

2015 年上海市中考数学试卷

一、选择题: (每题 4 分, 共 24 分)

1、下列实数中, 是有理数的为 () .

A、 $\sqrt{2}$; B、 $\sqrt[3]{4}$; C、 π ; D、0.

2、当 $a > 0$ 时, 下列关于幂的运算正确的是 () .

A、 $a^0 = 1$; B、 $a^{-1} = -a$; C、 $(-a)^2 = -a^2$; D、 $a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2}$.

3、下列 y 关于 x 的函数中, 是正比例函数的为 () .

A、 $y = x^2$; B、 $y = \frac{2}{x}$; C、 $y = \frac{x}{2}$; D、 $y = \frac{x+1}{2}$.

4、如果一个正多边形的中心角为 72° , 那么这个正多边形的边数是 () .

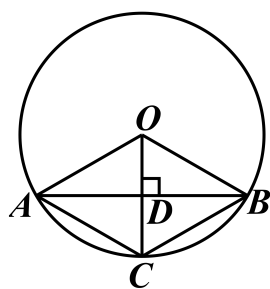
A、4; B、5; C、6; D、7.

5、下列各统计量中, 表示一组数据波动程度的量是 () .

A、平均数; B、众数; C、方差; D、频率.

6、如图, 已知在 $\odot O$ 中, AB 是弦, 半径 $OC \perp AB$, 垂足为点 D , 要使四边形 $OACB$ 为菱形, 还需要添加一个条件, 这个条件可以是 () .

A、 $AD = BD$; B、 $OD = CD$; C、 $\angle CAD = \angle CBD$; D、 $\angle OCA = \angle OCB$.



二、填空题: (每题 4 分, 共 48 分)

7、计算: $|-2| + 2 =$ _____.

8、方程 $\sqrt{3x-2} = 2$ 的解是_____.

9、如果分式 $\frac{2x}{x+3}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

10、如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是_____.

11、同一温度的华氏度数 y (°F) 与摄氏度数 x (°C) 之间的函数关系是 $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，如果某一温度的摄氏温度是 25°C ，那么它的华氏温度是_____°F.

12、如果将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移，使它经过点 $A(0, 3)$ ，那么所得新抛物线的表达式是_____.

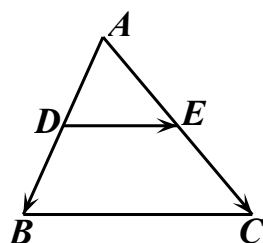
13、某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动，首次活动需要 7 位同学参加，现有包括小杰在内的 50 位同学报名，因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位，小杰被抽到参加首次活动的概率是_____.

14、已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示：

年龄(岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是_____岁.

15、如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、边 AC 的中点， $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，那么向量 $\overrightarrow{DE}$ 用向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 表示为_____.



16、已知 E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点， $AE = AD$ ，过点 E 作 AC 的垂线，交边 CD 于点 F ，那么 $\angle FAD =$ _____度.

17、在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 12$ ，点 A 在 $\odot B$ 上. 如果 $\odot D$ 与 $\odot B$ 相交，且点 B 在 $\odot D$ 内，那么 $\odot D$ 的半径长可以等于_____. (只需写出一个符合要求的数)

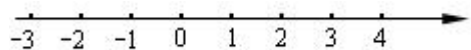
18、已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $\angle BAC = 30^\circ$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，使点 B 落在原 $\triangle ABC$ 的点 C 处，此时点 C 落在点 D 处. 延长线段 AD ，交原 $\triangle ABC$ 的边 BC 的延长线于点 E ，那么线段 DE 的长等于_____.

三、解答题

19、(本题满分 10 分)先化简,再求值: $\frac{x^2}{x^2+4x+4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

20、(本题满分 10 分).

解不等式组: $\begin{cases} 4x > 2x - 6 \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



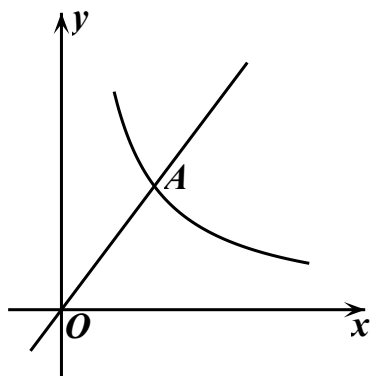
21、(本题满分 10 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分)

已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图像经过点 A ,

点 A 的纵坐标为 4, 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像也经过点 A , 第一象限内的点 B 在

这个反比例函数的图像上, 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴, 交 y 轴于点 C , 且 $AC = AB$.

求: (1) 这个反比例函数的解析式; (2) 直线 AB 的表达式.

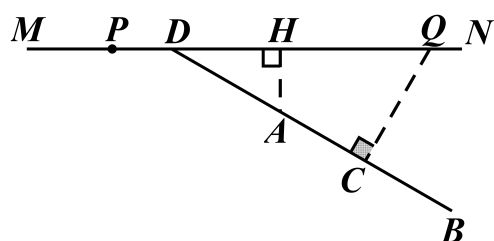


22、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

如图， MN 表示一段笔直的高架道路，线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼. 已知点 A 到 MN 的距离为 15 米， BA 的延长线与 MN 相交于点 D ，且 $\angle BDN = 30^\circ$ ，假设汽车在高速道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响.

