

- A. $\angle AED = \angle ECB$ B. $\angle ADE = \angle ACE$ C. $BE = \sqrt{2}AD$ D. $BC = \sqrt{2}CE$

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $2(2\vec{a} + 3\vec{b}) - \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} =$ _____.

8. (4 分) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{b-a}{a+b} =$ _____.

9. (4 分) 已知二次函数 $y = 2x^2 - 1$, 如果 y 随 x 的增大而增大, 那么 x 的取值范围是_____.

10. (4 分) 如果两个相似三角形的面积比是 4:9, 那么它们对应高的比是_____.

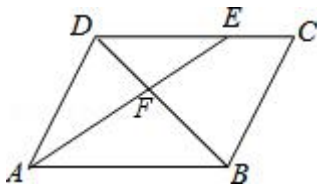
11. (4 分) 如图所示, 一皮带轮的坡比是 1:2.4, 如果将货物从地面用皮带轮送到离地 10 米的平台, 那么该货物经过的路程是_____米.



12. (4 分) 已知点 M (1, 4) 在抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 1$ 上, 如果点 N 和点 M 关于该抛物线的对称轴对称, 那么点 N 的坐标是_____.

13. (4 分) 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, $AC = 3$, $AB = 4$, $\angle ACD = \angle B$, 那么 AD 的长是_____.

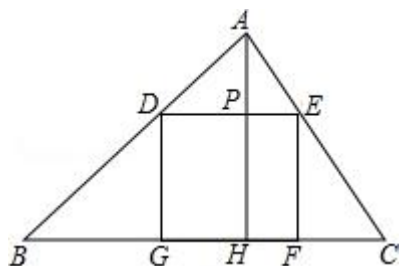
14. (4 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 4$, $\angle BAD$ 的平分线 AE 分别交 BD、CD 于 F、E, 那么 $\frac{DF}{BF} =$ _____.



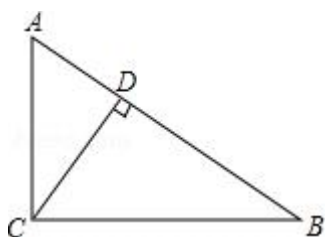
15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AH \perp BC$ 于 H, 正方形 DEFG 内接于 $\triangle ABC$,

点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 点 G、F 在边 BC 上. 如果 $BC = 20$, 正方形

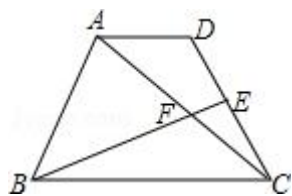
DEFG 的面积为 25, 那么 AH 的长是_____.



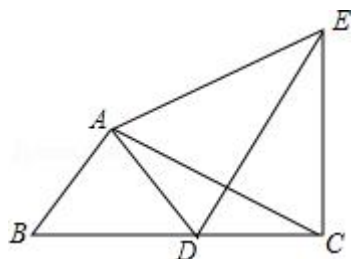
16. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D, $\tan \angle ACD = \frac{3}{4}$, $AB=5$, 那么 CD 的长是_____.



17. (4 分) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $BC=2AD$, 点 E 是 CD 的中点, AC 与 BE 交于点 F, 那么 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CEF$ 的面积比是_____.



18. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $\cos B = \frac{3}{5}$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转得 $\triangle ADE$, 点 B 的对应点 D 落在边 BC 上, 联结 CE, 那么 CE 的长是_____.



三、(本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分; 第 23、24 题每题 12 分; 第 25 题 14 分; 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $4\sin 45^\circ - 2\tan 30^\circ \cos 30^\circ + \frac{\cot 45^\circ}{\cos 60^\circ}$.

20. (10 分) 抛物线 $y=x^2-2x+c$ 经过点 $(2, 1)$.

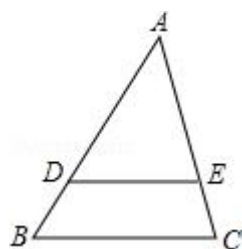
(1) 求抛物线的顶点坐标;

(2) 将抛物线 $y=x^2-2x+c$ 沿 y 轴向下平移后, 所得新抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 如果 $AB=2$, 求新抛物线的表达式.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}$, $AE=3$, $CE=1$, $BC=6$.

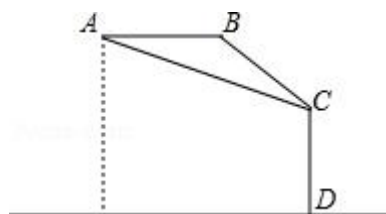
(1) 求 DE 的长;

(2) 过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 BC 于 F , 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{DF}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



22. (10 分) 如图, 热气球在离地面 800 米的 A 处, 在 A 处测得一大楼顶 C 的俯角是 30° , 热气球沿着水平方向向此大楼飞行 400 米后达到 B 处, 从 B 处再次测得此大楼楼顶 C 的俯角是 45° , 求该大楼 CD 的高度.

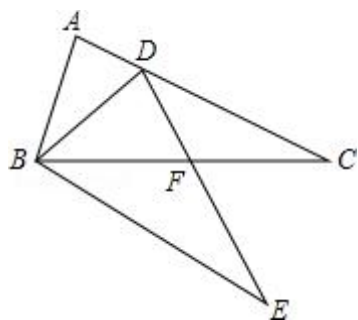
参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.



23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, 点 D 在边 AC 上, $AB=BD$, $BE=ED$, 且 $\angle CBE=\angle ABD$, DE 与 CB 交于点 F . 求证:

(1) $BD^2=AD \cdot BE$;

(2) $CD \cdot BF = BC \cdot DF$.

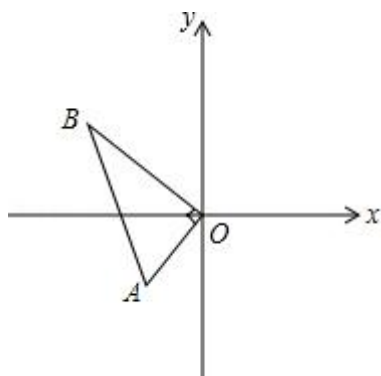


24. (12 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB=90^\circ$, 已知点 $A(-1, -1)$, 点 B 在第二象限, $OB=2\sqrt{2}$, 抛物线 $y=\frac{3}{5}x^2+bx+c$ 经过点 A 和 B .

