

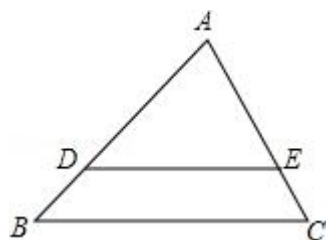
2016 年上海市长宁区中考数学一模试卷

一、选择题. (本题共 6 个小题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) 如果两个相似三角形的相似比是 1: 2, 那么它们的面积比是 ()

- A. 1: 2 B. 1: 4 C. 1: $\sqrt{2}$ D. 2: 1

2. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ADE = \angle B$, $DE: BC = 2: 3$, 则下列结论正确的是 ()



- A. $AD: AB = 2: 3$ B. $AE: AC = 2: 5$ C. $AD: DB = 2: 3$ D. $CE: AE = 3: 2$

3. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2$, $AC = 1$, 则 $\sin B$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 2

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B = \sqrt{3}$, 则这个三角形一定是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 钝角三角形 D. 锐角三角形

5. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径 r 为 3cm, $\odot O_2$ 的半径 R 为 4cm, 两圆的圆心距 O_1O_2 为 1cm, 则这两圆的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 内含 C. 内切 D. 外切

6. (4 分) 抛物线 $y = (x+2)^2 - 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到, 下列平移方法中正确的是 ()

- A. 先向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位
B. 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位
C. 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位
D. 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位

二、填空题. (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 抛物线 $y=x^2+1$ 的顶点坐标是_____.

8. (4 分) 已知抛物线 $y=x^2+bx+3$ 的对称轴为直线 $x=1$, 则实数 b 的值为_____.

9. (4 分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx$, 阅读下面表格信息, 由此可知 y 与 x 的函数关系式是_____.

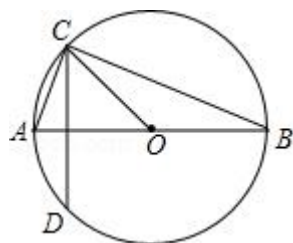
x	-1	1
y	0	2

10. (4 分) 已知二次函数 $y=(x-3)^2$ 图象上的两点 $A(3, a)$ 和 $B(x, b)$, 则 a 和 b 的大小关系是 a _____ b .

11. (4 分) 圆是轴对称图形, 它的对称轴是_____.

12. (4 分) 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB=8\text{cm}$, 弦心距 $OC=3\text{cm}$, 则该圆的半径为_____ cm .

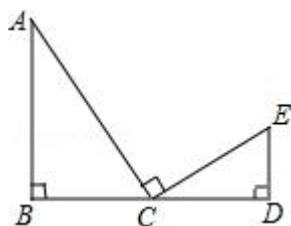
13. (4 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 垂直 AB , 已知 $AC=1$, $BC=2\sqrt{2}$, 那么 $\sin \angle ACD$ 的值是_____.



14. (4 分) 王小勇操纵一辆遥控汽车从 A 处沿北偏西 60° 方向走 10m 到 B 处, 再从 B 处向正南方走 20m 到 C 处, 此时遥控汽车离 A 处_____ m .

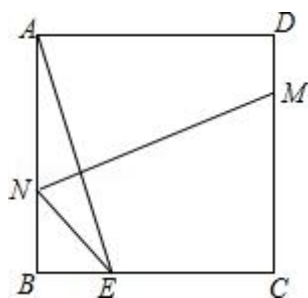
15. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, G 是重心, 设 $\overrightarrow{AD}=\vec{\pi}$, 那么用 $\vec{\pi}$ 表示 $\overrightarrow{AG}$ =_____.

16. (4 分) 如图, 已知 $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, C 是线段 BD 的中点, 且 $AC \perp CE$, $ED=1$, $BD=4$, 那么 AB =_____.



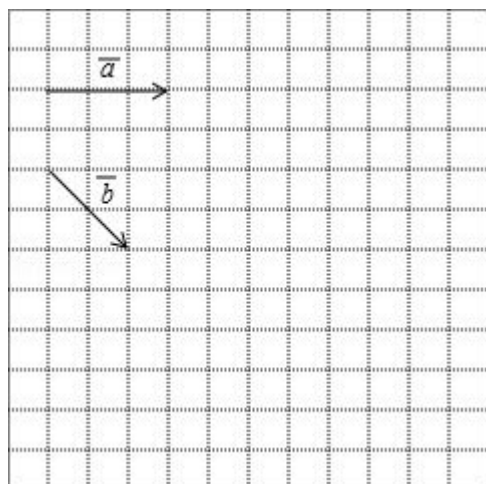
17. (4 分) 如果把两条邻边中较短边与较长边的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形称作黄金矩形. 现将长度为 20cm 的铁丝折成一个黄金矩形, 这个黄金矩形较短的边长是_____cm.

18. (4 分) 如图, ABCD 为正方形, E 是 BC 边上一点, 将正方形折叠, 使 A 点与 E 点重合, 折痕为 MN. 如果 $\tan \angle AEN = \frac{1}{3}$, $DC + CE = 10$, 那么 $\triangle ANE$ 的面积为_____.



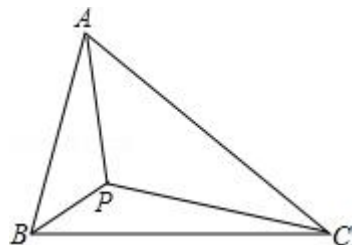
三、解答题. (本大题共 7 个小题, 满分 78 分)

19. (10 分) 如图, 在正方形网格中, 每一个小正方形的边长都是 1, 已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的起点、终点都是小正方形的顶点, 如果 $\vec{c} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, 求作 $\vec{c}$ 并写出 $\vec{c}$ 的模 (不用写作法, 只要所求作向量).



20. (10 分) 计算: $\tan^2 30^\circ - (\cos 75^\circ - \cot 10^\circ)^0 + 2\cos 60^\circ - 2\tan 45^\circ$.