(1) 过点 A 作 MN 的垂线，垂足为点 H . 如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶，当汽车到达点 P 处时，噪音开始影响这一排的居民楼，那么此时汽车与点 H 的距离为多少米？

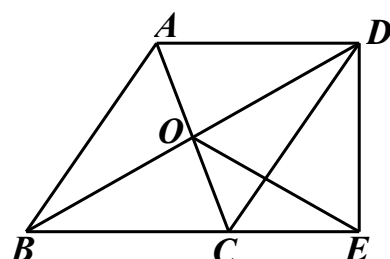
(2) 降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板. 当汽车行驶到点 Q 时，它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长？(精确到 1 米) (参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$)



23、(本题满分 12 分，每小题满分各 6 分)

已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，点 E 在边 BC 的延长线上，且 $OE = OB$ ，联结 DE .

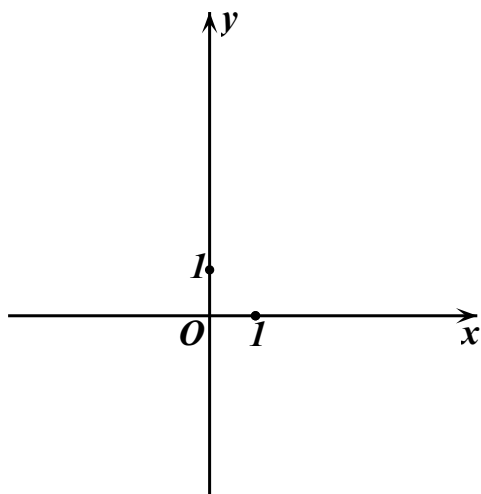
(1) 求证： $DE \perp BE$ ； (2) 如果 $OE \perp CD$ ，求证： $BD \cdot CE = CD \cdot DE$.



24、(本题满分 12 分，每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中 (如图)，抛物线 $y = ax^2 - 4$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ， $AB = 2\sqrt{5}$ ．点 P 在抛物线上，线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C ，线段 BP 与 x 轴相交于点 D ．设点 P 的横坐标为 m ．

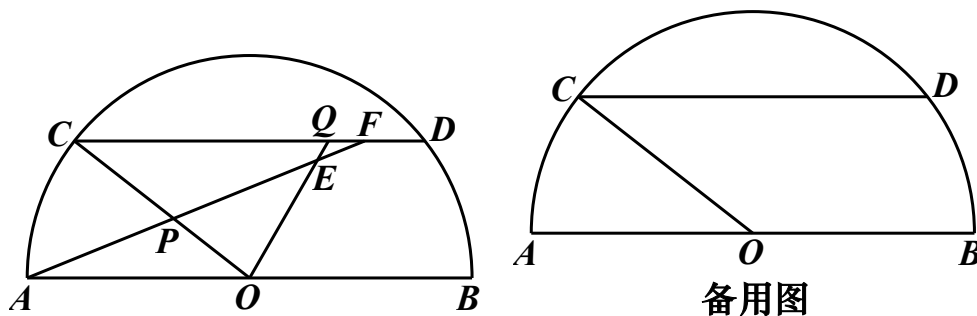
- (1) 求这条抛物线的解析式；
- (2) 用含 m 的代数式表示线段 CO 的长；
- (3) 当 $\tan \angle ODC = \frac{3}{2}$ 时，求 $\angle PAD$ 的正弦值．



25、(本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 5 分)

已知：如图， AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ，动点 P 、 Q 分别在线段 OC 、 CD 上，且 $DQ = OP$ ， AP 的延长线与射线 OQ 相交于点 E 、与弦 CD 相交于点 F (点 F 与点 C 、 D 不重合)， $AB = 20$ ， $\cos \angle AOC = \frac{4}{5}$ 。设 $OP = x$ ， $\triangle CPF$ 的面积为 y 。

- (1) 求证： $AP = OQ$ ；
- (2) 求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；
- (3) 当 $\triangle OPE$ 是直角三角形时，求线段 OP 的长。



2015 年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 下列实数中，是有理数的为 ()

A、 $\sqrt{2}$ ； B、 $\sqrt[3]{4}$ ； C、 π ； D、0.

【考点】实数.

【分析】根据有理数能写成有限小数和无限循环小数，而无理数只能写成无限不循环小数进行判断即可.

【解答】解： $\sqrt{2}$ 是无理数，A 不正确；

$\sqrt[3]{4}$ 是无理数，B 不正确；

π 是无理数，C 不正确；

0 是有理数，D 正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了无理数和有理数的区别，解答此题的关键是要明确：有理数能写成有限小数和无限循环小数，而无理数只能写成无限不循环小数.

2. 当 $a > 0$ 时，下列关于幂的运算正确的是 ()

A、 $a^0 = 1$ ； B、 $a^{-1} = -a$ ； C、 $(-a)^2 = -a^2$ ； D、 $a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2}$.

【考点】负整数指数幂；有理数的乘方；分数指数幂；零指数幂.

【分析】分别利用零指数幂的性质以及负指数幂的性质和分数指数幂的性质分别分析求出即可.

【解答】解：A、 $a^0 = 1$ ($a > 0$)，正确；

B、 $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ，故此选项错误；

C、 $(-a)^2 = a^2$ ，故此选项错误；

D、 $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ ($a > 0$)，故此选项错误.