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求抛物线 $y=\frac{3}{5}x^2+bx+c$ 的对称轴;

(3) 如果该抛物线的对称轴分别和边 AO 、 BO 的延长线交于点 C 、 D , 设点 E 在直线 AB 上, 当 $\triangle BOE$ 和 $\triangle BCD$ 相似时, 直接写出点 E 的坐标.

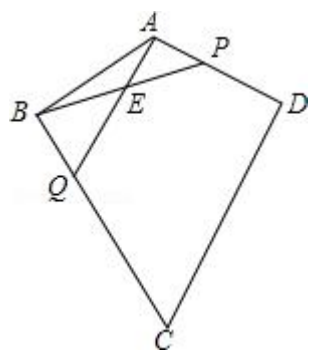


25. (14 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle C=60^\circ$, $AB=AD=5$, $CB=CD=8$, 点 P 、 Q 分别是边 AD 、 BC 上的动点, AQ 和 BP 交于点 E , 且 $\angle BEQ=90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAD$, 设 A 、 P 两点的距离为 x .

(1) 求 $\angle BEQ$ 的正切值;

(2) 设 $\frac{AE}{PE}=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;

(3) 当 $\triangle AEP$ 是等腰三角形时, 求 B 、 Q 两点的距离.



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 由 $AB \parallel CD \parallel EF$, 根据平行线分线段成比例定理求解即可求得答案. 注意排除法在解选择题中的应用.

【解答】 解: A、 $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}, \text{ 故错误;}$$

B、 $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF}, \text{ 故正确;}$$

C、 $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}, \text{ 故错误;}$$

D、 $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF},$$

$$\therefore AC \cdot DF = BD \cdot CE, \text{ 故错误.}$$

故选: B.

【点评】 此题考查了平行线分线段成比例定理. 注意掌握各线段的对应关系.

3. (4分) 将抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位所得新抛物线的表达式是 ()

A. $y=2(x+3)^2$ B. $y=(x+3)^2$ C. $y=(x-1)^2$ D. $y=2(x-1)^2$

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 先根据二次函数的性质得到抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 的顶点坐标为 $(-1, -2)$, 再利用点平移的规律, 点 $(-1, -2)$ 平移后的对应点的坐标为 $(1, 0)$, 然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

【解答】 解: 抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 的顶点坐标为 $(-1, -2)$, 把点 $(-1, -2)$ 向右平移 2 个单位, 向上平移 2 个单位得到对应点的坐标为 $(1, 0)$,

所以平移后的抛物线解析式为 $y=2(x-1)^2$.

故选：D.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

4. (4分) 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $AB=AC=5$ ， $BC=8$ ，那么 AG 的长是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 K5：三角形的重心.

【分析】 根据题意画出图形，连接 AG 并延长交 BC 于点 D ，由等腰三角形的性质可得出 $AD \perp BC$ ，再根据勾股定理求出 AD 的长，由三角形重心的性质即可得出 AG 的长.

【解答】 解：如图所示：连接 AG 并延长交 BC 于点 D ,

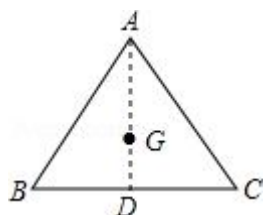
$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心， $AB=AC=5$ ， $BC=8$,

$\therefore AD \perp BC$ ， $BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2} \times 8=4$,

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$,

$\therefore AG=\frac{2}{3}AD=\frac{2}{3} \times 3=2$.

故选：B.



【点评】 本题考查的是三角形的重心，熟知重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2:1 是解答此题的关键.

5. (4分) 如果从甲船看乙船, 乙船在甲船的北偏东 30° 方向, 那么从乙船看甲船, 甲船在乙船的 ()

A. 南偏西 30° 方向

B. 南偏西 60° 方向

C. 南偏东 30° 方向

D. 南偏东 60° 方向

【考点】IH: 方向角.

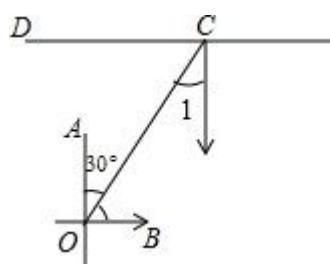
【分析】根据题意正确画出图形进而分析得出从乙船看甲船的方向.

【解答】解: 如图所示: 可得 $\angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore$ 从甲船看乙船, 乙船在甲船的北偏东 30° 方向,

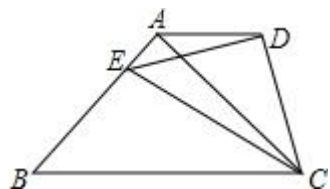
$\therefore$ 从乙船看甲船, 甲船在乙船的南偏西 30° 方向.

故选: A.



【点评】此题主要考查了方向角, 根据题意画出图形是解题关键.

6. (4分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 E 是边 AB 上的一点, $\angle ECD = 45^\circ$, 那么下列结论错误的是 ()



A. $\angle AED = \angle ECB$ B. $\angle ADE = \angle ACE$ C. $BE = \sqrt{2}AD$ D. $BC = \sqrt{2}CE$

【考点】LH: 梯形.

【分析】根据等腰直角三角形的性质得出 $BC = \sqrt{2}AC$, 从而证得 $BC \neq \sqrt{2}CE$,

根据平行线的性质得出 $\angle DAC = \angle ACB = 45^\circ$, 证得 $\angle DAC = \angle ABC$, 因为 $\angle$

$\angle ACD = \angle BCE$, 证得 $\triangle DAC \sim \triangle EBC$, 得出 $\frac{EC}{DC} = \frac{BC}{AC}$, $\frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$, 从而证得 $BE = \sqrt{2}AD$, 进一步证得 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, 得出 $\angle EDC = \angle BAC = 90^\circ$, 从而证得 A、D 在以 EC 为直径的圆上, 根据圆周角定理证得 $\angle AED = \angle ACD = \angle ECB$, $\angle ADE = \angle ACE$, 根据以上结论即可判断.