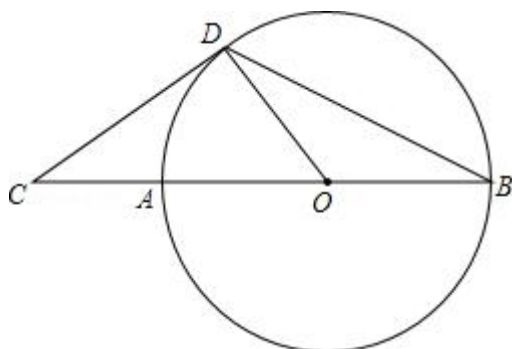
21. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=60^\circ$, P 为 $\triangle ABC$ 内一点且 $\angle APB=\angle APC=120^\circ$, 求证: $AP^2=BP \cdot CP$.



22. (10 分) 如图, 点 C 在 $\odot O$ 的直径 BA 的延长线上, $AB=2AC$, CD 切 $\odot O$ 于点 D , 连接 CD , OD .

(1) 求角 C 的正切值:

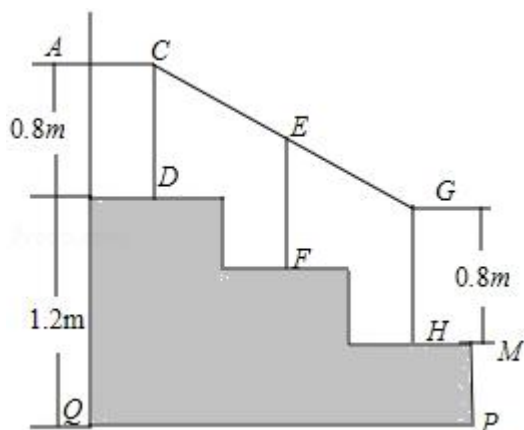
(2) 若 $\odot O$ 的半径 $r=2$, 求 BD 的长度.



23. (12 分) 靠校园一侧围墙的体育场看台侧面, 如图阴影部分所示, 看台的三级台阶高度相等, 宽度相同, 现要用钢管做护栏扶手 ACG 及三根与水平地面 PQ 垂直的护栏支架 CD 、 EF 和 GH (底端 D 、 F 、 H 分别在每级台阶的中点处). 已知看台高为 1.2 米, 护栏支架 $CD=GH=0.8$ 米, $\angle DCG=66.5^\circ$. (参考数据: $\sin 66.5^\circ=0.92$, $\cos 66.5^\circ=0.40$, $\tan 66.5^\circ=2.30$)

(1) 点 D 与点 H 的高度差是_____米:

(2) 试求制作护栏扶手和支架的钢管总长度 l , 即 $AC+CG+CD+EF+GH$ 的长度. (结果精确到 0.1 米)

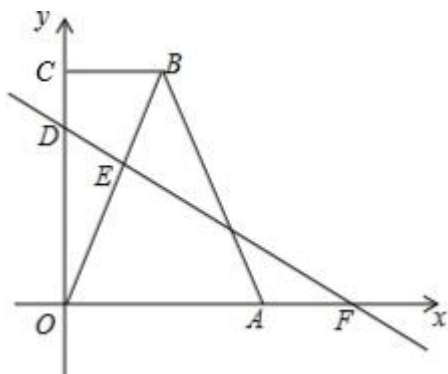


24. (12 分) 如图，直角坐标平面内的梯形 $OABC$ ， OA 在 x 轴上， OC 在 y 轴上， $OA \parallel BC$ ，点 E 在对角线 OB 上，点 D 在 OC 上，直线 DE 与 x 轴交于点 F ，已知 $OE=2EB$ ， $CB=3$ ， $OA=6$ ， $BA=3\sqrt{5}$ ， $OD=5$ 。

(1) 求经过点 A 、 B 、 C 三点的抛物线解析式；

(2) 求证： $\triangle ODE \sim \triangle OBC$ ；

(3) 在 y 轴上找一点 G ，使得 $\triangle GFO \sim \triangle ODE$ ，直接写出点 G 的坐标。

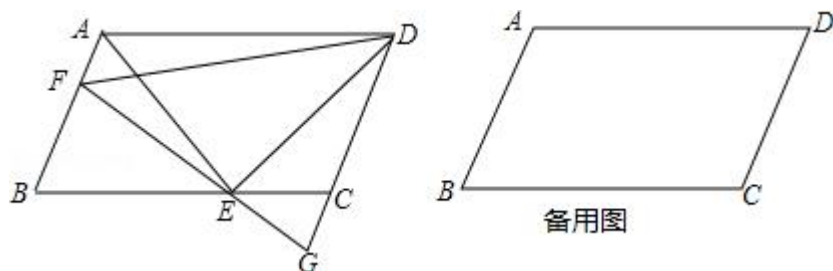


25. (14 分) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $BC=10$ ， $\sin \angle B = \frac{4}{5}$ ， E 点为 BC 边上的一个动点 (不与 B 、 C 重合)，过 E 作直线 AB 的垂线，垂足为 F ， FE 与 DC 的延长线相交于点 G ，连结 DE ， DF 。

(1) 当 $\triangle ABE$ 恰为直角三角形时，求 $BF:CG$ 的值；

(2) 当点 E 在线段 BC 上运动时， $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEG$ 的周长之和是否是常数，请说明理由：

(3) 设 $BE=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 试求出 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.



2016 年上海市长宁区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题. (本题共 6 个小题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) 如果两个相似三角形的相似比是 1: 2, 那么它们的面积比是 ()

- A. 1: 2 B. 1: 4 C. 1: $\sqrt{2}$ D. 2: 1

【考点】S7: 相似三角形的性质.

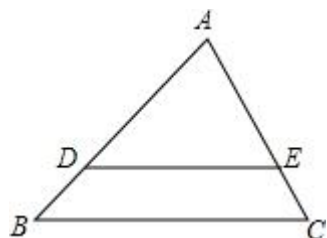
【分析】根据相似三角形面积的比等于相似比的平方即可得出.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的相似比是 1: 2,

$\therefore (1: 2)^2 = 1: 4$. 故选 B.

