

黄浦区 2020 学年度第一学期九年级期终调研测试

数学试卷

2021.1

一、选

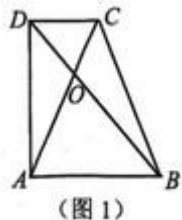
择题

- 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似, 又 $\angle A=40^\circ$, $\angle B=60^\circ$, 那么 $\angle D$ 不可能是 ()
 A. 40° B. 60° C. 80° D. 100°
- 抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 不经过 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 对于锐角 α , 下列等式中成立的是 ()
 A. $\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha$ B. $\cos \alpha = \tan \alpha \cdot \cot \alpha$
 C. $\tan \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha$ D. $\cot \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 已知向量 $\vec{a}$ 与非零向量 $\vec{e}$ 方向相同, 且其模为 $|\vec{e}|$ 的 2 倍; 向量 $\vec{b}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反, 且其模为 $|\vec{e}|$ 的 3 倍, 则下列等式中成立的是 ()
 A. $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b}$ D. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$
- 小明准备画一个二次函数的图像, 他首先列表 (如下), 但在填写函数值时, 不小心把其中一个蘸上了墨水 (表中 ), 那么这个被蘸上了墨水的函数值是 ()

- A. -1 B. 3 C. 4 D. 0

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...		3	4	3	0	...

- 如图1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD=90^\circ$, 对角线的交点为点 O , 如果梯形 $ABCD$ 的两底边长不变, 而腰长发生变化, 那么下列量中不变的是 ()
 A. 点 O 到边 AB 的距离 B. 点 O 到边 BC 的距离
 C. 点 O 到边 CD 的距离 D. 点 O 到边 DA 的距离



二、填空题

- 已知三角形的三边长为 a, b, c , 满足 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, 如果其周长为 36, 那么该三角形的最大边长为 _____
- 已知线段 MN 的长为 4, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 则其较长线段 MP 的长是 _____

9. 已知一个直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 6, 则该三角形的重心到其直角顶点的距离是

10. 已知一个锐角的正切值比余切值大, 且两者之和是 $3\frac{1}{3}$, 则这个锐角的正切值为

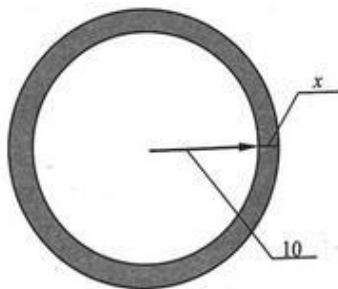
11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=8$, $\angle B=60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是

12. 已知点 P 位于第二象限内, $OP=5$, 且 OP 与 x 轴负半轴夹角的正切值为 2, 则点 P 的坐标是

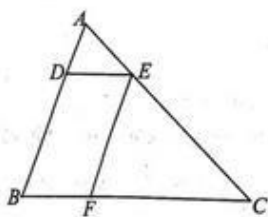
13. 如果视线与水平线之间的夹角为 36° , 那么该视线与铅垂线之间的夹角为 度

14. 已知二次函数图像经过点 $(3,4)$ 和 $(7,4)$, 那么该二次函数图像的对称轴是直线

15. 如图 2, 一个管道的截面图, 其内径 (即内圆半径) 为 10 分米, 管壁厚为 x 分米, 假设该管道的截面 (阴影) 面积为 y 平方分米, 那么 y 关于 x 的函数解析式是 (不必写定义域)



(图 2)



(图 3)

16. 如图 3, 点 D 、 E 、 F 分别位于 $\triangle ABC$ 的三边上, 且 $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 如果 $\triangle ADE$ 的面积为 2, 的 $\triangle CEF$ 面积为 8, 那么四边形 $BFED$ 的面积是

17. 如果抛物线 $y = x^2 + (b+3)x + 2c$ 的顶点为 (b,c) , 那么该抛物线的顶点坐标是

18. 已知一个矩形的两邻边长之比为 1:2.5, 一条平行于边的直线将该矩形分为两个小矩形, 如果所得两小矩形相似, 那么这两个小矩形的相似比为

三、解答题

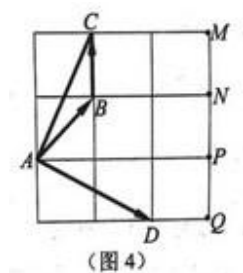
19. 计算: $3|\tan 30^\circ - 1| + \frac{2}{\cot 30^\circ - 1} - \frac{\sin^2 60^\circ}{\cos^2 45^\circ}$

20. 将二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的图像向右平移 3 个单位, 求所得图像的函数解析式; 请结合以上两个函数图像, 指出当自变量 x 在什么取值范围内, 上述两个函数中恰好其中一个的函数图像是上升的, 而另一个的函数图像是下降的

21. 如图4, 一个 3×3 的网格, 其中点 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 、 P 、 Q 均为网格点.

(1) 在点 M 、 N 、 P 、 Q 中, 哪个点和点 A 、 B 所构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 请说明理由;

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 写出向量 $\overrightarrow{AD}$ 关于 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的分解式.



22. 如图5, 是小明家房屋的纵截面图, 其中线段 AB 为屋内地面, 线段 AE 、 BC 为房屋两侧的墙, 线段 CD 、 DE 为屋顶的斜坡, 已知 $AB=6$ 米, $AE=BC=3.2$ 米, 斜坡 CD 、 DE 的坡比均为 $1:2$.

