

2020 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案

2020.1

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.D; 2.A; 3.D; 4.A; 5.B; 6.C.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\frac{3}{2}$; 8. 81; 9. 54; 10. $\frac{2}{3}$; 11. $(-1, 0)$; 12. 0; 13. $y = x^2 + 1$; 14. $>$; 15. 75; 16. $a = \frac{360}{n}$ (不要求写出函数的定义域); 17. 32; 18. $\frac{36}{5}$.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 58 分）

19. (本题满分 10 分)

解: $2\cos 30^\circ + \tan 45^\circ - 2\sin 30^\circ - \cot 30^\circ$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 2 \times \frac{1}{2} - \sqrt{3} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{3} + 1 - 1 - \sqrt{3} = 0 \dots\dots\dots 1+1 \text{ 分}$$

20. (本小题满分 10 分，第 (1) 小题 6 分，第 (2) 小题 4 分)

证明: 在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中,

$$\because \angle AHO = 90^\circ, \angle AOH = 30^\circ, OH = 0.6,$$

$$\therefore AO = 2OH = 2 \times 0.6 = 1.2 (\text{m}) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore OB = AB - OA = 3 - 1.2 = 1.8 (\text{m}) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle BOH$ 中,

$$\because \angle BHO = 90^\circ, OH = 0.6, OB = 1.8,$$

$$\therefore \sin \angle ABH = \frac{OH}{OB} = \frac{0.6}{1.8} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

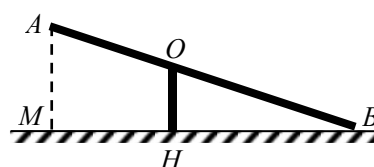


图 6-2

(2) 过点 A 向直线 BH 作垂线, 垂足为 M 1 分

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中,

$$\therefore \angle AMB = 90^\circ, \sin \angle ABM = \frac{1}{3}, AB = 3,$$

$$\therefore AM = AB \cdot \sin \angle ABM = 3 \times \frac{1}{3} = 1 \text{ 2 分}$$

答: $\angle ABH$ 的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 点 A 到直线 BH 的距离是 1 米. 1 分

21. (本题满分 10 分)

解: 设 $\angle AOB = m^\circ$, $\angle COD = n^\circ$, 1 分

$$\text{由题意, 得 } l_1 = \frac{mr\pi}{180}, l_2 = \frac{nr\pi}{180} \text{ 2 分}$$

$$\therefore l_1 = l_2, \therefore \frac{mr\pi}{180} = \frac{nr\pi}{180} \text{ 1 分}$$

$$\therefore m = n, \text{ 即 } \angle AOB = \angle COD \text{ 2 分}$$

$$\therefore OA、OB、OC、OD \text{ 都是 } \odot O \text{ 的半径, } \therefore OA = OB = OC = OD \text{ 1 分}$$

$$\therefore OA = OC, \angle AOB = \angle COD, OB = OD,$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ 2 分}$$

$$\therefore AB = CD \text{ 1 分}$$

22. (本题满分 10 分)

解: 过点 A 作直线 BC 的垂线, 垂足为 D (如图 7 所示) 1 分

$$\text{由题意, 得 } \angle BAD = 60^\circ, \angle CAD = 30^\circ \text{ 1 分}$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 30^\circ \text{ 1 分}$$

$$\text{又 } \therefore \angle B = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \therefore \angle B = \angle BAC \text{ 1 分}$$

$$\therefore AC = BC \text{ 1 分}$$

$$\therefore BC = 20, \therefore AC = BC = 20 \text{ (海里) 1 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AD = AC \cdot \cos \angle CAD = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ (海里) 2 分

由题意知: 以海岛 A 为圆心, 半径长为 10 海里范围内有暗礁. 这里, $AD = 10\sqrt{3} > 10$,

所以, 如果货轮继续向东航行, 没有触礁的危险. 2 分

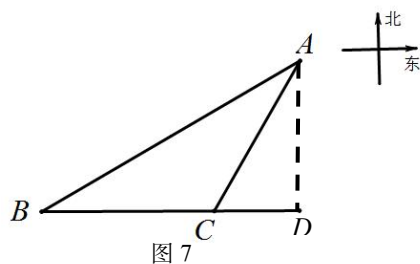


图 7

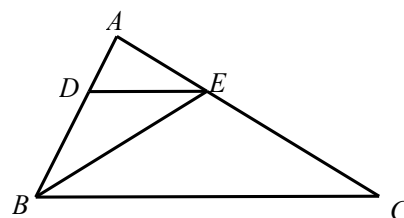


图 8

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 8 分)

证明: (1) $\because DE \parallel BC, \therefore \angle BED = \angle CBE$ 1 分

又 $\because \angle ABE = \angle C, \therefore \triangle BDE \sim \triangle CBE$ 1 分

$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{BE}{BC} \text{ 1 分}$$

$$\therefore BE^2 = DE \cdot BC \text{ 1 分}$$

(2) $\because DE \parallel BC, \therefore \angle AED = \angle C$. 又 $\angle ABE = \angle C, \therefore \angle AED = \angle ABE$ 1 分

又 $\because \angle EAD = \angle BAE, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABE$ 1 分

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AE} \text{ 1 分}$$

$$\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}, \text{ 即 } \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE} \text{ 1 分}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{BD}{CE} \text{ 1 分}$$

$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE = \angle CBE$, 又 $\because \angle ABE = \angle C, \therefore \angle CBE = \angle C$ 1 分

$$\therefore BE = CE \text{ 1 分}$$

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{AE}{AB} \text{ 1 分}$$

24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

解: (1) 图像基本正确 (开口方向、对称轴、顶点、大致光滑) 2 分

将图 9 中的抛物线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位长, 可得抛物线 $y = x^2 - 2$ 2 分

备注: 如果使用“列表、描点、连线”的方式叙述, 需要呈现列表使用的表格.