【点评】本题是一道考查相似三角形性质的基本题目, 比较简单.

2. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ADE = \angle B$, $DE: BC = 2: 3$, 则下列结论正确的是 ()



- A. $AD: AB = 2: 3$ B. $AE: AC = 2: 5$ C. $AD: DB = 2: 3$ D. $CE: AE = 3: 2$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】由在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ADE = \angle B$, $\angle A$ 是公共角, 可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得答案.

【解答】解: $\because \angle ADE = \angle B$, $\angle A = \angle A$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\therefore AD: AB = DE: BC = 2: 3$.

故选: A.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质. 注意相似图形中的对应关系.

3. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=2$, $AC=1$, 则 $\sin B$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 2

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据三角函数的定义解答即可.

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=2$, $AC=1$,

$$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}.$$

故选: A.

【点评】本题考查了在三角形中角的正弦值等于对边比斜边的概念.

4. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B = \sqrt{3}$, 则这个三角形一定是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 钝角三角形 D. 锐角三角形

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值得出 $\angle A$, $\angle B$ 的度数, 进而得出三角形的形状.

【解答】解: $\because \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B = \sqrt{3}$,

$$\therefore \angle A = 45^\circ, \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 75^\circ,$$

则这个三角形一定是锐角三角形.

故选: D.

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值, 正确记忆特殊角的三角函数值是解题关键.

5. (4分) 已知 $\odot O_1$ 的半径 r 为 3cm, $\odot O_2$ 的半径 R 为 4cm, 两圆的圆心距 O_1O_2 为 1cm, 则这两圆的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 内含 C. 内切 D. 外切

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】 根据圆心距与半径之间的数量关系可知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是内切.

【解答】 解: $\because \odot O_1$ 的半径 r 为 3cm , $\odot O_2$ 的半径 R 为 4cm , 两圆的圆心距 O_1O_2 为 1cm , $4 - 3 = 1$,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是内切.

故选: C.

【点评】 本题考查了由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 设两圆的半径分别为 R 和 r , 且 $R \geq r$, 圆心距为 P , 外离: $P > R + r$; 外切: $P = R + r$; 相交: $R - r < P < R + r$; 内切: $P = R - r$; 内含: $P < R - r$.

6. (4 分) 抛物线 $y = (x+2)^2 - 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到, 下列平移方法中正确的是 ()

- A. 先向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位
- B. 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位
- C. 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位
- D. 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 33: 函数思想.

【分析】 因为函数 $y = x^2$ 的图象沿 y 轴向下平移 1 个单位长度, 所以根据左加右减, 上加下减的规律, 直接在函数上加 1 可得新函数 $y = x^2 - 1$; 然后再沿 x 轴向左平移 2 个单位长度, 可得新函数 $y = (x+2)^2 - 1$.

【解答】 解: $\because$ 函数 $y = x^2$ 的图象沿沿 x 轴向左平移 2 个单位长度, 得, $y = (x+2)^2$;

然后 y 轴向下平移 1 个单位长度,

得, $y = (x+2)^2 - 1$;

故可以得到函数 $y = (x+2)^2 - 1$ 的图象.

故选: B.

【点评】 主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

二、填空题. (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + 1$ 的顶点坐标是 (0, 1).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 依据二次函数的顶点坐标公式求解即可.

【解答】 解: $\because a=1, b=0, c=1$.

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{1 \times 2} = 0.$$

将 $x=0$ 代入得到 $y=1$.

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为: (0, 1).

故答案为: (0, 1).

【点评】 本题主要考查的是二次函数的性质, 掌握抛物线的顶点坐标公式是解题的关键.

8. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + 3$ 的对称轴为直线 $x=1$, 则实数 b 的值为 -2.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据公式法可求对称轴, 可得关于 b 的一元一次方程, 解方程即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + 3$ 的对称轴为直线 $x=1$,

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2} = 1,$$

解得: $b = -2$.

故答案为: -2.

【点评】此题考查二次函数的性质，掌握利用公式法求对称轴是解决问题的关键.

9. (4分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx$ ，阅读下面表格信息，由此可知 y 与 x 的函数关系式是 $y=x^2+x$.

x	-1	1
y	0	2

【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式.

【专题】11：计算题.

【分析】把表中的两组对应值代入 $y=ax^2+bx$ 中得到关于 a 、 b 的方程组，然后解方程组求出 a 和 b 的值，从而得到 y 与 x 的函数关系式.

【解答】解：把 $x=-1$ ， $y=0$ 和 $x=1$ ， $y=2$ 代入 $y=ax^2+bx$ 得 $\begin{cases} a-b=0 \\ a+b=2 \end{cases}$ ，解得 $a=1$ ，
 $b=1$ ，

所以 y 与 x 的函数关系式为 $y=x^2+x$.

故答案为 $y=x^2+x$.

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解.

10. (4分) 已知二次函数 $y=(x-3)^2$ 图象上的两点 $A(3, a)$ 和 $B(x, b)$ ，
则 a 和 b 的大小关系是 a $<$ b .

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11：计算题.

【分析】由二次函数的性质得 $x=3$ 时函数值有最小值为 0，于是可判断 $b > a$.

【解答】解： $\because x=3$ 时， $y=0$ ，即 $a=0$ ，

而 $y=(x-3)^2 \geq 0$ ，

$$\therefore b < 0,$$

$$\therefore a < b.$$

故答案为 $a < b$.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 解决本题的关键是确定 A 点为顶点.

11. (4 分) 圆是轴对称图形, 它的对称轴是 过圆心的直线/直径所在的直线.

【考点】 M1: 圆的认识; P2: 轴对称的性质.

【分析】 根据对称轴的概念, 可知圆的对称轴是过圆心的一条直线.

【解答】 解: 圆是轴对称图形, 它的对称轴是过圆心的直线.

【点评】 注意: (1) 对称轴应是直线. (2) 圆有无数条对称轴.

12. (4 分) 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB=8\text{cm}$, 弦心距 $OC=3\text{cm}$, 则该圆的半径为 5 cm.

