22}{7}$.

2. 下列关于 x 的一元二次方程中有两个不相等的实数根的是 (▲)

(A) $x^2 + 4 = 0$; (B) $x^2 + 2x = 0$; (C) $x^2 - 4x + 4 = 0$; (D) $x^2 - x + 2 = 0$.

3. 如果将抛物线 $y = (x+1)^2 - 1$ 向上平移 2 个单位, 那么平移后抛物线的顶点坐标是 (▲)

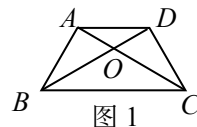
(A) (0,2); (B) (2,0); (C) (1,1); (D) (-1,1).

4. 数据 1, 1, 1, 2, 4, 2, 2, 4 的众数是 (▲)

(A) 1; (B) 2; (C) 1 或 2; (D) 1 或 2 或 4.

5. 如图 1, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 那么下列结论一定成立的是 (▲)

(A) $\angle CAB = \angle CBA$; (B) $\angle DAB = \angle ABC$;
(C) $\angle AOD = \angle DAB$; (D) $\angle OAD = \angle ODA$.



6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $\tan A = 2$, 以点 A 为圆心, 半径为 8 的圆记作圆 A , 那么下列说法正确的是 (▲)

(A) 点 C 在圆 A 内, 点 B 在圆 A 外; (B) 点 C 在圆 A 上, 点 B 在圆 A 外;
(C) 点 C 、 B 都在圆 A 内; (D) 点 C 、 B 都在圆 A 外.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 计算: $2(1-2x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 分解因式: $a^2 - 9a = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 不等式 $\frac{1}{2}x - 2 > 1$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 计算: $\frac{2x}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 用换元法解方程 $\frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x}{x+2} = y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如果正比例函数 $y = (1-k)x$ 的图像经过点 $A(2, -4)$, 那么 k 的值是 ▲ .

13. 数据 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 的方差是 ▲ .

14. 在不透明的袋中装有 5 个红球、2 个白球和 1 个黑球, 它们除颜色外其它都相同, 如果从这透明的袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为白球的概率是 ▲ .

15. 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $BD = 2DC$, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{DA} =$ ▲ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

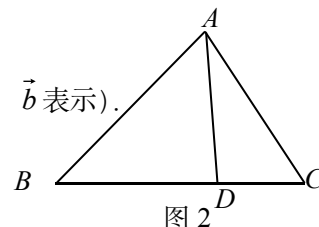


图 2

16. 已知圆 O_1 与圆 O_2 外切, 其中圆 O_2 的半径是 4cm , 圆心距 $O_1O_2 = 6\text{cm}$, 那么圆 O_1 的半径是 ▲ cm .

17. 我们把两个三角形的重心之间的距离叫做重心距. 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, CD 是 $\triangle ABC$ 中边 AB 上的高, 如果 $BC = 6$, 那么 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 的重心距是 ▲ .

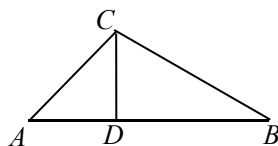


图 3

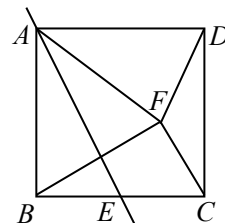


图 4

18. 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 点 E 在边 BC 上, $\triangle ABE$ 沿直线 AE 翻折后点 B 落到正方形 $ABCD$ 的内部点 F , 联结 BF 、 CF 、 DF , 如图 4, 如果 $\angle BFC = 90^\circ$, 那么 $DF =$ ▲ .

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - (\sqrt{2})^3$.

20. (本题满分 10 分)

解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 8, \\ x^2 + 5xy - 6y^2 = 0. \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

如图 5, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, 垂足为 E , 已知 $AE = 16$, $\sin A = \frac{3}{5}$.

- (1) 求 CD 的长;
- (2) 求 $\angle DBC$ 的余切值.

