

浦东新区 2020 学年度第一学期初三年级学业质量监测

数学试卷

2021.1

一、选择题

1. A 、 B 两地的实际距离 $AB=250$ 米，如果画在地图上的距离 $A'B'=5$ 厘米，那么地图上的距离与实际距离的比为 ()

- A. 1:500 B. 1:5000 C. 500:1 D. 5000:1

2. 已知在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=\alpha$ ， $AC=2$ ，那么 AB 的长等于 ()

- A. $\frac{2}{\sin \alpha}$ B. $2 \sin \alpha$ C. $\frac{2}{\cos \alpha}$ D. $2 \cos \alpha$

3. 下列 y 关于 x 的函数中，一定是二次函数的是 ()

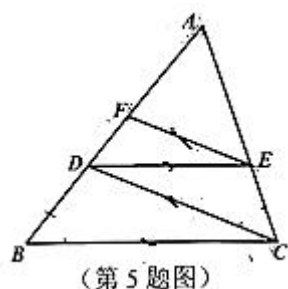
- A. $y=(k-1)x^2+3$ B. $y=\frac{1}{x^2}+1$
C. $y=(x+1)(x-2)-x^2$ D. $y=2x^2-7x$

4. 已知一个单位向量 $\vec{e}$ ，设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是非零向量，那么下列等式中正确的是 ()

- A. $|\vec{e}| \vec{a} = \vec{a}$ B. $|\vec{b}| \vec{e} = \vec{b}$ C. $\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} = \vec{e}$ D. $\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} = \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, F 是边 AB 上的点，点 E 是边 AC 上的点，如果 $\angle ACD = \angle B$ ， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel CD$ ，下列结论不成立的是 ()

- A. $AE^2 = AF \cdot AD$
B. $AC^2 = AD \cdot AB$
C. $AF^2 = AE \cdot AC$
D. $AD^2 = AF \cdot AB$

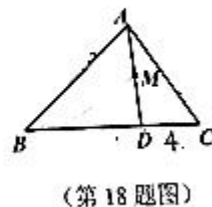
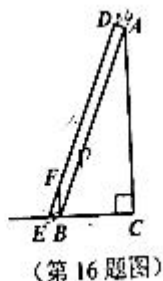
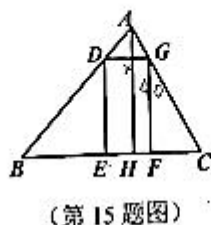
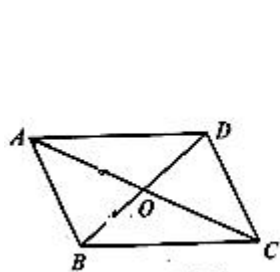


6. 已知点 $A(1,2)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(2,1)$ ，那么抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 可以经过的点是 ()

- A. 点 A 、 B 、 C B. 点 A 、 B C. 点 A 、 C D. 点 B 、 C

二、填空题

7. 如果线段 a, b 满足 $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$, 那么 $\frac{a-b}{b}$ 的值等于_____
8. 已知线段 MN 的长为4, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 那么较长线段 MP 的长是_____
9. 计算: $2\sin 30^\circ - \tan 45^\circ =$ _____
10. 如果从某一高处甲看低处乙的俯角为 36° , 那么从低处乙看高处甲的仰角是_____度
11. 已知 AD, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AD, BE 相交于点 F , 如果 $AD=3$, 那么 $AF=$ _____
12. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 设 $\vec{OA}=\vec{a}, \vec{OB}=\vec{b}$, 那么向量 $\vec{AB}$ 关于 $\vec{a}, \vec{b}$ 的分解式为_____
13. 如果抛物线 $y=(m+4)x^2+m$ 经过原点, 那么该抛物线的开口方向_____ (填“向上”或“向下”)
14. 如果 $(2, y_1), (3, y_2)$ 是抛物线 $y=(x+1)^2$ 上两点, 那么 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)
15. 如图, 矩形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D, G 分别在边 AB, AC 上, 已知 $\triangle ABC$ 的边 BC 长60厘米, 高 AH 为40厘米, 如果 $DE=2DG$, 那么 $DG=$ _____厘米
16. 秦九韶的《数书九章》中有一个“峻积验雪”的例子, 其原理为: 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12$, $BC=5$, $AD \perp AB$, $AD=0.4$, 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 CB 的延长线于点 E , 过点 B 作 $BF \perp CE$ 交 DE 于点 F , 那么 $BF=$ _____
17. 如果将二次函数的图像平移, 有一个点既在平移前的函数图像上又在平移后的函数图像上, 那么称这个点为“平衡点”.
现将抛物线 $C_1: (x-1)^2-1$ 向右平移得到新抛物线 C_2 , 如果“平衡点”为 $(3, 3)$, 那么新抛物线 C_2 的表达式为_____
18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $BC=12$, $AC=8$, 点 D 是边 BC 上一点, 且 $BD:CD=2:1$, 联结 AD , 过 AD 中点 M 的直线将 $\triangle ABC$ 分成周长相等的两部分, 这条直线分别与边 BC, AC 相交于点 E, F , 那么线段 BE 的长为_____