【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】 首先根据题意画出图形, 然后根据垂径定理的性质, 即可求得 AC 的长, 再利用勾股定理即可求得答案.

【解答】 解: 如图: 连接 OA,

$\therefore OC$ 是弦心距,

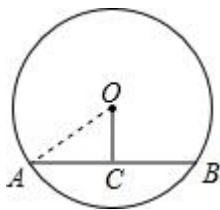
$$\therefore OC \perp AB,$$

$$\therefore AC=BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 8=4 \text{ (cm)},$$

$$\therefore OA=\sqrt{AC^2+OC^2}=5 \text{ (cm)}.$$

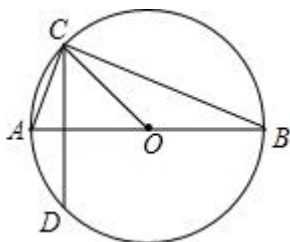
$\therefore$ 该圆的半径为 5cm.

故答案为: 5.



【点评】此题考查了垂径定理与勾股定理的知识. 此题比较简单, 解题的关键是注意数形结合思想的应用.

13. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 垂直 AB , 已知 $AC=1$, $BC=2\sqrt{2}$, 那么 $\sin \angle ACD$ 的值是 $\frac{1}{3}$.



【考点】M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据垂径定理得到 $\widehat{AC} = \widehat{AD}$, 根据圆周角定理得到 $\angle B = \angle ACD$, $\angle ACB = 90^\circ$, 由勾股定理得到 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 3$, 根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 垂直 AB ,

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{AD},$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 3,$$

$$\therefore \sin \angle ACD = \sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了解直角三角形及垂径定理, 属于基础题, 关键是掌握圆周角定理和锐角三角函数的定义.

14. (4分) 王小勇操纵一辆遥控汽车从A处沿北偏西 60° 方向走10m到B处，再从B处向正南方走20m到C处，此时遥控汽车离A处 $10\sqrt{3}$ m.

【考点】TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】首先根据题意画出图形，在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，利用三角函数的知识即可求得AD与BD的长，继而求得CD的长，然后由勾股定理求得答案.

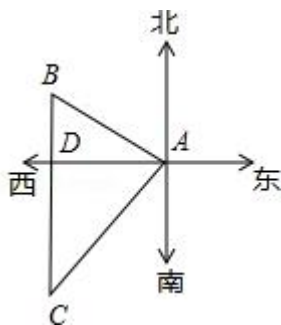
【解答】解：如图所示：根据题意得： $\angle B=60^\circ$ ， $AB=10\text{m}$ ， $BC=20\text{m}$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $AD=AB\cdot\sin 60^\circ=5\sqrt{3}$ (m)， $BD=AB\cdot\cos 60^\circ=5$ (m)，

$\therefore CD=BC-BD=15$ (m).

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中， $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=10\sqrt{3}$ (m).

故答案为： $10\sqrt{3}$.



【点评】此题考查了方向角问题. 注意根据题意画出图形，结合图形求解是关键.

15. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中，AD是中线，G是重心，设 $\overrightarrow{AD}=\vec{\pi}$ ，那么用 $\vec{\pi}$ 表示 $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\vec{\pi}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $\triangle ABC$ 中，AD是中线，G是重心，根据三角形重心的性质，可得

$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ ，继而求得答案.

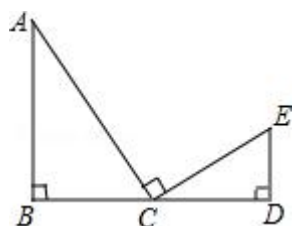
【解答】解： $\because \triangle ABC$ 中，AD是中线，G是重心，

$\therefore \overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{\pi}$.

故答案为: $\frac{2\pi}{3}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及三角形重心的性质. 注意掌握三角形重心的性质是解此题的关键.

16. (4分) 如图, 已知 $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, C 是线段 BD 的中点, 且 $AC \perp CE$, $ED=1$, $BD=4$, 那么 $AB=$ 4.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据相似三角形的判定及已知可得到 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$, 利用相似三角形的对应边成比例即可求得 AB 的长.

【解答】解: $\because AB \perp BD$, $ED \perp BD$

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ, \quad \angle A + \angle ACB = 90^\circ$$

$$\because AC \perp CE, \text{ 即 } \angle ECD + \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle ECD$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\therefore AB = 4.$$

【点评】本题主要考查相似三角形的判定、相似三角形的性质等知识.

17. (4分) 如果把两条邻边中较短边与较长边的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形称作黄金矩形. 现将长度为 20cm 的铁丝折成一个黄金矩形, 这个黄金矩形较短的边长是 $15 - 5\sqrt{5}$ cm.

【考点】S3: 黄金分割.

【分析】设这个黄金矩形较长的边长是 $x\text{cm}$ ，根据长方形的周长公式列出算式

求出 x 的值，再根据黄金分割的定义即可得出这个黄金矩形较短的边长.

【解答】解：设这个黄金矩形较长的边长是 $x\text{cm}$ ，根据题意得：

$$2\left(x + \frac{\sqrt{5}-1}{2}x\right) = 20,$$

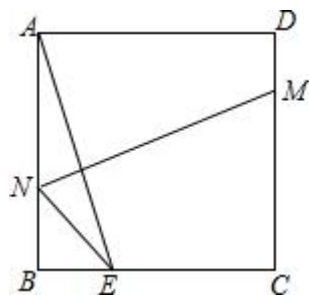
$$\text{解得： } x = 5\sqrt{5} - 5,$$

$$\text{则这个黄金矩形较短的边长是 } \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times (5\sqrt{5} - 5) = (15 - 5\sqrt{5}) \text{ cm}.$$

故答案为： $15 - 5\sqrt{5}$.

【点评】本题考查了黄金分割的定义：把一条线段分成两部分，使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项，这样的线段分割叫做黄金分割，它们的比值 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ 叫做黄金比. 同时考查了矩形的周长公式.