故选：A.

【点评】此题主要考查了零指数幂的性质以及负指数幂的性质和分数指数幂的性质等知识，正确把握相关性质是解题关键.

3. 下列 y 关于 x 的函数中，是正比例函数的为 ()

A、 $y = x^2$ ； B、 $y = \frac{2}{x}$ ； C、 $y = \frac{x}{2}$ ； D、 $y = \frac{x+1}{2}$.

【考点】正比例函数的定义.

【分析】根据正比例函数的定义来判断即可得出答案.

【解答】解：A、 y 是 x 的二次函数，故 A 选项错误；

B、 y 是 x 的反比例函数，故 B 选项错误；

C、 y 是 x 的正比例函数，故 C 选项正确；

D、 y 是 x 的一次函数，故 D 选项错误；

故选 C.

【点评】本题考查了正比例函数的定义：一般地，两个变量 x ， y 之间的关系式可以表示成形如 $y=kx$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数，那么 y 就叫做 x 的正比例函数.

4. 如果一个正多边形的中心角为 72° ，那么这个多边形的边数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【考点】多边形内角与外角.

【分析】根据正多边形的中心角和为 360° 和正多边形的中心角相等，列式计算即可.

【解答】解：这个多边形的边数是 $360 \div 72 = 5$,

故选：B.

【点评】本题考查的是正多边形的中心角的有关计算，掌握正多边形的中心角和为 360° 和正多边形的中心角相等是解题的关键.

5. 下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是（ ）

- A、平均数； B、众数； C、方差； D、频率.

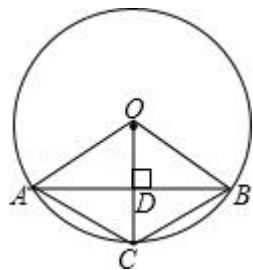
【考点】统计量的选择.

【分析】根据平均数、众数、中位数反映一组数据的集中趋势，而方差、标准差反映一组数据的离散程度或波动大小进行选择.

【解答】解：能反映一组数据波动程度的是方差或标准差，
故选 C.

【点评】本题考查了标准差的意义，波动越大，标准差越大，数据越不稳定，反之也成立.

6. 如图，已知在 $\odot O$ 中， AB 是弦，半径 $OC \perp AB$ ，垂足为点 D ，要使四边形 $OACB$ 为菱形，还需要添加一个条件，这个条件可以是（ ）



- A、 $AD = BD$ ； B、 $OD = CD$ ； C、 $\angle CAD = \angle CBD$ ； D、 $\angle OCA = \angle OCB$.

【考点】菱形的判定；垂径定理.

【分析】利用对角线互相垂直且互相平分的四边形是菱形，进而求出即可.

【解答】解： $\because$ 在 $\odot O$ 中， AB 是弦，半径 $OC \perp AB$ ，
 $\therefore AD = DB$ ，
当 $DO = CD$ ，
则 $AD = BD$ ， $DO = CD$ ， $AB \perp CO$ ，

故四边形 OACB 为菱形.

故选: B.

【点评】此题主要考查了菱形的判定以及垂径定理, 熟练掌握菱形的判定方法是解题关键.

二、填空题

7. (4 分) (2015•上海) 计算: $|-2|+2=$ 4 .

【考点】有理数的加法; 绝对值.

【分析】先计算 $|-2|$, 再加上 2 即可.

【解答】解: 原式 $=2+2$

$=4$.

故答案为 4.

【点评】本题考查了有理数的加法, 以及绝对值的求法, 负数的绝对值等于它的相反数.

8. (4 分) (2015•上海) 方程 $\sqrt{3x-2}=2$ 的解是 $x=2$.

【考点】无理方程.

【分析】首先根据乘方法消去方程中的根号, 然后根据一元一次方程的求解方法, 求出 x 的值是多少, 最后验根, 求出方程 $\sqrt{3x-2}=2$ 的解是多少即可.

【解答】解: $\because \sqrt{3x-2}=2$,

$\therefore 3x-2=4$,

$\therefore x=2$,

当 $x=2$ 时,

左边 $=\sqrt{3 \times 2-2}=2$,

右边 $=2$,

$\therefore$ 左边=右边,

∴ 方程 $\sqrt{3x-2}=2$ 的解是: $x=2$.

故答案为: $x=2$.

【点评】 此题主要考查了无理方程的求解, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: (1) 解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解, 在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法. 常用的方法有: 乘方法, 配方法, 因式分解法, 设辅助元素法, 利用比例性质法等. (2) 注意: 用乘方法 (即将方程两边各自乘同次方来消去方程中的根号) 来解无理方程, 往往会产生增根, 应注意验根.

9. (4 分) (2015•上海) 如果分式 $\frac{2x}{x+3}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是 $x \neq -3$.

【考点】 分式有意义的条件.

【分析】 根据分式有意义的条件是分母不为 0, 列出算式, 计算得到答案.

【解答】 解: 由题意得, $x+3 \neq 0$,

即 $x \neq -3$,

故答案为: $x \neq -3$.

【点评】 本题考查的是分式有意义的条件, 从以下三个方面透彻理解分式的概念:

(1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零; (2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零; (3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

10. (4 分) (2015•上海) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 $m < -4$.

