
2020 年上海市普陀区中考数学一模试卷

参考答案解析

1. 【答案】 B

【解析】 比例的基本性质

2. 【答案】 C

【解析】 二次函数的图像性质

3. 【答案】 A

【解析】 锐角三角比的应用

4. 【答案】 D

【解析】 向量的线性运算

5. 【答案】 B

【解析】 二次函数及一次函数的图像性质

6. 【答案】 C

【解析】 (1) 相似模型——“母子型”；(2) 相似的性质：周长之比等于相似比

7. 【答案】 $\vec{a} + 2\vec{b}$

【解析】 考察向量的基本运算

8. 【答案】 $a < 2$

【解析】 考察二次函数的开口方向和二次项系数关系

9. 【答案】 7

【解析】 考察二次函数的代入求值

10. 【答案】 $(-3, 0)$

【解析】 考察二次函数的对称轴、与 x 轴的交点坐标的关系

11. 【答案】 1

【解析】考察二次函数的平移变换

12. 【答案】 6

【解析】考察锐角三角比的应用

13. 【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】三角形的重心及平行线的应用.

14. 【答案】 $\angle E = \angle C$

【解析】三角形相似的判定.

15. 【答案】 2

【解析】勾股定理与角平分线的综合.

16. 【答案】 $50 - 10\sqrt{3}$

【解析】锐角三角比的应用.

17. 【答案】 $\frac{15}{4}$

【解析】直角三角形的斜边中线与锐角三角比.

18. 【答案】 $\frac{20}{13}$

【解析】图形的旋转与锐角三角比.

19. 【解析】 $= 3 + 2\sqrt{2}$

20. 【解析】 (1) $DE = 5$, 则 $BC = 15$, $CF = 15 - 5 = 10$

$$(2) \overrightarrow{FE} = -2\vec{a}, \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$$

21. 【解析】 (1) 易得 $\triangle ABP \sim \triangle PCD$

$$\therefore \angle C = \angle B \text{ 又 } \because \angle B = \angle APD$$

$$\therefore \angle C = \angle APD$$

(2) 易得 $\triangle ADP \sim \triangle APC$

$$\therefore AP^2 = AD \cdot AC = 1 \times 3 = 3$$

$$\therefore AP = \sqrt{3}$$

22. 【解析】易得 $\frac{3}{k} = k - 2$. 整理得 $k^2 - 2k - 3 = 0$. 解得 $k_1 = 3$ (舍去), $k_2 = -1$

$$\text{所以 } y = -x, \quad y = -\frac{9}{x}$$

23. 【解析】(1) $\because S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$,

$$\therefore S_{\triangle AOD} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB}$$

$$\text{即 } \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$$

(2) 易得 $\triangle COD \sim \triangle AOB$, $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{DO}{OB} = k$; $\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} = kS$

$$\frac{S_{\triangle COD}}{S_{\triangle AOB}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^2 = k^2, \quad \therefore S_{\triangle COD} = k^2 S$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOC} = (k+1)^2 S$$

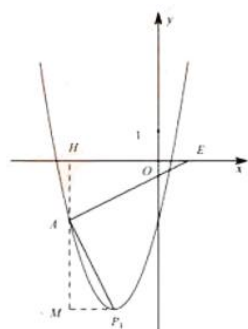
【总结】面积比等于相似比的平方；三角形高相等时面积比等于底的比.