18. (4 分) 如图， $ABCD$ 为正方形， E 是 BC 边上一点，将正方形折叠，使 A 点与 E 点重合，折痕为 MN . 如果 $\tan \angle AEN = \frac{1}{3}$ ， $DC + CE = 10$ ，那么 $\triangle ANE$ 的面积为 $\frac{10}{3}$.



【考点】LE：正方形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】由翻折变换的性质得出 $\angle AEN = \angle EAN$ ，然后先由 $\tan \angle AEN = \frac{1}{3}$ ，可得出 $BE = \frac{1}{3}AB$ ，然后 $DC + CE = 10$ 可知 $BE = 2$ ，从而得到 $AB = 6$ ，然后在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中，由勾股定理可求得 BN 的长，最后依据三角形的面积公式求解即可.

【解答】解：由翻折的性质可知： $\angle AEN = \angle EAN$.

$$\therefore \tan \angle AEN = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \tan \angle BAE = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore AB = 3BE.$$

$$\therefore EC + CD = 10,$$

$$\therefore 6BE - BE = 10.$$

解得： $BE = 2$.

$$\therefore AB = 6.$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6.$$

设 $AN = EN = x$ ，则 $BN = 6 - x$.

在 $Rt\triangle NBE$ 中，由勾股定理可知： $BE^2 + BN^2 = NE^2$ ，即 $(6 - x)^2 = x^2 + 2^2$.

$$\text{解得： } x = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore BN = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle BNE} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{8}{3} = \frac{8}{3}.$$

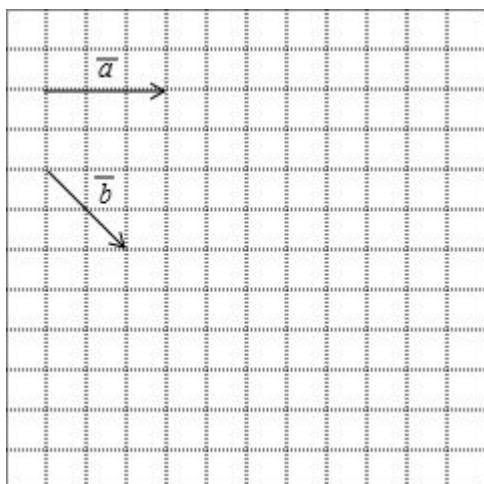
$$\therefore S_{\triangle ANE} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle BNE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}.$$

故答案为： $\frac{10}{3}$.

【点评】 本题主要考查的是翻折的性质、勾股定理的应用、三角形的面积公式，依据勾股定理列出关于 x 的方程是解题的关键.

三、解答题. (本大题共 7 个小题，满分 78 分)

19. (10 分) 如图，在正方形网格中，每一个小正方形的边长都是 1，已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的起点、终点都是小正方形的顶点，如果 $\vec{c} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ ，求作 $\vec{c}$ 并写出 $\vec{c}$ 的模 (不用写作法，只要所求作向量).



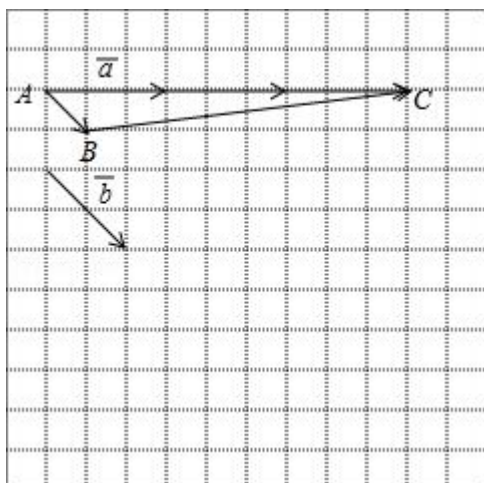
【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先作 $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{a}$, 则 $\overrightarrow{BC}$ 为所求; 然后利用模的定义, 求得 $\overrightarrow{c}$ 的模.

【解答】解: 如图, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{a}$, 则 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{a} - \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$,

$\therefore \overrightarrow{c} = \overrightarrow{BC}$; 即 $\overrightarrow{BC}$ 为所求;

$$\therefore |\overrightarrow{c}| = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65}.$$



【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握模的定义与向量的作法.

20. (10 分) 计算: $\tan^2 30^\circ - (\cos 75^\circ - \cot 10^\circ)^0 + 2\cos 60^\circ - 2\tan 45^\circ$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】直接把各特殊角的三角函数值代入进行计算即可.

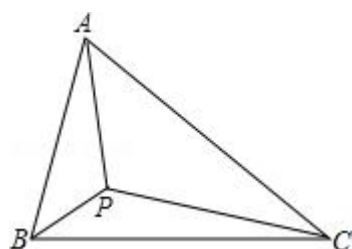
【解答】解: 原式 = $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 1 + 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times 1$

$$= \frac{1}{3} - 1 + 1 - 2$$

$$= -\frac{5}{3}.$$

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值，熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

21. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=60^\circ$, P 为 $\triangle ABC$ 内一点且 $\angle APB=\angle APC=120^\circ$, 求证: $AP^2=BP \cdot CP$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】根据三角形的内角和得到 $\angle CAP + \angle ACP = 60^\circ$, 求得 $\angle ACP = 60^\circ - \angle CAP$, 由 $\angle BAP = 60^\circ - \angle CAP$, 得到 $\angle BAP = \angle ACP$, 证得 $\triangle ABP \sim \triangle ACP$, 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】证明: $\because \angle APB = \angle APC = 120^\circ$,

$$\therefore \angle CAP + \angle ACP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACP = 60^\circ - \angle CAP,$$

$$\because \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = 60^\circ - \angle CAP,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle ACP,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACP,$$

$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{PC}{AP},$$

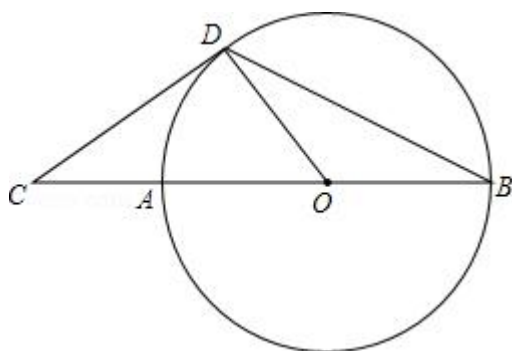
$$\therefore AP^2 = BP \cdot CP.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，三角形的内角和，熟练正确相似三角形的判定定理是解题的关键.