【考点】 根的判别式.

【分析】 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 没有实数根, 得出 $\Delta=16-4(-m) < 0$, 从而求出 m 的取值范围.

【解答】 解: $\because$ 一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 没有实数根,

∴ $\Delta=16-4(-m) < 0$,

$$\therefore m < -4,$$

故答案为 $m < -4$.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$:
当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta=0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

11. (4 分) (2015•上海) 同一温度的华氏度数 y ($^{\circ}\text{F}$) 与摄氏度数 x ($^{\circ}\text{C}$) 之间的函数关系是 $y=\frac{9}{5}x+32$, 如果某一温度的摄氏度数是 25°C , 那么它的华氏度数是 77 $^{\circ}\text{F}$.

【考点】 函数值.

【分析】 把 x 的值代入函数关系式计算求出 y 值即可.

【解答】 解: 当 $x=25^{\circ}$ 时,

$$\begin{aligned} y &= \frac{9}{5} \times 25 + 32 \\ &= 77, \end{aligned}$$

故答案为: 77.

【点评】 本题考查的是求函数值, 理解函数值的概念并正确代入准确计算是解题的关键.

12. (4 分) (2015•上海) 如果将抛物线 $y=x^2+2x-1$ 向上平移, 使它经过点 A (0, 3), 那么所得新抛物线的表达式是 $y=x^2+2x+3$.

【考点】 二次函数图象与几何变换.

【分析】 设平移后的抛物线解析式为 $y=x^2+2x-1+b$, 把点 A 的坐标代入进行求值即可得到 b 的值.

【解答】 解: 设平移后的抛物线解析式为 $y=x^2+2x-1+b$,

把 A (0, 3) 代入, 得

$$3 = -1 + b,$$

解得 $b=4$,

则该函数解析式为 $y=x^2+2x+3$.

故答案是: $y=x^2+2x+3$.

【点评】 主要考查了函数图象的平移, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减. 并用规律求函数解析式. 会利用方程求抛物线与坐标轴的交点.

13. (4 分) (2015•上海) 某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动, 首次活动需要 7 位同学参加, 现有包括小杰在内的 50 位同学报名, 因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位, 小杰被抽到参加首次活动的概率是 $\frac{7}{50}$.

【考点】 概率公式.

【分析】 由某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动, 首次活动需要 7 位同学参加, 现有包括小杰在内的 50 位同学报名, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位,

$\therefore$ 小杰被抽到参加首次活动的概率是: $\frac{7}{50}$.

故答案为: $\frac{7}{50}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) (2015•上海) 已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示:

年龄 (岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是 14 岁.

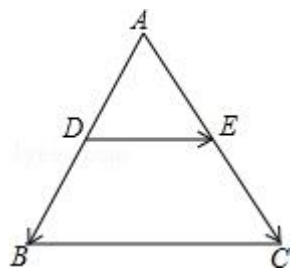
【考点】 中位数.

【分析】一共有 53 个数据，根据中位数的定义，把它们按从小到大的顺序排列，第 27 名成员的年龄就是这个小组成员年龄的中位数．

【解答】解：从小到大排列此数据，第 27 名成员的年龄是 14 岁，
所以这个小组成员年龄的中位数是 14．
故答案为 14．

【点评】本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数的能力．注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数．

15. (4 分) (2015•上海) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，D、E 分别是边 AB、边 AC 的中点， $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，那么向量 $\overrightarrow{DE}$ 用向量 $\vec{\pi}$ ， $\vec{n}$ 表示为 $-\frac{1}{2}\vec{n} - \frac{1}{2}\vec{\pi}$ ．



【考点】*平面向量．

【分析】由 $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，利用三角形法则求解即可求得 $\overrightarrow{BC}$ ，又由在 $\triangle ABC$ 中，D、E 分别是边 AB、边 AC 的中点，可得 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，然后利用三角形中位线的性质求解即可求得答案．

【解答】解：∵ $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，
∴ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{n} - \vec{\pi}$ ，
∵ 在 $\triangle ABC$ 中，D、E 分别是边 AB、边 AC 的中点，
∴ $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{n} - \vec{\pi}) = \frac{1}{2}\vec{n} - \frac{1}{2}\vec{\pi}$ ．
故答案为： $\frac{1}{2}\vec{n} - \frac{1}{2}\vec{\pi}$ ．

【点评】此题考查了平面向量的知识以及三角形中位线的性质．注意掌握三角形法则的应用．

16. (4 分) (2015•上海) 已知 E 是正方形 ABCD 的对角线 AC 上一点, $AE=AD$, 过点 E 作 AC 的垂线, 交边 CD 于点 F, 那么 $\angle FAD=$ 22.5 度.

【考点】正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

【分析】根据正方形的性质可得 $\angle DAC=45^\circ$, 再由 $AD=AE$ 易证 $\triangle ADF \cong \triangle AEF$, 求出 $\angle FAD$.

【解答】解: 如图,

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} AD=AE \\ AF=AF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle ADF$,

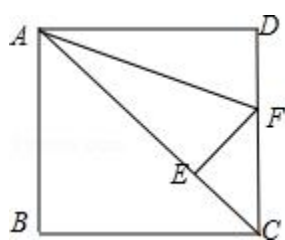
$\therefore \angle DAF = \angle EAF$,

$\because$ 四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore \angle CAD = 45^\circ$,

$\therefore \angle FAD = 22.5^\circ$.