24. 【解析】(1) $y = \frac{4}{3}x^2 + 4x - 2$, $C\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$

$$(2) \tan \angle BCD = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}, \quad \text{则 } \tan \angle AED = \frac{1}{2},$$

$$\text{过 } A \text{ 作 } AH \perp DE, \quad \tan \angle AED = \frac{AH}{EH} = \frac{2}{EH} = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } EH = 4, \quad \therefore E(1, 0)$$



【总结】利用相等角的正切值相等解决问题

(3) ①当 $\angle EAP = 90^\circ$ 时, $\triangle AHE \sim \triangle AMP$,

则 $\frac{MP}{AM} = \frac{AH}{HE} = \frac{1}{2}$, 设 $PM = t$, 则 $AM = 2t$

将 $P(t-3, -2-2t)$ 代入 $y = \frac{4}{3}x^2 + 4x - 2$

得 $t_1 = 0$ (舍), $t_2 = \frac{3}{2}$,

$$\therefore P_1\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$$

②当 $\angle AEP = 90^\circ$ 时, $\triangle AEG \sim \triangle PEN$, 则 $\frac{PN}{EN} = \frac{EG}{AG} = \frac{1}{2}$

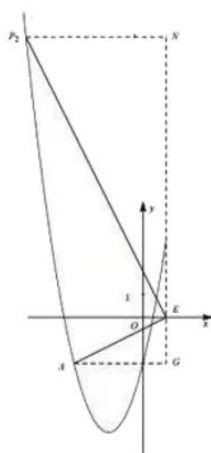
设 $PN = t$, 则 $EN = 2t$

将 $P(1-t, 2t)$ 代入 $y = \frac{4}{3}x^2 + 4x - 2$

得 $t_1 = \frac{13+\sqrt{129}}{4}$, $t_2 = \frac{13-\sqrt{129}}{4}$ (舍),

$$\therefore P_2\left(-\frac{9+\sqrt{129}}{4}, \frac{13+\sqrt{129}}{2}\right)$$

综上所述: $P_1\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$, $P_2\left(-\frac{9+\sqrt{129}}{4}, \frac{13+\sqrt{129}}{2}\right)$



【总结】直角三角形讨论, 构造三直角相似

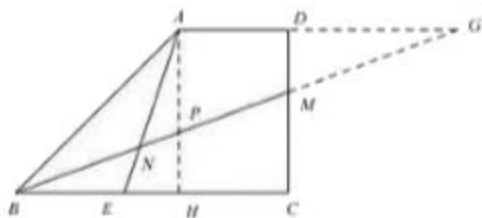
25. 【解析】

(1) 作高, 构建直角三角形, 利用三角比来求解, $BE = 2$;

$$\frac{DG}{CB} = \frac{DM}{CM} \cdot \frac{DG}{5} = \frac{x}{3-x}, \quad DG = \frac{5x}{3-x}, \quad AG = 2 + \frac{5x}{3-x} = \frac{6+3x}{3-x}$$

$$\frac{AN}{EN} = \frac{AG}{BE}, \quad \frac{y}{\sqrt{10}-y} = \frac{\frac{6+3x}{3-x}}{2}.$$

解得: $y = \frac{3\sqrt{10}x + 6\sqrt{10}}{x + 12} (0 < x < 3)$



(3) ①当 $\angle BNE = 45^\circ$ 时, $\triangle ENB \sim \triangle EBA$,

$$EB^2 = EN \cdot EA,$$

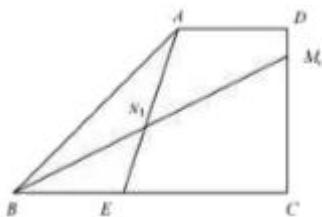
$$\text{则有 } 4 = \frac{2\sqrt{10}(3-x)}{12+x} \cdot \sqrt{10}, \text{ 解得: } x = \frac{1}{2}$$

②当 $\angle ANB = 45^\circ$ 时, $\triangle BNA \sim \triangle EBA$, $AB^2 = AN \cdot EA$,

$$\text{则有 } (3\sqrt{2})^2 = \sqrt{10} \cdot \left(\sqrt{10} + \frac{2\sqrt{10}(x-3)}{12+x} \right),$$

解得 $x = 13$

综上所述：线段 DM 的长为 $\frac{1}{2}$ 或 13.



【总结】 分类讨论，等角转换找到子母型相似.