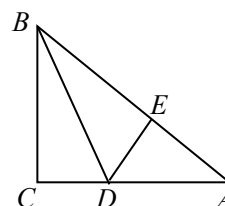


图 5

22. (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

已知直线 $y = kx + 4 (k \neq 0)$ 与双曲线都经过点 $A(2, m)$.

- (1) 如果点 $B(-2, 6)$ 在直线 $y = kx + 4 (k \neq 0)$ 上, 求 m 的值;
- (2) 如果第三象限的点 C 与点 A 关于原点对称, 点 C 的纵坐标是 -3 , 求双曲线的表达式.

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

如图 6, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 是对角线, $AC = AD$, 点 E 在边 BC 上, $AB = AE$, $\angle BAE = \angle CAD$, 联结 DE .

- (1) 求证: $BC = DE$;
- (2) 当 $AC = BC$ 时, 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

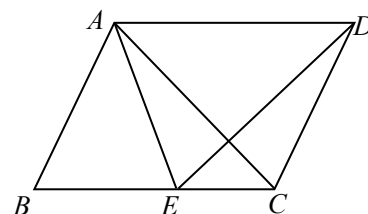


图 6

24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

在平面直角坐标系 xOy (如图 7) 中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(4, 1)$ 两点, 与 y 轴的交点为 C 点.

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 求四边形 $OABC$ 的面积;
- (3) 设抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 的对称轴是直线 l , 点 D 与点 B 关于直线 l 对称, 在线段 BC 上是否存在一点 E , 使四边形 $ADCE$ 是菱形, 如果存在, 请求出点 E 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

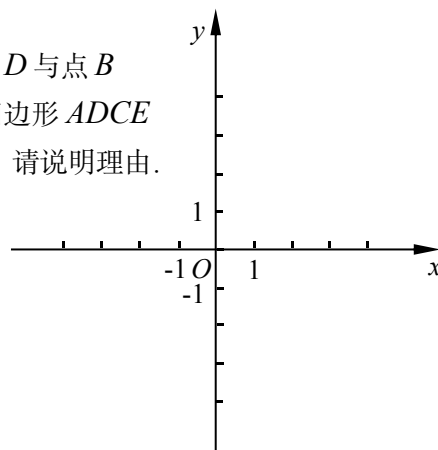


图 7

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分, 第(3)小题满分 4 分)

在梯形 $ABCD$ 中, 已知 $DC \parallel AB$, $\angle DAB = 90^\circ$, $DC = 3$, $DA = 6$, $AB = 9$, 点 E 在射线 AB 上, 过点 E 作 $EF \parallel AD$, 交射线 DC 于点 F , 设 $AE = x$.

(1) 当 $x = 1$ 时, 直线 EF 与 AC 交于点 G 如图 8, 求 GE 的长;

(2) 当 $x > 3$ 时, 直线 EF 与射线 CB 交于点 H .

①当 $3 < x < 9$ 时, 动点 M (与点 A 、 D 不重合) 在边 AD 上运动, 且 $AM = BE$, 联结 MH 交 AC 于点 N 如图 9, 随着动点 M 的运动, 试问 $CH : HN$ 的值有没有变化, 如果有变化, 请说明你的理由; 如果没有变化, 请你求出 $CH : HN$ 的值;

②联结 AH , 如果 $\angle HAE = \angle CAD$, 求 x 的值.

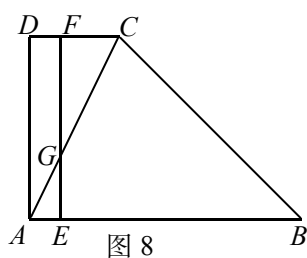


图 8

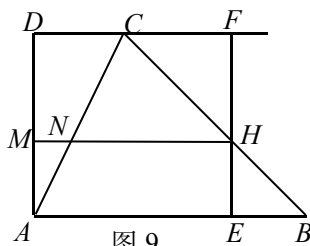
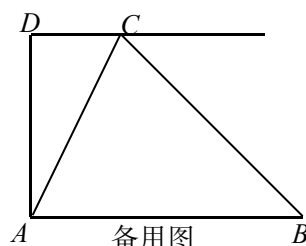


图 9



备用图