故答案为: 22.5.



【点评】本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 求证 $\text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle ADF$ 是解本题的关键.

17. (4 分) (2015•上海) 在矩形 ABCD 中, $AB=5$, $BC=12$, 点 A 在 $\odot B$ 上, 如果 $\odot D$ 与 $\odot B$ 相交, 且点 B 在 $\odot D$ 内, 那么 $\odot D$ 的半径长可以等于 10 (答案不唯一). _____. (只需写出一个符合要求的数)

【考点】圆与圆的位置关系；点与圆的位置关系．

专题： 开放型．

【分析】首先求得矩形的对角线的长，然后根据点 A 在 $\odot B$ 上得到 $\odot B$ 的半径为 5，再根据 $\odot D$ 与 $\odot B$ 相交，得到 $\odot D$ 的半径 R 满足 $8 < R < 18$ ，在此范围内找到一个值即可．

【解答】解： $\because$ 矩形 ABCD 中， $AB=5$ ， $BC=12$ ，

$\therefore AC=BD=13$ ，

$\because$ 点 A 在 $\odot B$ 上，

$\therefore \odot B$ 的半径为 5，

$\because$ 如果 $\odot D$ 与 $\odot B$ 相交，

$\therefore \odot D$ 的半径 R 满足 $8 < R < 18$ ，

$\because$ 点 B 在 $\odot D$ 内，

$\therefore R > 5$ ，

$\therefore 8 < R < 18$ ，

$\therefore 10$ 符合要求，

故答案为：10（答案不唯一）．

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系、点与圆的位置关系，解题的关键是首先确定 $\odot B$ 的半径，然后确定 $\odot D$ 的半径的取值范围，难度不大．

18. (4 分) (2015•上海) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=8$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，使点 B 落在原 $\triangle ABC$ 的点 C 处，此时点 C 落在点 D 处，延长线段 AD，交原 $\triangle ABC$ 的边 BC 的延长线于点 E，那么线段 DE 的长等于 $4\sqrt{3}-4$ ．

【考点】解直角三角形；等腰三角形的性质．

专题： 计算题．

【分析】作 $CH \perp AE$ 于 H，根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理可计算出 $\angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 75^\circ$ ，再根据旋转的性质得 $AD=AB=8$ ， $\angle CAD = \angle BAC = 30^\circ$ ，则利用三角形外角性质可计算出 $\angle E = 45^\circ$ ，接着在

Rt $\triangle ACH$ 中利用含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $CH=\frac{1}{2}AC=4$,

$AH=\sqrt{3}CH=4\sqrt{3}$, 所以 $DH=AD-AH=8-4\sqrt{3}$, 然后在 Rt $\triangle CEH$ 中利用 $\angle E=45^\circ$ 得到 $EH=CH=4$, 于是可得 $DE=EH-DH=4\sqrt{3}-4$.

【解答】 解: 作 $CH\perp AE$ 于 H , 如图,

$$\because AB=AC=8,$$

$$\therefore \angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=75^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 使点 B 落在原 $\triangle ABC$ 的点 C 处, 此时点 C 落在点 D 处,

$$\therefore AD=AB=8, \angle CAD=\angle BAC=30^\circ,$$

$$\because \angle ACB=\angle CAD+\angle E,$$

$$\therefore \angle E=75^\circ-30^\circ=45^\circ,$$

在 Rt $\triangle ACH$ 中, $\because \angle CAH=30^\circ$,

$$\therefore CH=\frac{1}{2}AC=4, AH=\sqrt{3}CH=4\sqrt{3},$$

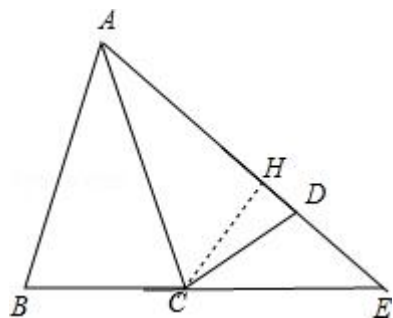
$$\therefore DH=AD-AH=8-4\sqrt{3},$$

在 Rt $\triangle CEH$ 中, $\because \angle E=45^\circ$,

$$\therefore EH=CH=4,$$

$$\therefore DE=EH-DH=4-(8-4\sqrt{3})=4\sqrt{3}-4.$$

故答案为 $4\sqrt{3}-4$.



【点评】 本题考查了解直角三角形: 在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形. 也考查了等腰三角形的性质和旋转的性质.

三、解答题

19. (10分) (2015•上海) 先化简, 再求值: $\frac{x^2}{x^2+4x+4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$, 其中 $x=\sqrt{2}-1$.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x^2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x+2}$

$$= \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$$

$$= \frac{1}{x+2},$$

当 $x=\sqrt{2}-1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}-1+2} = \sqrt{2}-1$.