【解答】 解: $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}AC,$$

$$\therefore EC > AC,$$

$$\therefore BC \neq \sqrt{2}CE,$$

$$\therefore AD \parallel BC, \angle ECD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ABC, \angle ACD = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle EBC,$$

$$\therefore \frac{EC}{DC} = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ECD = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore A、D \text{ 在以 } EC \text{ 为直径的圆上},$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACD, \angle ADE = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ECB,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle EBC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{2},$$

$$\therefore BE = \sqrt{2}AD,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了梯形的性质，等腰直角三角形的性质，三角形相似的判定和性质，圆周角定理等，熟练掌握这些性质定理是解题的关键.

二、填空题(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $2(2\vec{a}+3\vec{b}) - \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \underline{\underline{\frac{11}{3}\vec{a} + \frac{13}{2}\vec{b}}}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】 解： $2(2\vec{a}+3\vec{b}) - \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
 $= 4\vec{a} + 6\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
 $= \frac{11}{3}\vec{a} + \frac{13}{2}\vec{b}.$

故答案为： $\frac{11}{3}\vec{a} + \frac{13}{2}\vec{b}.$

【点评】 此题考查了平面向量的运算. 注意掌握去括号时符号的变化是解此题的关键.

8. (4 分) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{b-a}{a+b} = \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用比例的性质由 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ 得到 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$, 则可设 $a=2t$, $b=3t$, 然后把 $a=2t$,

$b=3t$ 代入 $\frac{b-a}{a+b}$ 中进行分式的运算即可.

【解答】 解： $\because \frac{a}{b} = \frac{2}{3},$

$$\therefore \frac{a}{2} = \frac{b}{3},$$

设 $a=2t$, $b=3t$,

$$\therefore \frac{b-a-3t-2t-1}{a+b-2t+3t-5}$$

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点评】 本题考查了比例的性质：常用的性质有：内项之积等于外项之积；合比性质；分比性质；合分比性质；等比性质.

9. (4 分) 已知二次函数 $y=2x^2-1$ ，如果 y 随 x 的增大而增大，那么 x 的取值范围是 $x>0$.

【考点】 H3：二次函数的性质.

【分析】 由于抛物线 $y=2x^2-1$ 的对称轴是 y 轴，所以当 $x \geq 0$ 时， y 随 x 的增大而增大.

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y=2x^2-1$ 中 $a=2>0$,

$\therefore$ 二次函数图象开口向上，且对称轴是 y 轴，

$\therefore$ 当 $x \geq 0$ 时， y 随 x 的增大而增大.

故答案为： $x>0$.

【点评】 本题考查了抛物线 $y=ax^2+b$ 的性质：①图象是一条抛物线；②开口方向与 a 有关；③对称轴是 y 轴；④顶点 $(0, b)$.

10. (4 分) 如果两个相似三角形的面积比是 4: 9，那么它们对应高的比是 2: 3.

【考点】 S7：相似三角形的性质.

【分析】 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方求出相似比，根据相似三角形对应高的比等于相似比解答即可.

【解答】 解： $\because$ 两个相似三角形的面积比是 4: 9,

$\therefore$ 两个相似三角形相似比是 2: 3,

$\therefore$ 它们对应高的比是 2: 3.

故答案为：2：3.

【点评】 本题考查对相似三角形性质的理解. 相似三角形周长的比等于相似比；相似三角形面积的比等于相似比的平方；相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

11. (4 分) 如图所示，一皮带轮的坡比是 1：2.4，如果将货物从地面用皮带轮送到离地 10 米的平台，那么该货物经过的路程是 26 米.



【考点】 T9：解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 首先根据题意画出图形，根据坡度的定义，由勾股定理即可求得答案.

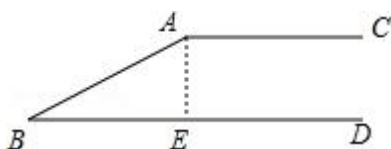
【解答】 解：如图，由题意得：斜坡 AB 的坡比 $i=1:2.4$ ， $AE=10$ 米， $AE \perp BD$ ，

$$\therefore i = \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2.4},$$

$$\therefore BE = 24 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 26 \text{ (米)}.$$

故答案为：26.



【点评】 此题考查了解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题. 此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用，注意理解坡比的定义.

12. (4 分) 已知点 M (1, 4) 在抛物线 $y=ax^2 - 4ax+1$ 上，如果点 N 和点 M 关于该抛物线的对称轴对称，那么点 N 的坐标是 (3, 4).

【考点】 H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 首先求得抛物线 $y=ax^2 - 4ax+1$ 对称轴为 $x = -\frac{-4a}{2a} = 2$ ，进一步利用二次

函数的对称性求得点 M 关于此抛物线对称轴的对称点 N 的坐标是即可.

【解答】解：∵ 抛物线 $y=ax^2-4ax+1$ 对称轴为 $x=-\frac{-4a}{2a}=2$,

∴ 点 M (1, 4) 关于该抛物线的对称轴对称点 N 的坐标是 (3, 4).

故答案为: (3, 4).

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的对称性, 求得对称轴, 掌握二次函数的对称性是解决问题的关键.

13. (4 分) 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, $AC=3$, $AB=4$, $\angle ACD=\angle B$, 那么 AD 的长是 $\frac{9}{4}$.

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】由 $\angle A=\angle A$, $\angle ACD=\angle B$, 得到 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$, 代入数据即可得到结论.

【解答】解: ∵ $\angle A=\angle A$, $\angle ACD=\angle B$,

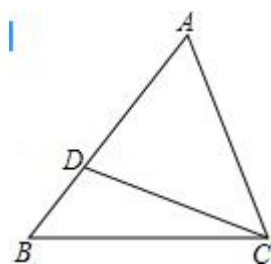
∴ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$,

$$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC},$$

$$\text{即: } \frac{3}{4}=\frac{AD}{3},$$

$$\therefore AD=\frac{9}{4}.$$

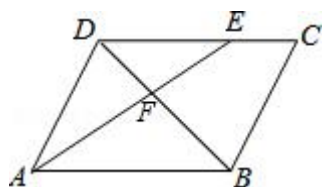
故答案为: $\frac{9}{4}$.



【点评】本题考查了相似三角形的性质和判定的应用, 注意: ①相似三角形的对应边的比相等, ②有两角对应相等的两三角形相似.