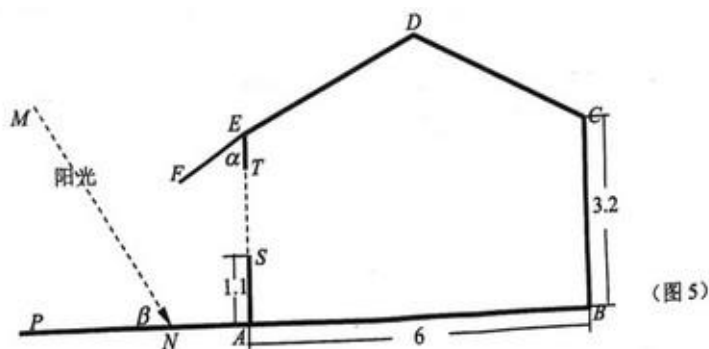
(1) 求屋顶点 D 到地面 AB 的距离;

(2) 已知在墙 AE 距离地面 1.1 米处装有窗 ST , 如果阳光与地面的夹角 $\angle MNP = \beta = 53^\circ$, 为了

防止阳光通过窗 ST 照射到屋内, 所以小明请门窗公司在墙 AE 端点 E 处安装一个旋转式遮阳棚 (如图中线段 EF), 公司设计的遮阳棚可作 90° 旋转, 即 $0^\circ < \angle FET = \alpha \leq 90^\circ$, 长度为 1.4 米, 即 $EF=1.4$ 米, 试问: 公司设计的遮阳棚是否能达到小明的要求? 说说你的理由

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{5} \approx 2.24$, $\sqrt{10} \approx 3.16$, $\sin 53^\circ = 0.8$, $\cos 53^\circ = 0.6$,

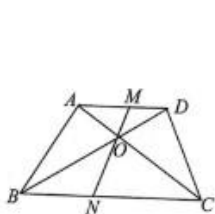
$$\tan 53^\circ = \frac{4}{3})$$



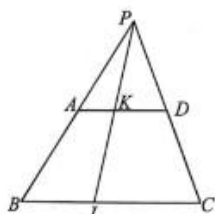
23. 某班级的“数学学习小组心得分享课”上，小智跟同学们分享了关于梯形的两个正确的研究结论：

①如图 6，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过对角线交点 O 的直线与两底分别交于点 M 、 N ，则 $\frac{AM}{DM} = \frac{CN}{BN}$ ；

②如图 7，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过两腰延长线交点 P 的直线与两底分别交于点 K 、 L ，则 $\frac{AK}{DK} = \frac{BL}{CL}$ 。



(图 6)



(图 7)

接着小明也跟同学们分享了关于梯形的一个推断：

过梯形对角线交点且平行于底边的直线被梯形两腰所截，截得的线段被梯形对角线的交点平分。

- (1) 经讨论，大家都认为小明所给出的推断是正确的，请你结合图示（见答题卷）写出已知、求证，并给出你的证明；
- (2) 小组还出了一个作图题考同学们：只用直尺将图 8 中两条平行的线段 AB 、 CD 同时平分，请保留作图过程痕迹，并说明你作图方法的正确性（可以直接运用小智和小明得到的正确结论）
(注意：请务必在试卷的图示中完成作图草稿，在答题卷上直接用 2B 铅笔或水笔完成作图，不要涂改)

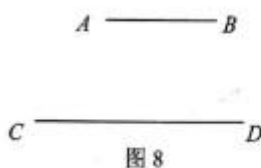
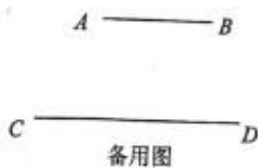


图 8



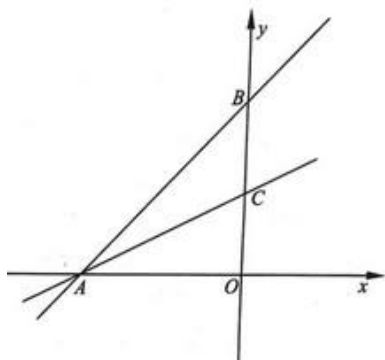
备用图

24. 如图 9，平面直角坐标系内直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，点 C 是线段 OB 的中点。

- (1) 求直线 AC 的表达式；
- (2) 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 C ，且其顶点位于线段 OA 上（不含端点 O 、 A ）。

①用含 b 的代数式表示 a ，并写出 $\frac{1}{b}$ 的取值范围；

②设该抛物线与直线 $y = x + 4$ 在第一象限内的交点为点 D ，试问： $\triangle DBC$ 与 $\triangle DAC$ 能否相似？如果能，请求此时抛物线的表达式；如果不能，请说明理由。

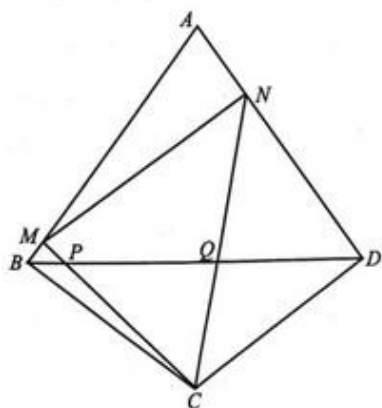


25. 如图10, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD=4$, $CB=CD=3$, $\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$, 点 M 、 N 是边 AB 、 AD 上的动点, 且 $\angle MCN = \frac{1}{2}\angle BCD$, CM 、 CN 与对角线 BD 分别交于点 P 、 Q .

(1) 求 $\sin \angle MCN$ 的值;

(2) 当 $DN=DC$ 时, 求 $\angle CNM$ 的度数;

(3) 试问: 在点 M 、 N 的运动过程中, 线段比 $\frac{PQ}{MN}$ 的值是否发生变化? 如不变, 请求出这个值; 如变化, 请至少给出两个可能的值, 并说明点 N 相应的位置.



(图 10)