【点评】 本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20. (10分) (2015•上海) 解不等式组: $\begin{cases} 4x > 2x-6 \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



【考点】 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

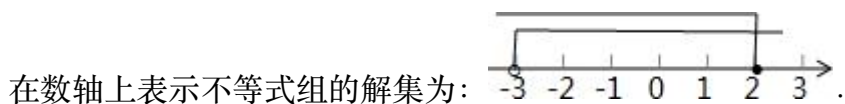
【分析】 先求出每个不等式的解集, 再根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 4x > 2x-6 & \text{①} \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} & \text{②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得: $x > -3$,

解不等式②得: $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$,



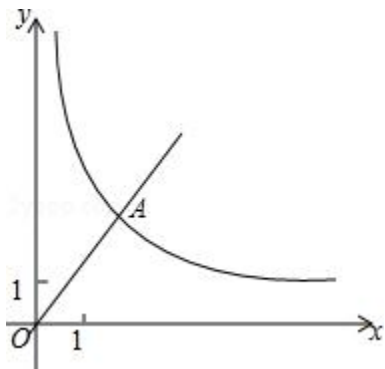
在数轴上表示不等式组的解集为：-3 -2 -1 0 1 2 3 .

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式组的解集的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集求出不等式组的解集，难度适中．

21. (10 分) (2015•上海) 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y=\frac{4}{3}x$ 的图象经过点 A ，点 A 的纵坐标为 4，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象也经过点 A ，第一象限内的点 B 在这个反比例函数的图象上，过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C ，且 $AC=AB$ ．求：

(1) 这个反比例函数的解析式；

(2) 直线 AB 的表达式．



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题．

【分析】(1) 根据正比例函数 $y=\frac{4}{3}x$ 的图象经过点 A ，点 A 的纵坐标为 4，求出点 A 的坐标，根据反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 A ，求出 m 的值；

(2) 根据点 A 的坐标和等腰三角形的性质求出点 B 的坐标，运用待定系数法求出直线 AB 的表达式．

【解答】解：∵ 正比例函数 $y=\frac{4}{3}x$ 的图象经过点 A ，点 A 的纵坐标为 4，

∴ 点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，

∵ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 A ，

∴ $m=12$ ，

∴ 反比例函数的解析式为： $y=\frac{12}{x}$ ；

(2) 如图, 连接 AC、AB, 作 $AD \perp BC$ 于 D,

$\because AC=AB, AD \perp BC,$

$\therefore BC=2CD=6,$

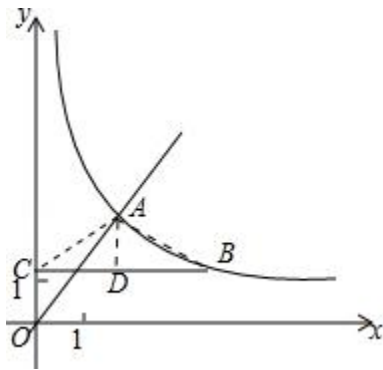
$\therefore$ 点 B 的坐标为: (6, 2),

设直线 AB 的表达式为: $y=kx+b,$

由题意得, $\begin{cases} 3k+b=4 \\ 6k+b=2 \end{cases},$

解得, $\begin{cases} k=-\frac{2}{3} \\ b=6 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为: $y=-\frac{2}{3}x+6.$

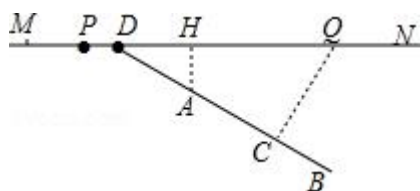


【点评】 本题主要考查了待定系数法求反比例函数与一次函数的解析式和一次函数与反比例函数的解得的求法, 注意数形结合的思想在解题中的应用.

22. (10 分) (2015•上海) 如图, MN 表示一段笔直的高架道路, 线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼, 已知点 A 到 MN 的距离为 15 米, BA 的延长线与 MN 相交于点 D, 且 $\angle BDN=30^\circ$, 假设汽车在高速道路上行驶时, 周围 39 米以内会受到噪音 (XRS) 的影响.

(1) 过点 A 作 MN 的垂线, 垂足为点 H, 如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶, 当汽车到达点 P 处时, 噪音开始影响这一排的居民楼, 那么此时汽车与点 H 的距离为多少米?

(2) 降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板, 当汽车行驶到点 Q 时, 它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米, 那么对于这一排居民楼, 高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长? (精确到 1 米) (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】解直角三角形的应用；勾股定理的应用．

【分析】（1）连接 PA．在直角△PAH 中利用勾股定理来求 PH 的长度；

（2）由题意知，隔音板的长度是 PQ 的长度．通过解 Rt△ADH、Rt△CDQ 分别求得 DH、DQ 的长度，然后结合图形得到：PQ=PH+DQ-DH，把相关线段的长度代入求值即可．

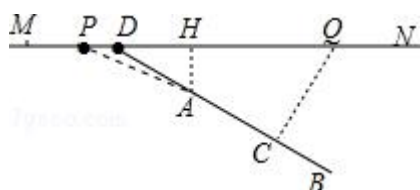
【解答】解：（1）如图，连接 PA．由题意知，AP=39m．在直角△APH 中，
 $PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$ （米）；

（2）由题意知，隔音板的长度是 PQ 的长度．
 在 Rt△ADH 中， $DH = AH \cdot \cot 30^\circ = 15\sqrt{3}$ （米）．