14. (4 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=4$, $\angle BAD$ 的平分线 AE 分别交

BD、CD 于 F、E，那么 $\frac{DF}{BF} = \frac{2}{3}$ 。



【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AB \parallel CD$ ， $CD = AB = 6$ ，由平行线的性质得到 $\angle AED = \angle EAB$ ，由角平分线的定义得到 $\angle DAE = \angle BAE$ ，等量代换得到 $\angle DAE = \angle AED$ ，根据等腰三角形的判定得到 $DE = AD = 4$ ，由相似三角形的性质得到 $\frac{DF}{BF} = \frac{DE}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ，

【解答】解：在 $\square ABCD$ 中，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $CD = AB = 6$ ，

$\therefore \angle AED = \angle EAB$ ，

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle AED$ ，

$\therefore DE = AD = 4$ ，

$\therefore DE \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle ABF$ ，

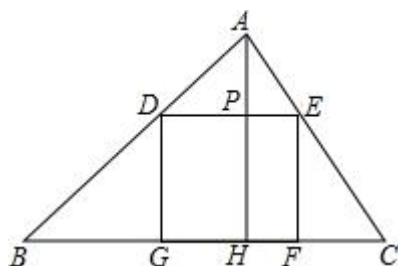
$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{DE}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2}{3}$ 。

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，平行四边形的性质，角平分线的定义，熟练掌握相似三角形的判定是解题的关键。

15. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AH \perp BC$ 于 H，正方形 DEFG 内接于 $\triangle ABC$ ，

点 D、E 分别在边 AB、AC 上，点 G、F 在边 BC 上．如果 $BC=20$ ，正方形 DEFG 的面积为 25，那么 AH 的长是 $\frac{20}{3}$ ．



【考点】LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】根据 $DG \parallel BC$ 得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，利用相似三角形对应边上高的比等于相似比，列方程求解．

【解答】解：由正方形 DEFG 得， $DE \parallel GF$ ，即 $DE \parallel BC$ ，

$$\therefore AH \perp BC,$$

$$\therefore AP \perp DE,$$

$$\therefore DG \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AP}{AH} = \frac{DE}{BC},$$

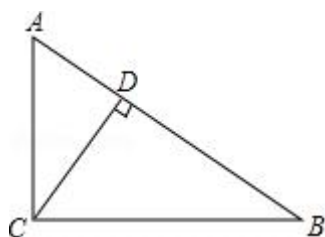
$$\text{即 } \frac{AH-5}{AH} = \frac{5}{20},$$

$$\text{解得：} AH = \frac{20}{3}.$$

$$\text{故答案为：} \frac{20}{3}.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，正方形的性质，关键是由平行线得到相似三角形，利用相似三角形的性质列方程．

16. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D， $\tan \angle ACD = \frac{3}{4}$ ， $AB=5$ ，那么 CD 的长是 $\frac{12}{5}$ ．



【考点】T7：解直角三角形.

【分析】根据余角的性质得到 $\angle B = \angle ACD$ ，由 $\tan \angle ACD = \frac{3}{4}$ ，得到 $\tan \angle$

$B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$ ，设 $AC = 3x$ ， $BC = 4x$ ，根据勾股定理得到 $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，根据三角形的面积公式即可得到结论..

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，

$$\therefore \angle ACD + \angle BCD = \angle BCD + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD,$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4},$$

设 $AC = 3x$ ， $BC = 4x$ ，

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore (3x)^2 + (4x)^2 = 5^2,$$

解得： $x = 1$ ，

$$\therefore AC = 3, BC = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

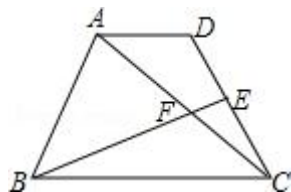
$$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5},$$

故答案为： $\frac{12}{5}$.

【点评】本题考查了解直角三角形，勾股定理，三角形的面积公式，熟记三角形的面积公式是解题的关键.

17. (4分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，点 E 是 CD 的中点，

AC 与 BE 交于点 F, 那么 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CEF$ 的面积比是 6: 1.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 延长 BE, AD 交于 G, 根据平行线的性质得到 $\angle G = \angle EBC$, 根据全等

三角形的性质得到 $DG = BC = 2AD$, $GE = BE$, 于是得到 $AG = 3AD$, 通过 $\triangle AGF$

$\sim \triangle BCF$, 得到 $\frac{AF}{CF} = \frac{GF}{BF} = \frac{AG}{BC} = \frac{3}{2}$, 设 $GF = 3x$, $BF = 2x$, 求得 $\frac{BF}{EF} = \frac{4}{1}$, 由

$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{AF}{CF} = \frac{3}{2}$, 得到 $S_{\triangle ABF} = \frac{3}{2}S_{\triangle BCF}$, 由 $\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{BF}{EF} = 4$, 得到 $S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4}S_{\triangle BCF}$,

即可得到结论.

【解答】 解: 延长 BE, AD 交于 G,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle G = \angle EBC$,

在 $\triangle DGE$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle G = \angle EBC \\ \angle DEG = \angle BEC, \\ DE = CE \end{cases}$$

$\therefore DG = BC = 2AD$, $GE = BE$,

$\therefore AG = 3AD$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AGF \sim \triangle BCF$,

$$\therefore \frac{AF}{CF} = \frac{GF}{BF} = \frac{AG}{BC} = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 设 $GF = 3x$, $BF = 2x$,

$\therefore BG = 5x$,

$$\therefore BE=GE=2.5x,$$

$$\therefore EF=\frac{1}{2}x,$$

$$\therefore \frac{BF}{EF}=\frac{4}{1},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BCF}}=\frac{BF}{CF}=\frac{3}{2},$$

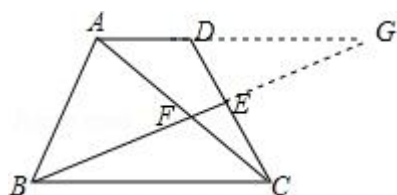
$$\therefore S_{\triangle ABF}=\frac{3}{2}S_{\triangle BCF},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle CEF}}=\frac{BF}{EF}=4,$$

$$\therefore S_{\triangle CEF}=\frac{1}{4}S_{\triangle BCF},$$

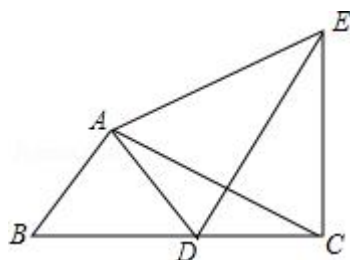
$$\therefore \triangle ABF \text{ 和 } \triangle CEF \text{ 的面积比} = \frac{\frac{3}{2}S_{\triangle BCF}}{\frac{1}{4}S_{\triangle BCF}} = 6:1.$$

故答案为：6：1.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

18. (4分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $\cos B=\frac{3}{5}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转得 $\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 落在边 BC 上，联结 CE，那么 CE 的长是 $\frac{24}{5}$.