22. (10 分) 如图，点 C 在 $\odot O$ 的直径 BA 的延长线上， $AB=2AC$ ， CD 切 $\odot O$ 于点 D ，连接 CD ， OD .

(1) 求角 C 的正切值:

(2) 若 $\odot O$ 的半径 $r=2$ ，求 BD 的长度.



【考点】 MC: 切线的性质.

【分析】 (1) 根据 CD 切 $\odot O$ 于点 D ，得出 $CD \perp OD$ ，再根据 $AB=2CA$ ，求出 $\angle C=30^\circ$ ，即可得出答案；

(2) 连接 AD ，证得 $\triangle DAO$ 是等边三角形，求出 $DA=r=2$ ，再根据勾股定理可求得 BD 的长.

【解答】 解: (1) $\because CD$ 切 $\odot O$ 于点 D ,

$\therefore CD \perp OD$,

又 $\because AB=2AC$,

$$\therefore OD=AO=AC=\frac{1}{2}CO$$

$$\therefore \angle C=30^\circ$$

$$\therefore \tan \angle C = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

(2) 连接 AD,

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ADB=90^\circ$,

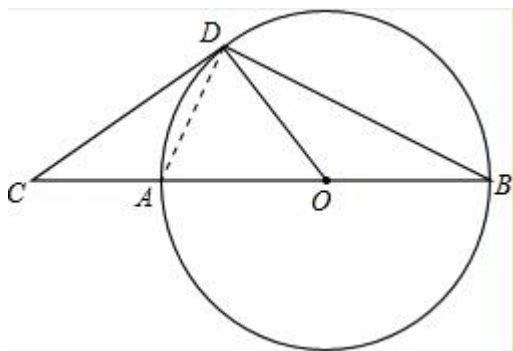
$\because \angle DOA=90^\circ - 30^\circ=60^\circ$,

又 $\because OD=OA$,

$\therefore \triangle DAO$ 是等边三角形.

$\therefore DA=r=2$,

$\therefore DB=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

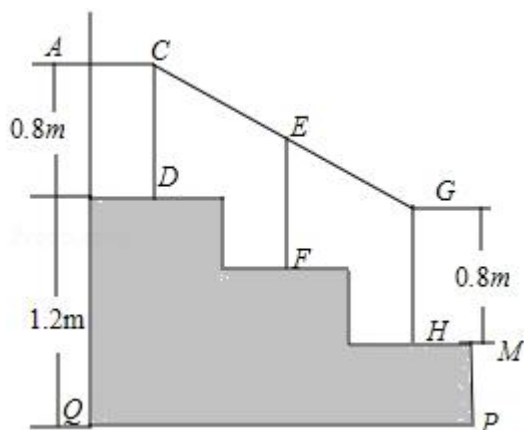


【点评】此题考查了切线的性质,用到的知识点是切线的性质、三角函数的定义、勾股定理,关键是根据题意作出辅助线,得出直角三角形.

23. (12 分) 靠校园一侧围墙的体育场看台侧面,如图阴影部分所示,看台的三级台阶高度相等,宽度相同,现要用钢管做护栏扶手 ACG 及三根与水平地面 PQ 垂直的护栏支架 CD 、 EF 和 GH (底端 D 、 F 、 H 分别在每级台阶的中点处). 已知看台高为 1.2 米,护栏支架 $CD=GH=0.8$ 米, $\angle DCG=66.5^\circ$. (参考数据: $\sin 66.5^\circ=0.92$, $\cos 66.5^\circ=0.40$, $\tan 66.5^\circ=2.30$)

(1) 点 D 与点 H 的高度差是 0.8 米:

(2) 试求制作护栏扶手和支架的钢管总长度 l , 即 $AC+CG+CD+EF+GH$ 的长度. (结果精确到 0.1 米)



【考点】T8: 解直角三角形的应用.

【分析】(1) 已知看台由四个台阶组成, 由图可看出 DH 由三个台阶组成, 看台的总高度已知, 则点 D 与点 H 的高度差不难求得;

(2) 连接 DG, 证得 $DG \parallel PQ$, 得出 $\triangle CDG$ 是直角三角形, 根据正弦函数和正切函数求得 $CG=2$, $DG=1.84$, 进一步求得 $AC=1.84 \div 4=0.46\text{m}$, $EF=0.8$, 即可求得制作护栏扶手和支架的钢管总长度.

【解答】解: (1) $\because$ 看台高为 1.2 米, 看台的三级台阶高度相等, 宽度相同,
 $\therefore$ 两级台阶高度为 0.8 米,
 $\therefore$ 点 D 与点 H 的高度差是 0.8 米,
 故答案为 0.8;

(2) 连接 DG,
 $\because$ 点 D 与点 H 的高度差是 0.8 米, $GH=0.8\text{m}$,
 $\therefore DG \parallel PQ$,
 $\therefore \angle CDG=90^\circ$,
 $\therefore \cos \angle DCG = \frac{CD}{CG}$, $\tan \angle DCG = \frac{DG}{CD}$,
 $\therefore CG = \frac{CD}{\cos 66.5^\circ} = \frac{0.8}{0.4} = 2 \text{ (m)}$, $DG = \tan 66.5^\circ \times 0.8 = 2.3 \times 0.8 = 1.84 \text{ (m)}$,
 $\therefore AC = 1.84 \div 4 = 0.46 \text{ (m)}$,