在 Rt△CDQ 中， $DQ = \frac{CQ}{\sin 30^\circ} = \frac{39}{\frac{1}{2}} = 78$ （米）．

则 $PQ = PH + HQ = PH + DQ - DH = 36 + 78 - 15\sqrt{3} \approx 114 - 15 \times 1.7 = 88.5 \approx 89$ （米）．

答：高架道路旁安装的隔音板至少需要 89 米．

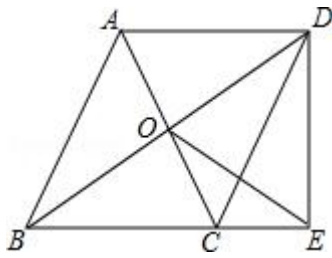


【点评】本题考查了解直角三角形的应用、勾股定理的应用．根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案．

23.（12 分）（2015•上海）已知，如图，平行四边形 ABCD 的对角线相交于点 O，点 E 在边 BC 的延长线上，且 OE=OB，连接 DE．

（1）求证：DE ⊥ BE；

(2) 如果 $OE \perp CD$ ，求证： $BD \cdot CE = CD \cdot DE$.



【考点】 相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质；平行四边形的性质 .

专题： 证明题 .

【分析】 (1) 由平行四边形的性质得到 $BO = \frac{1}{2}BD$ ，由等量代换推出 $OE = \frac{1}{2}BD$ ，

根据平行四边形的判定即可得到结论；

(2) 根据等角的余角相等，得到 $\angle CEO = \angle CDE$ ，推出 $\triangle BDE \sim \triangle CDE$ ，即可得到结论 .

【解答】 证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore BO = \frac{1}{2}BD,$$

$$\because OE = OB,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BE;$$

$$(2) \because OE \perp CD$$

$$\therefore \angle CEO + \angle DCE = \angle CDE + \angle CE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEO = \angle CDE,$$

$$\because OB = OE,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle CDE,$$

$$\because \angle BED = \angle BED,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CDE,$$

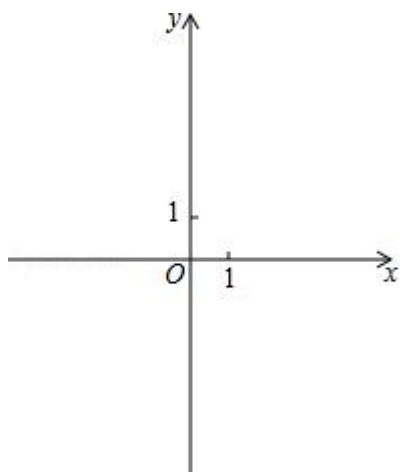
$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{DE}{CE},$$

$$\therefore BD \cdot CE = CD \cdot DE.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，直角三角形的判定和性质，平行四边形的性质，熟记定理是解题的关键．

24. (12 分) (2015•上海) 已知在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 抛物线 $y=ax^2-4$ 与 x 轴的负半轴 (XRS) 相交于点 A, 与 y 轴相交于点 B, $AB=2\sqrt{5}$, 点 P 在抛物线上, 线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C, 线段 BP 与 x 轴相交于点 D, 设点 P 的横坐标为 m .

- (1) 求这条抛物线的解析式;
- (2) 用含 m 的代数式表示线段 CO 的长;
- (3) 当 $\tan \angle ODC = \frac{3}{2}$ 时, 求 $\angle PAD$ 的正弦值.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据已知条件先求出 OB 的长, 再根据勾股定理得出 $OA=2$, 求出点 A 的坐标, 再把点 A 的坐标代入 $y=ax^2-4$, 求出 a 的值, 从而求出解析式;

(2) 根据点 P 的横坐标得出点 P 的坐标, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, 得出 $OE=m$, $PE=m^2-4$, 从而求出 $AE=2+m$, 再根据 $\frac{OC}{PE} = \frac{AO}{AE}$, 求出 OC;

(3) 根据 $\tan \angle ODC = \frac{3}{2}$, 得出 $\frac{OC}{OD} = \frac{3}{2}$, 求出 OD 和 OC, 再根据 $\triangle ODB \sim \triangle EDP$, 得出 $\frac{OD}{ED} = \frac{OB}{EP}$, 求出 OC, 求出 $\angle PAD=45^\circ$, 从而求出 $\angle PAD$ 的正弦值.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2-4$ 与 y 轴相交于点 B,

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(0, -4)$,

$$\therefore OB=4,$$

$$\because AB=2\sqrt{5},$$

$$\therefore OA=\sqrt{AB^2+OB^2}=2,$$

$$\therefore \text{点 A 的坐标为 } (-2, 0),$$

$$\text{把 } (-2, 0) \text{ 代入 } y=ax^2-4 \text{ 得: } 0=4a-4,$$

$$\text{解得: } a=1,$$

$$\text{则抛物线的解析式是: } y=x^2-4;$$

$$(2) \because \text{点 P 的横坐标为 } m,$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } (m, m^2-4),$$

$$\text{过点 P 作 } PE \perp x \text{ 轴于点 E},$$

$$\therefore OE=m, PE=m^2-4,$$

$$\therefore AE=2+m,$$

$$\therefore \frac{OC}{PE} = \frac{AO}{AE},$$

$$\therefore \frac{OC}{m^2-4} = \frac{2}{2+m},$$

$$\therefore CO=2m-4;$$

$$(3) \because \tan \angle ODC = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{OC}{OD} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OD = \frac{2}{3}OC = \frac{2}{3} \times (2m-4) = \frac{4m-8}{3},$$