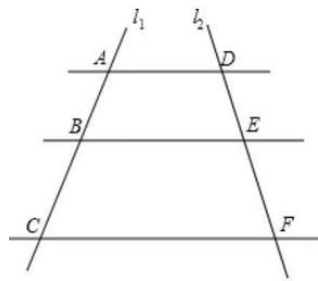
三、解答题

19. 已知向量关系式 $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{x})=\vec{b}+3\vec{x}$, 试用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示向量 $\vec{x}$

20. 已知抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 3$ 的顶点在第二象限，求 m 的取值范围

21. 如图，已知 $AD \parallel BE \parallel CF$ ，它们依次交直线 l_1, l_2 于点 A, B, C 和点 D, E, F ，且 $AB=6, BC=8$.

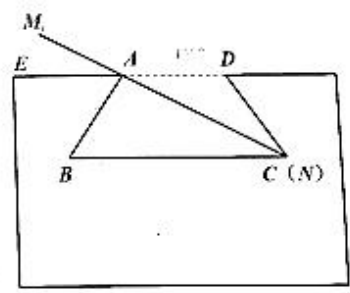
- (1) 求 $\frac{DE}{DF}$ 的值；
 (2) 当 $AD=5, CF=19$ 时，求 BE 的长.



22. 如图，燕尾槽的横断面是等腰梯形 $ABCD$ ，现将一根木棒 MN 放置在该燕尾槽中，木棒与横断面在同一平面内，厚度等不计，它的底端 N 与点 C 重合，且经过点 A ，已知燕尾角 $\angle B=54.5^\circ$ ，外口宽 $AD=180$ 毫米，木棒与外口的夹角 $\angle MAE=26.5^\circ$ ，求燕尾槽的里口宽 BC （精确到 1 毫米）

(参考数据: $\sin 54.5^\circ \approx 0.81, \cos 54.5^\circ \approx 0.58, \tan 54.5^\circ \approx 1.40$,

$\sin 26.5^\circ \approx 0.45, \cos 26.5^\circ \approx 0.89, \tan 26.5^\circ \approx 0.50$)

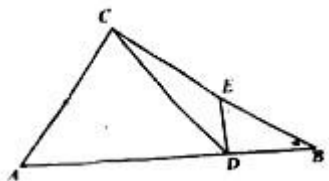


(第 22 题图)

23. $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 、 E 分别为边 AB 、 BC 上的点, 且 $CD=CA$, $DE \perp AB$.

(1) 求证: $CA^2 = CE \cdot CB$;

(2) 联结 AE , 取 AE 的中点 M , 联结 CM 并延长与 AB 交于点 H , 求证: $CH \perp AB$.



24. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像经过点 $A(2,4)$, $B(5,0)$ 和 $O(0,0)$.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 联结 AO , 过点 B 作 $BC \perp AO$ 于点 C , 与该二次函数图像的对称轴交于点 P , 联结 AP , 求 $\angle BAP$ 的余切值;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M 在经过点 A 且与 x 轴垂直的直线上, 当 $\triangle AMO$ 与 $\triangle ABP$ 相似时, 求点 M 的坐标.

25. 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle B \leq 90^\circ$, 点 E 为边 BC 上一点, 联结 AE , 过点 E 作 $EF \perp AE$, EF 与边 CD 交于点 F , 且 $EC=3CF$.

(1) 如图1, 当 $\angle B=90^\circ$ 时, 求 $S_{\triangle ABE}$ 与 $S_{\triangle ECF}$ 的比值;

(2) 如图2, 当点 E 是边 BC 的中点时, 求 $\cos B$ 的值;

(3) 如图3, 联结 AF , 当 $\angle AFE = \angle B$ 且 $CF=2$ 时, 求菱形的边长.

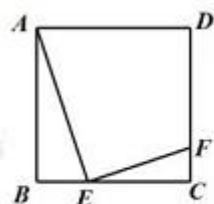


图1

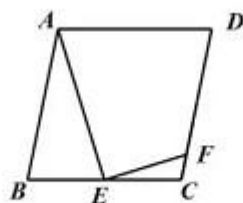


图2

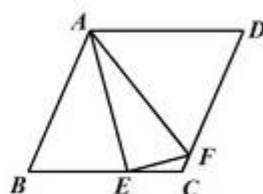


图3