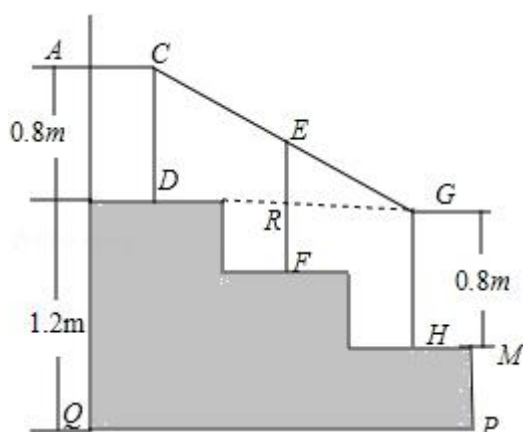
$$\therefore CE=EG,$$

$$\therefore ER=\frac{1}{2}CD=0.4\text{m},$$

$$\therefore RF=0.4\text{m},$$

$$\therefore EF=0.8\text{m},$$

$$\therefore AC+CG+CD+EF+GH=0.46+2+0.8\times 3=4.9\text{ (m)}.$$



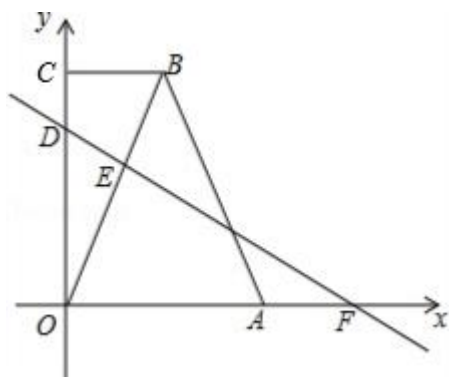
【点评】此题主要考查解直角三角形的应用，难度一般，主要要求学生能将实际问题转化为数学模型，然后利用解直角三角形的知识进行解答.

24. (12 分) 如图，直角坐标平面内的梯形 $OABC$ ， OA 在 x 轴上， OC 在 y 轴上， $OA\parallel BC$ ，点 E 在对角线 OB 上，点 D 在 OC 上，直线 DE 与 x 轴交于点 F ，已知 $OE=2EB$ ， $CB=3$ ， $OA=6$ ， $BA=3\sqrt{5}$ ， $OD=5$.

(1) 求经过点 A 、 B 、 C 三点的抛物线解析式；

(2) 求证： $\triangle ODE\sim\triangle OBC$ ；

(3) 在 y 轴上找一点 G ，使得 $\triangle GFO\sim\triangle ODE$ ，直接写出点 G 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据矩形的性质，可得 BG 与 OC 的关系， OG 与 BC 的关系，根据勾股定理，可得 BG 的长，可得 B ， C 点坐标，根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据勾股定理，可得 OB 的长，根据两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，可得答案；

(3) 根据相似三角形的性质，可得 EH ， OH 的长，根据待定系数法，可得 DE 的解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得 F 点坐标，根据相似三角形的性质，可得 OG 的长，可得 G 点坐标.

【解答】解：(1) 如图 1，

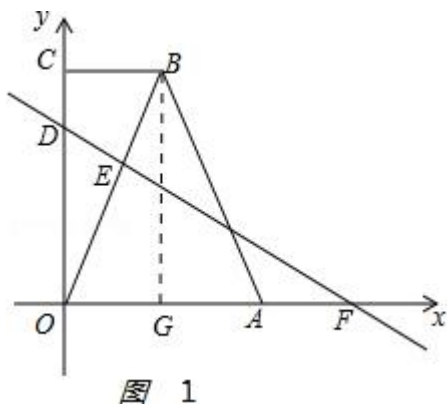


图 1

作 $BG \perp OA$ 于 G 点，四边形 $OCBG$ 是矩形， $BG=OC$ ， $OG=BC=3$.

$AG=OA - OG=6 - 3=3$.

由勾股定理，得

$$BG = \sqrt{BA^2 - AG^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 3^2} = 6.$$

$OC=BG=6$, 即 $C(0, 6)$;

$$BC=3, \quad BG=6, \quad \text{即 } B(3, 6).$$

设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$, 将 A、B、C 点坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 36a+6b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = 1 \\ c = 6 \end{cases}$$

抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$;

(2) 证明: 由勾股定理, 得

$$OB = \sqrt{OG^2 + BG^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}.$$

由 $OE=2EB$, 得

$$OE = \frac{2}{3}OB = 2\sqrt{5}.$$

由比的性质, 得

$$\frac{OE}{OC} = \frac{OD}{OB} = \frac{\sqrt{5}}{3}, \text{ 且 } \angle DOE = \angle BOC,$$

$$\therefore \triangle ODE \sim \triangle OBC.$$

(3) 如图 2, 作 $EH \perp OF$ 于 H 点,

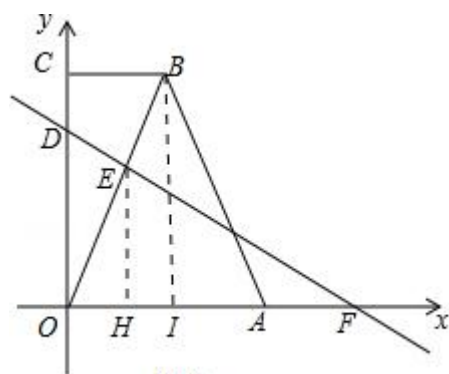


图 2

$$\frac{EH}{BI} = \frac{OE}{OB} = \frac{2}{3}, \quad EH = \frac{2}{3} \times 6 = 4, \quad \frac{OH}{OI} = \frac{OE}{OB} = \frac{2}{3}, \quad OH = \frac{2}{3} \times 3 = 2,$$

即 E (2, 4), D (0, 5),

设 DE 的解析式为 $y=kx+b$, 将 D, E 点坐标代入, 得 $\begin{cases} 2k+b=4 \\ b=5 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=5 \end{cases}$$

DE 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+5$,

当 $y=0$ 时, $x=10$, 即 F (10, 0).

OF=10.

由 $\triangle ODE \sim \triangle OBC$, 得 $\angle OED=90^\circ$.

由勾股定理, 得

$$DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}.$$

由 $\triangle OFG \sim \triangle ODE$, 得

$$\frac{OF}{ED}=\frac{OG}{OE}, \text{ 即 } OG=\frac{OF \cdot OE}{ED}=\frac{10 \times 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=20,$$

点 G 的坐标为 (0, 20)、(0, -20).