【考点】 R2：旋转的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】先利用余弦定义计算出 $BC=5$ ，再利用勾股定理计算出 $AC=4$ ，接着根据旋转的性质得 $AB=AD$ ， $AC=AE$ ， $\angle BAD=\angle CAE$ ，利用三角形内角和定理易得 $\angle ACE=\angle B$ ，作 $AH \perp CE$ 于 H ，由等腰三角形的性质得 $EH=CH$ ，如图，在 $Rt \triangle ACH$ 中，利用 $\cos \angle ACH = \frac{CH}{AC} = \frac{3}{5}$ 可计算出 $CH = \frac{3}{5}AC = \frac{12}{5}$ ，所以 $CE = 2CH = \frac{24}{5}$.

【解答】解： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$ ，

$$\therefore BC = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\because \triangle ABC$ 绕着点 A 旋转得 $\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 落在边 BC 上，

$$\therefore AB = AD, AC = AE, \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD), \angle ACE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAE),$$

$$\therefore \angle ACE = \angle B,$$

$$\therefore \cos \angle ACE = \cos B = \frac{3}{5},$$

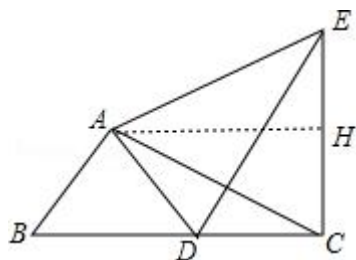
作 $AH \perp CE$ 于 H ，则 $EH = CH$ ，如图，

$$\text{在 } Rt \triangle ACH \text{ 中，} \therefore \cos \angle ACH = \frac{CH}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{3}{5}AC = \frac{12}{5},$$

$$\therefore CE = 2CH = \frac{24}{5}.$$

故答案为 $\frac{24}{5}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等. 解决本题的关键是证明 $\angle ACE = \angle B$.

三、(本大题共 7 题，第 19-22 题每题 10 分；第 23、24 题每题 12 分；第 25 题 14 分；满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $4\sin 45^\circ - 2\tan 30^\circ \cos 30^\circ + \frac{\cot 45^\circ}{\cos 60^\circ}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据特殊角的三角函数值进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}}$

$$= 2\sqrt{2} - 1 + 2$$

$$= 2\sqrt{2} + 1.$$

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值，考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型.

20. (10 分) 抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 经过点 (2, 1).

(1) 求抛物线的顶点坐标;

(2) 将抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 沿 y 轴向下平移后，所得新抛物线与 x 轴交于 A、B 两点，如果 $AB = 2$ ，求新抛物线的表达式.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 46: 几何变换.

【分析】 (1) 把 (2, 1) 代入 $y = x^2 - 2x + c$ 中求出 c 的值即可得到抛物线解析式，然后配成顶点式得到顶点坐标;

(2) 先确定抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 的对称轴，再利用抛物线的对称性得到 A (0, 0)，B (2, 0)，然后利用交点式可写出新抛物线的表达式.

【解答】解：(1) 把 (2, 1) 代入 $y=x^2-2x+c$ 得 $4-4+c=1$ ，解得 $c=1$ ，

所以抛物线解析式为 $y=x^2-2x+1$ ，

$$y=(x-1)^2,$$

所以抛物线顶点坐标为 (1, 0)；

(2) $y=x^2-2x+1=(x-1)^2$ ，抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，

而新抛物线与 x 轴交于 A、B 两点， $AB=2$ ，

所以 A (0, 0)，B (2, 0)，

所以新抛物线的解析式为 $y=x(x-2)$ ，即 $y=x^2-2x$ 。

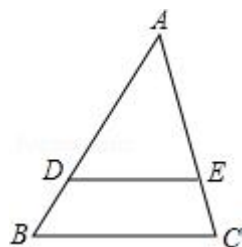
【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上， $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}$ ， $AE=3$ ，

$CE=1$ ， $BC=6$ 。

(1) 求 DE 的长；

(2) 过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 BC 于 F，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，求向量 $\overrightarrow{DF}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【考点】 LM: *平面向量；S4: 平行线分线段成比例。

【分析】 (1) 由 $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}$ ， $AE=3$ ， $CE=1$ ，可得 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{3}{4}$ ，即可证得 $DE \parallel BC$ ，

然后由平行线分线段成比例定理，即可求得 DE 的长；

(2) 由 $DF \parallel AC$, 可得 $\frac{DF}{AC} = \frac{BD}{BA} = \frac{1}{4}$, 再由三角形法则, 即可求得答案.

【解答】解: (1) $\because AE=3, CE=1,$

$$\therefore AC=AE+CE=4,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

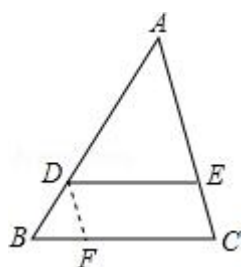
$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DE=BC \times \frac{3}{4} = 6 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{2};$$

$$(2) \because DF \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{DF}{AC} = \frac{BD}{BA} = \frac{1}{4},$$

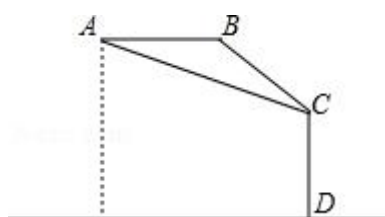
$$\therefore \overrightarrow{DF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{4} \overrightarrow{a} + \frac{1}{4} \overrightarrow{b}.$$



【点评】此题考查了平行向量的知识以及平行线分线段成比例定理. 注意掌握三角形法则以及平行四边形的法则的应用是解此题的关键.