(2) 由题意, 得点 $A(x, y)$ 的“关联点”为 $A_1(x, y - x)$ 1 分

由点 $A(x, y)$ 在抛物线 $y = x^2$ 上, 可得 $A(x, x^2)$, $A_1(x, x^2 - x)$ 1 分

又 $\because A_1(x, y - x)$ 在抛物线 $y = x^2 - 2$ 上, $\therefore x^2 - x = x^2 - 2$ 1 分

解得 $x = 2$. 将 $x = 2$ 代入 $A_1(x, x^2 - x)$, 得 $A_1(2, 2)$ 1 分

(3) 点 $A(x, y)$ 的“待定关联点”为 $A_2(x, x^2 - nx)$, 1 分

$\because A_2(x, x^2 - nx)$ 在抛物线 $y = x^2 - n$ 的图像上, $\therefore x^2 - nx = x^2 - n$ 1 分

$\therefore n - nx = 0, n(1 - x) = 0$. 又 $\because n \neq 0, \therefore x = 1$ 1 分

当 $x = 1$ 时, $x^2 - nx = 1 - n$, 故可得 $A_2(1, 1 - n)$ 1 分

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2)、(3) 小题各 5 分)

证明: (1) $\because \angle ABP + \angle BAP + \angle APB = 180^\circ, \angle APB + \angle BAC = 180^\circ$, 1 分

$\therefore \angle ABP + \angle BAP + \angle APB = \angle APB + \angle BAC$ 1 分

即 $\angle ABP + \angle BAP + \angle APB = \angle APB + \angle BAP + \angle CAP$.

$\therefore \angle ABP = \angle CAP$ 1 分

又 $\because \angle APB = \angle APC, \therefore \triangle PAB \sim \triangle PCA$ 1 分

(2) 如图 10-1, $\because \angle APB + \angle BAC = 180^\circ, \angle APB = 120^\circ, \therefore \angle BAC = 60^\circ$ 1 分

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle ABC = 90^\circ, \angle BAC = 60^\circ, \therefore AB = \frac{1}{2} AC$ 1 分

又 $\because \triangle PAB \sim \triangle PCA, \therefore \frac{PB}{PA} = \frac{PA}{PC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ 1 分

$\therefore \frac{PB}{PC} = \frac{PB}{PA} \cdot \frac{PA}{PC} = \frac{1}{4}$, 即 $\frac{PC}{PB} = 4$ 2 分

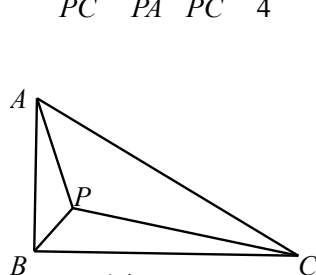


图 10-1

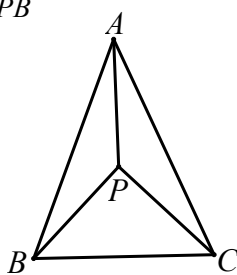


图 10-2

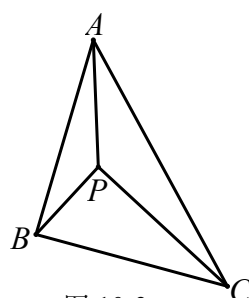


图 10-3

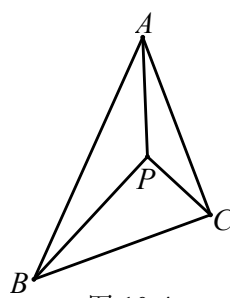


图 10-4

(3) $\because \angle BAC = 45^\circ$, $\angle APB + \angle BAC = 180^\circ$, $\angle APB = \angle APC$, $\therefore \angle APB = \angle APC = 135^\circ$.

$\therefore \angle BPC = 360^\circ - \angle APB - \angle APC = 360^\circ - 135^\circ - 135^\circ = 90^\circ$ 1 分

$$\because \triangle PCA \sim \triangle PAB, \therefore \frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PA} = \frac{AC}{AB}, \therefore \frac{PC}{PB} = \frac{PC}{PA} \cdot \frac{PA}{PB} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2.$$

①如图 10-2, 当 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 且 $AB = AC$ 时, $\tan \angle PBC = \frac{PC}{PB} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = 1$.

..... 1 分

②如图 10-3, 当 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 且 $AB = BC$ 时, $\angle ACB = \angle BAC = 45^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$,

易得 $\frac{AC}{AB} = \sqrt{2}$, $\therefore \tan \angle PBC = \frac{PC}{PB} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = 2$ 2 分

③如图 10-4, 当 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 且 $AC = BC$ 时, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$,

易得 $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore \tan \angle PBC = \frac{PC}{PB} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2}$ 1 分

备注: 写出 $\tan \angle PBC = 2$, $\tan \angle PBC = \frac{1}{2}$ 这两个答案之中的一个, 即可得到 2 分; 两个

全部写出, 得 3 分.