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用待定系数法求函数解析式; 利用相似三角形的判定: 两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似; 利用相似三角形的性质得出 $\frac{OF}{ED}=\frac{OG}{OE}$ 是解题关键.

25. (14 分) 如图, 平行四边形 ABCD 中, $AB=5$, $BC=10$, $\sin \angle B=\frac{4}{5}$, E 点为

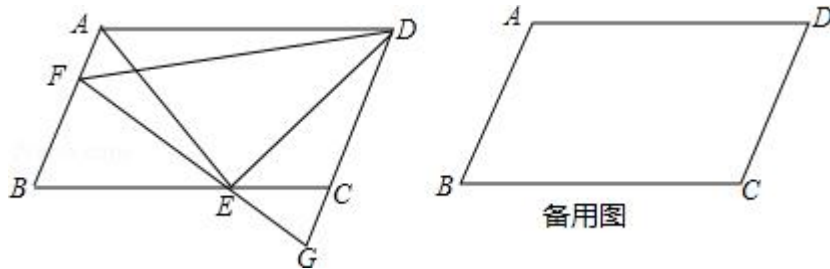
BC 边上的一个动点 (不与 B、C 重合), 过 E 作直线 AB 的垂线, 垂足为 F,

FE 与 DC 的延长线相交于点 G, 连结 DE, DF.

(1) 当 $\triangle ABE$ 恰为直角三角形时, 求 BF: CG 的值:

(2) 当点 E 在线段 BC 上运动时, $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEG$ 的周长之和是否是常数, 请说明理由:

(3) 设 $BE=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 试求出 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.



【考点】LO：四边形综合题.

【分析】(1) 利用平行四边形的性质和相似三角形的判定即可解决问题.

(2) 设 $BE=x$, 易证 $\triangle BEF \sim \triangle BAM$, 根据相似三角形的性质可得 $BF=\frac{3}{5}x$, $EF=\frac{4}{5}x$. 易证 $\triangle CEG \sim \triangle BAM$, 根据相似三角形的性质可得 $CG=6-\frac{3}{5}x$, $EG=8-\frac{4}{5}x$, 从而可得 $C_{\triangle BEF}+C_{\triangle CEG}=24$.

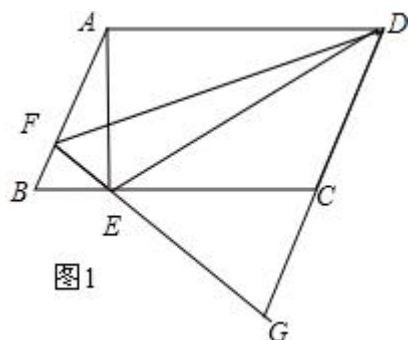
(3) 由 (2) 得: $EF=\frac{4}{5}x$, $DG=11-\frac{3}{5}x$, 就可求出 y 和 x 之间的函数关系式.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DC$, 即 $BF \parallel CG$,

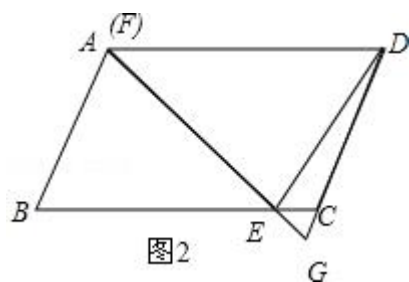
$\therefore \triangle BEF \sim \triangle CEG$.

当 $\triangle ABE$ 恰为直角三角形时, 如图 1:



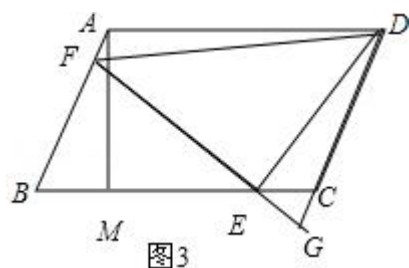
$\therefore BF:CG=BE:EC=3:7$,

当 $\triangle ABE$ 恰为直角三角形时, 如图 2:



∴ BF: CG=BE: EC=5;

(2) $\triangle BEF$ 和 $\triangle CEG$ 的周长之和等于 24, 是常数. 如图 3:



理由: 设 $BE=x$,

∵ $AM \perp BC$, $AB=5$, $AM=4$,

∴ $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = 3$.

∵ $AM \perp BC$, $EF \perp AB$,

∴ $\angle AMB = \angle EFB = 90^\circ$.

∵ $\angle B = \angle B$,

∴ $\triangle BEF \sim \triangle BAM$,

∴ $\frac{BF}{BM} = \frac{EF}{AM} = \frac{BE}{BA}$,

∴ $\frac{BF}{3} = \frac{EF}{4} = \frac{x}{5}$,

∴ $BF = \frac{3}{5}x$, $EF = \frac{4}{5}x$.

∵ $\triangle BEF \sim \triangle CEG$, $\triangle BEF \sim \triangle BAM$,

∴ $\triangle CEG \sim \triangle BAM$,

∴ $\frac{CE}{BA} = \frac{CG}{BM} = \frac{EG}{AM}$,

$$\therefore \frac{10-x}{5} = \frac{CG}{3} = \frac{EG}{4},$$

$$\therefore CG = 6 - \frac{3}{5}x, \quad EG = 8 - \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore C_{\triangle BEF} + C_{\triangle CEG} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x + x + 6 - \frac{3}{5}x + 8 - \frac{4}{5}x + 10 - x = 24.$$

$$(3) \text{ 由 (2) 得: } EF = \frac{4}{5}x, \quad FG = DG = DC + CG = 5 + 6 - \frac{3}{5}x = 11 - \frac{3}{5}x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}EF \cdot DG = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \cdot \left(11 - \frac{3}{5}x\right) = -\frac{6}{25}x^2 + \frac{22}{5}x \quad (0 < x < 10).$$

【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、平行四边形的性质、勾股定理、解一元二次方程等知识，运用相似三角形的性质是解决第 (2) 小题的关键.