22. (10 分) 如图, 热气球在离地面 800 米的 A 处, 在 A 处测得一大楼顶 C 的俯角是 30° , 热气球沿着水平方向向此大楼飞行 400 米后达到 B 处, 从 B 处再次测得此大楼楼顶 C 的俯角是 45° , 求该大楼 CD 的高度.

参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73.$



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于 E ，设 $CE=x$ 米，根据正切的定义分别求出 AE 、 BE 的长，列出方程，解方程求出 x 的值，计算即可.

【解答】解：作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于 E ，

设 $CE=x$ 米，

$$\because \angle EBC=45^\circ,$$

$$\therefore BE=x \text{ 米},$$

$$\because \angle EAC=30^\circ,$$

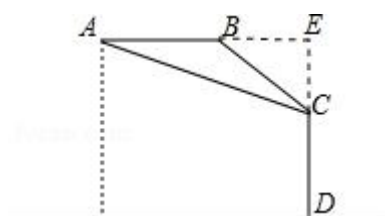
$$\therefore AE = \frac{CE}{\tan \angle EAC} = \sqrt{3}x \text{ 米},$$

$$\text{由题意得, } \sqrt{3}x - x = 400,$$

$$\text{解得 } x = 200(\sqrt{3}+1) \text{ 米},$$

$$\text{则 } CD = 800 - 200(\sqrt{3}+1) \approx 254 \text{ 米}.$$

答：大楼 CD 的高度约为 254 米.



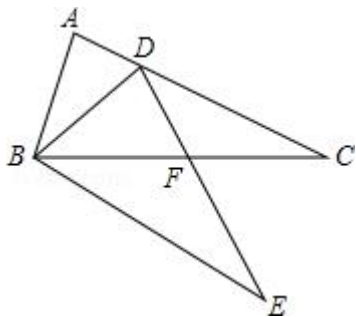
【点评】本题考查的是解直角三角形的应用－仰角俯角问题，正确作出辅助线、构造直角三角形、熟练运用锐角三角函数的定义是解题的关键.

23. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ，点 D 在边 AC 上， $AB=BD$ ， $BE=ED$ ，

且 $\angle CBE = \angle ABD$ ， DE 与 CB 交于点 F . 求证：

(1) $BD^2 = AD \cdot BE$;

(2) $CD \cdot BF = BC \cdot DF$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 由 $\angle CBE = \angle ABD$, 得到 $\angle ABC = \angle DBE$ 等量代换得到 $\angle A = \angle DBE$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle A = \angle ADB$, $\angle DBE = \angle BDE$, 等量代换得到 $\angle A = \angle DBE = \angle BDE$, 推出 $\triangle ABD \sim \triangle DEB$, 根据相似三角形的性质即可得到结论;

(2) 通过 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 根据全等三角形的性质得到 $\angle C = \angle E$, $BE = BC$, 由于 $\angle CFD = \angle EFB$, 证得 $\triangle CFD \sim \triangle EFB$, 根据相似三角形的性质得到结论.

【解答】证明: (1) $\because \angle CBE = \angle ABD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle DBE,$$

$$\because \angle A = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBE,$$

$$\because AB = BD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ADB,$$

$$\because BE = DE,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle BDE,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBE = \angle BDE,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DEB,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BE},$$

即 $BD^2 = AD \cdot BE$;

(2) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle BDE \\ AB = DB \\ \angle ABC = \angle DBE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBE$,

$\therefore \angle C = \angle E$, $BE = BC$,

$\therefore \angle CFD = \angle EFB$,

$\therefore \triangle CFD \sim \triangle EFB$,

$$\therefore \frac{BF}{DF} = \frac{BE}{CD},$$

$$\therefore \frac{BF}{DF} = \frac{BC}{CD},$$

即: $CD \cdot BF = BC \cdot DF$.

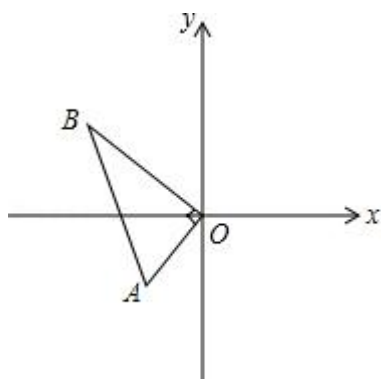
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 已知点 $A(-1, -1)$, 点 B 在第二象限, $OB = 2\sqrt{2}$, 抛物线 $y = \frac{3}{5}x^2 + bx + c$ 经过点 A 和 B .

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求抛物线 $y = \frac{3}{5}x^2 + bx + c$ 的对称轴;

(3) 如果该抛物线的对称轴分别和边 AO 、 BO 的延长线交于点 C 、 D , 设点 E 在直线 AB 上, 当 $\triangle BOE$ 和 $\triangle BCD$ 相似时, 直接写出点 E 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据互相垂直的两直线一次项系数的乘积为 -1 ，可得 BO 的解析式，根据勾股定理，可得 B 点坐标；

(2) 根据待定系数法，可得函数解析式，根据配方法，可得答案；

(3) 根据待定系数，可得 AB 的解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得 E 、 F 点的坐标，分类讨论： $\triangle BCD \sim \triangle BEO$ 时，可得 F 点坐标； $\triangle BCD \sim \triangle BOE$ 时，根据相似于同一个三角形的两个三角形相似，可得 $\triangle BFO \sim \triangle BOE$ ，根据相似三角形的性质，可得 BF 的长，根据勾股定理，可得 F 点坐标.