$$\because \triangle ODB \sim \triangle EDP,$$

$$\therefore \frac{OD}{ED} = \frac{OB}{EP},$$

$$\therefore \frac{\frac{4m-8}{3}}{\frac{8-m}{3}} = \frac{4}{m^2-4},$$

$$\therefore m_1 = -1 \text{ (舍去)}, m_2 = 3,$$

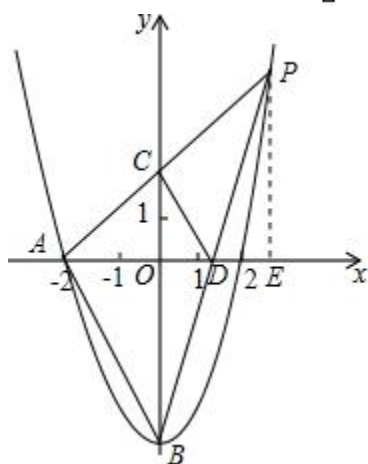
$$\therefore OC = 2 \times 3 - 4 = 2,$$

$$\therefore OA = 2,$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle PAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle PAD = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



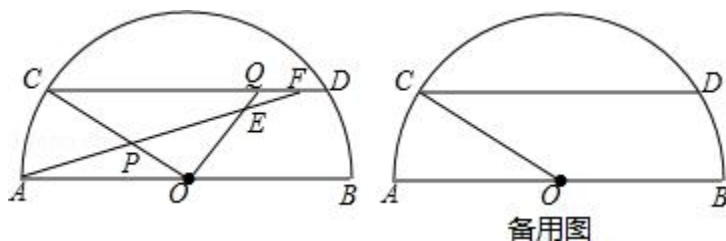
【点评】此题考查了二次函数的综合，用到的知识点是相似三角形的判定与性质、勾股定理、特殊角的三角函数值，关键是根据题意作出辅助线，构造相似三角形．

25. (14 分) (2015•上海) 已知，如图，AB 是半圆 O 的直径，弦 CD // AB，动点 P, Q 分别在线段 OC, CD 上，且 DQ=OP，AP 的延长线与射线 OQ 相交于点 E，与弦 CD 相交于点 F (点 F 与点 C, D 不重合)，AB=20， $\cos \angle AOC = \frac{4}{5}$ ，设 OP=x， $\triangle CPF$ 的面积为 y．

(1) 求证：AP=OQ；

(2) 求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；

(3) 当 $\triangle OPE$ 是直角三角形时，求线段 OP 的长．



【考点】圆的综合题．

【分析】(1) 连接 OD，证得 $\triangle AOP \cong \triangle ODQ$ 后即可证得 AP=OQ；

(2) 作 $PH \perp OA$, 根据 $\cos \angle AOC = \frac{4}{5}$ 得到 $OH = \frac{4}{5}PO = \frac{4}{5}x$, 从而得到

$S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}AO \cdot PH = 3x$, 利用 $\triangle PFC \sim \triangle PAO$ 得当对应边的比相等即可得到函数解

析式;

(3) 分当 $\angle POE = 90^\circ$ 时、当 $\angle OPE = 90^\circ$ 时、当 $\angle OEP = 90^\circ$ 时三种情况讨论即可得到正确的结论.

【解答】 解: (1) 连接 OD ,

在 $\triangle AOP$ 和 $\triangle ODQ$ 中,

$$\begin{cases} AO=OD \\ \angle AOC=\angle C=\angle ODQ, \\ OP=DQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOP \cong \triangle ODQ,$$

$$\therefore AP=OQ;$$

(2) 作 $PH \perp OA$,

$$\because \cos \angle AOC = \frac{4}{5},$$

$$\therefore OH = \frac{4}{5}PO = \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}AO \cdot PH = 3x,$$

又 $\because \triangle PFC \sim \triangle PAO$,

$$\therefore \frac{y}{S_{\triangle AOP}} = \left(\frac{CP}{PO}\right)^2 = \left(\frac{10-x}{x}\right)^2,$$

$$\text{整理得: } y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x} \quad \left(\frac{50}{13} < x < 10\right);$$

$$(3) \text{ 当 } \angle POE = 90^\circ \text{ 时, } CQ = \frac{OC}{\cos \angle QCO} = \frac{25}{2}, PO = DQ = CD - CQ = \frac{7}{2} \text{ (舍);}$$

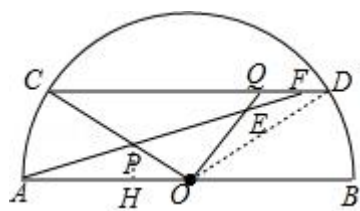
当 $\angle OPE = 90^\circ$ 时, $PO = AO \cdot \cos \angle COA = 8$;

当 $\angle OEP = 90^\circ$ 时, $\angle AOQ = \angle DQO = \angle APO$,

$$\therefore \angle AOC = \angle AEO,$$

即 $\angle OEP = \angle COA$, 此种情况不存在,

$\therefore$ 线段 OP 的长为 8.



【点评】 本题考查了圆的综合知识、相似三角形的判定及性质等知识，综合性较强，难度较大，特别是第三题的分类讨论更是本题的难点．