【解答】解：(1) AO 的解析式为 $y=x$ ， $AO \perp BO$ ，

BO 的解析式为 $y=-x$ ，设 B 点坐标为 $(a, -a)$ ，

由 $OB=2\sqrt{2}$ ，得

$$\sqrt{a^2+(-a)^2}=2\sqrt{2}.$$

解得 $a=2$ (不符合题意，舍)，或 $a=-2$ ，

$B(-2, 2)$ ；

(2) 将 A 、 B 点坐标代入函数解析式，得

$$\begin{cases} \frac{3}{5}-b+c=-1 \\ \frac{3}{5} \times 4-2b+c=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -\frac{6}{5} \\ c = -\frac{14}{5} \end{cases},$$

$$y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = \frac{3}{5}(x-1)^2 - \frac{17}{5},$$

对称轴是直线 $x=1$;

(3) 设 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

将 A、B 点的坐标代入, 得

$$\begin{cases} -k+b=-1 \\ -2k+b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-3 \\ b=-4 \end{cases},$$

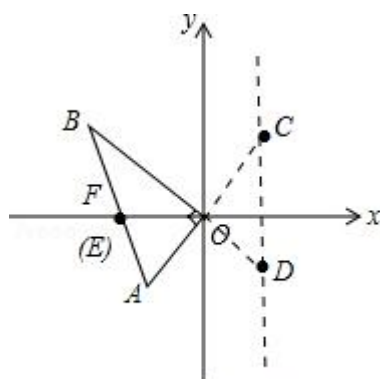
AB 的解析式为 $y=-3x-4$.

当 $y=0$ 时, $x=-\frac{4}{3}$, 即 $F(-\frac{4}{3}, 0)$.

AO: $y=x$, 当 $x=1$ 时, $y=1$, 即 $C(1, 1)$;

BO: $y=-x$, 当 $x=1$ 时, $y=-1$, 即 $D(1, -1)$;

$$AB=BC=\sqrt{10}, AO=OC=\sqrt{2}.$$



①图 1 图 1 ,

$\angle CBD = \angle ABD$, $\angle BOF = \angle BDC = 45^\circ$, $\triangle BCD \sim \triangle BEO$ 时.

此时, F 与 E 重合, $E(-\frac{4}{3}, 0)$;



, 设 E 点坐标为 $(b, -3b - 4)$,

综上所述: 当 $\triangle BOE$ 和 $\triangle BCD$ 相似时, 直接写出点 E 的坐标 $(-\frac{4}{3}, 0)$, $(-\frac{4}{5}, -\frac{8}{5})$.

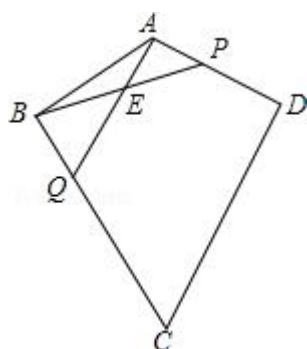
【点评】 本题考查了二次函数综合题，利用互相垂直的两直线一次项系数的乘积为 -1 得出 BO 的解析式是解题关键；利用配方法得出对称轴是解题关键；利用相似于同一个三角形的两个三角形相似得出 $\triangle BFO \sim \triangle BOE$ ，又利用了相似三角形的性质.

第 30 页 (共 35 页)

Q 分别是边 AD、BC 上的动点, AQ 和 BP 交于点 E, 且 $\angle BEQ = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAD$,

设 A、P 两点的距离为 x.

- (1) 求 $\angle BEQ$ 的正切值;
- (2) 设 $\frac{AE}{PE} = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (3) 当 $\triangle AEP$ 是等腰三角形时, 求 B、Q 两点的距离.



【考点】SO: 相似形综合题.

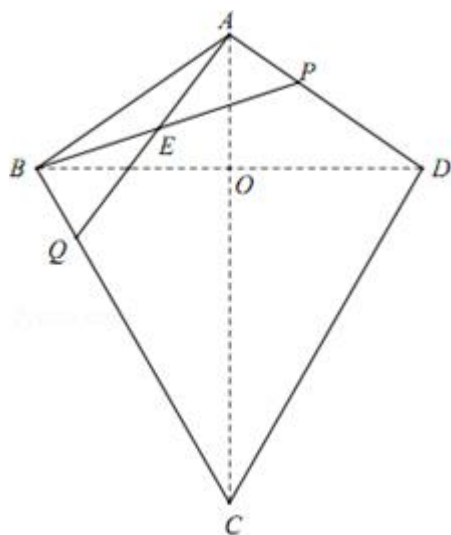
【分析】(1) 求 $\angle BEQ$ 的正切值, 要把 $\angle BEQ$ 放在直角三角形中进行解决, 根据 $AB=AD=5$, $CB=CD=8$ 可知, 连接四边形 ABCD 的对角线可得到 $AC \perp BD$, 可通过 $\angle BEQ = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAD$ 和 $\angle ABD = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAD$, 可知 $\angle BEQ = \angle ABD$, 通过求 $\angle ABD$ 的正切值来求得 $\angle BEQ$ 的正切值.

(2) 设 AQ 与 BD 交于点 F, 由 (1) 中的 $\angle BEQ = \angle ABD$, $AB=AD$, $CB=CD$, 得到 $\angle AEP = \angle ADF$, 从而可得 $\triangle FAB \sim \triangle PBD$, $\triangle APE \sim \triangle AFD$. 先由 $\triangle FAB \sim \triangle PBD$ 中的比例式 $\frac{BF}{PD} = \frac{AB}{BD}$ 用含 x 的式子表示 $BF = \frac{5}{8} (5 - x)$, $DF = BD - BF = \frac{39+5x}{8}$, 再用 $\triangle APE \sim \triangle AFD$ 中的比例式 $\frac{AE}{PE} = \frac{AD}{DF}$ 用含 x 的式子表示 $y = \frac{40}{39+5x}$ (因为点 P 是在线段 AD 上移动, 所以 x 的取值范围是 $0 < x < 5$).

(3) 由于题中没有说明 $\triangle AEP$ 中那两条边相等, 所以要分情况讨论: ①当 $AE=PE$ 时, $y = \frac{40}{39+5x} = 1$ 可得 $x = \frac{1}{5}$, 可求出 $OF=1$, 作 $QH \perp BD$, 构造相似三角形,

$\text{Rt}\triangle QHF \sim \text{Rt}\triangle AOF$ 设 $BQ=a$, 用含有 a 的式子表示 $BH=\frac{1}{2}a$, $QH=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,
 根据 $\frac{FH}{HQ}=\frac{OF}{OA}=\frac{1}{3}$, 可解得 $BQ=a=9-3\sqrt{3}$; ②当 $AP=PE$ 时, 易证 $\triangle PAE \sim \triangle$
 ABD , 根据 $\frac{AE}{PE}=\frac{BD}{AD}=\frac{8}{5}$, 可得 $x=-\frac{14}{5}$, 因为不合题意, 故此种情况舍去; ③
 当 $AP=AE$ 时, 易证 $\triangle AEP \sim \triangle ABD$, 利用 $\frac{AE}{PE}=\frac{AB}{BD}=\frac{5}{8}$, 可得 $AP=5$, 此时 B 、
 Q 重合, 即 $BQ=0$ (舍去). 综合这三种情况可以求得 B 、 Q 两点间距离为 9
 $-3\sqrt{3}$.

【解答】解:



(1) 图(1)

连接 BD 、 AC , 交点于点 O , (图 1)

$$\because AB=AD=5, \quad CB=CD=8$$

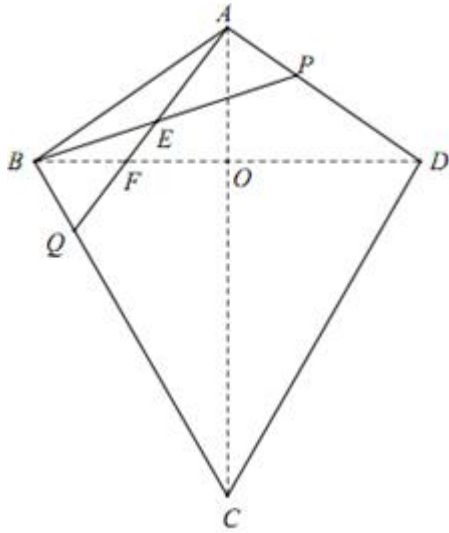
$$\therefore AC \perp BD, \text{ 且 } OB=OD=\frac{1}{2}BD=4$$

$$\therefore \angle ABD=90^\circ - \angle BAC=90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAD$$

$$\therefore \angle BEQ=\angle ABD$$

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $AB=5$, $OB=4$

$$\therefore \tan \angle BEQ=\tan \angle ABO=\frac{AO}{BO}=\frac{3}{4}$$



(2) 图 (2)

设 AQ 与 BD 交于点 F (图 2)

$$\therefore \angle BEQ = \angle ABD = \angle AEP \quad \angle AFB = \angle BFE$$

$$\therefore \triangle FBE \sim \triangle FAB, \quad \triangle FBE \sim \triangle PBD$$

$$\therefore \triangle FAB \sim \triangle PBD$$

$$\frac{BF}{PD} = \frac{AB}{BD}, \quad \text{即} \quad \frac{BF}{5-x} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore BF = \frac{5}{8}(5-x), \quad DF = BD - BF = \frac{39+5x}{8}$$

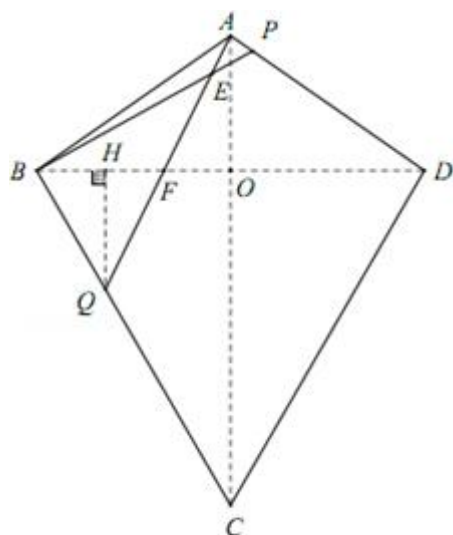
$$\text{又} \because \angle BEQ = \angle ABD = \angle AEP = \angle ADB \quad \angle EAP = \angle DAF$$

$$\therefore \triangle APE \sim \triangle AFD$$

$$\therefore y = \frac{AE}{PE} = \frac{AD}{DF} = \frac{5}{\frac{39+5x}{8}}$$

$$\text{整理得: } y = \frac{40}{39+5x} \quad (0 < x < 5)$$

(3) 如图 3



图(3)

①当 $AE=PE$ 时, $y=\frac{40}{39+5x}=1$

解得 $x=\frac{1}{5}$

$$\therefore y=\frac{AE}{PE}=\frac{AD}{DF}=\frac{40}{39+5x}$$

$$\therefore DF=\frac{39+5x}{8}=5$$

$$\therefore OF=DF-OD=5-4=1$$

作 $QH \perp BD$,

$$\therefore AO \perp BD, \angle ACB=30^\circ$$

$$\therefore \angle BQH=30^\circ, \text{Rt}\triangle QHF \sim \text{Rt}\triangle AOF$$

设 $BQ=a$, 则 $BH=\frac{1}{2}a$, $QH=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, 则

$$\frac{FH}{HQ}=\frac{OF}{OA}=\frac{1}{3}, \text{即} \frac{3-\frac{1}{2}a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}=\frac{1}{3}, \text{解得 } BQ=a=9-3\sqrt{3};$$

②当 $AP=PE$ 时, $\angle PAE=\angle PEA$

$$\therefore \angle AEP=\angle BEQ=\angle ABD=\angle ADB$$

$$\therefore \triangle PAE \sim \triangle ABD$$

又 $\therefore BD=BC=CD=8$

$$\therefore \frac{AE}{PE} = \frac{BD}{AD} = \frac{8}{5}, \text{ 即 } \frac{40}{39+5x} = \frac{8}{5},$$

解得 $x = -\frac{14}{5}$ (不合题意, 舍去)

③当 $AP=AE$ 时, $\angle AEP = \angle APE = \angle ABD = \angle ADB$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ABD$$

$$\therefore \frac{AE}{PE} = \frac{AB}{BD} = \frac{5}{8}, \text{ 即 } \frac{40}{39+5x} = \frac{5}{8}, \text{ 解得 } x=5, \text{ 即 } AP=5$$

此时 B、Q 重合, 即 $BQ=0$ (舍去).

综上所述, B、Q 两点间距离为 $9 - 3\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查的知识点有: ①通过等量代换的方法把一个角放到直角三角形中求三角函数值的方法; ②利用相似三角形的相似比作为等量关系, 用含 x 的式子表示某条线段或线段比; ③利用 $\triangle AEP$ 是等腰三角形, 求 B、Q 两点的距离时, 没有说清那两条边相等的情况下要分三种情况考虑问题, 然后再根据相等的角或边找到对应的等量关系求 x 的值.