

2022 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 某两地的距离为 3000 米，画在地图上的距离是 15 厘米，则地图上的距离与实际距离之比是 ().

A. 1 : 200 B. 1 : 2000 C. 1 : 20000 D. 1 : 200000

2. 将抛物线 $y = -x^2$ 向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位后所得新抛物线的顶点是 ().

A. (3, -2) B. (-3, -2) C. (3, 2) D. (-3, 2)

3. 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 的方向相反, 那么下列结论中正确的是 ().

A. $3\vec{a} = 2\vec{b}$ B. $2\vec{a} = 3\vec{b}$ C. $3\vec{a} = -2\vec{b}$ D. $2\vec{a} = -3\vec{b}$

4. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, 则下列比例式能成立的是 ().

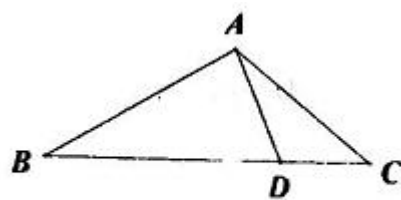
A. $\frac{AB}{AP} = \frac{BP}{AB}$ B. $\frac{BP}{AP} = \frac{AB}{BP}$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{BP}{AP}$ D. $\frac{AB}{AP} = \frac{BP}{PA}$

5. 在离旗杆 20 米处的地方, 用测角仪测得旗杆顶的仰角为 α , 如测角仪的高为 1.5 米, 那么旗杆的高为 () 米.

A. $20 \cot \alpha$ B. $20 \tan \alpha$ C. $1.5 + 20 \tan \alpha$ D. $1.5 + 20 \cot \alpha$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2$, $BC = 4$, D 为 BC 边上的一点, 且 $\angle CAD = \angle B$. 若 $\triangle ADC$ 的面积为 a , 则 $\triangle ABD$ 的面积为 ().

A. $2a$ B. $\frac{5}{2}a$
C. $3a$ D. $\frac{7}{2}a$



(第 6 题图)

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 计算: $3(2\vec{a} - \vec{b}) - 2(2\vec{a} - 3\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{6}$, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$.

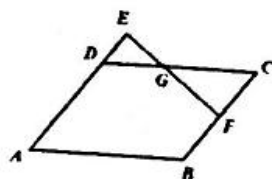
9. 在一个边长为 2 的正方形中挖去一个小正方形, 使小正方形四周剩下部分的宽度均为 x ,

若剩下阴影部分的面积为 y , 那么 y 关于 x 的函数解析式是_____.

10. 抛物线 $y = ax^2 + ax + 2$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线_____.

11. 如果在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 $(3, 4)$, 射线 OP 与 x 轴的正半轴所夹的角 α , 那么 α 的余弦值等于_____.

12. 如图, 平行四边形 $ABCD$, F 为 BC 中点, 延长 AD 至 E , 使 $DE:AD=1:3$, 联结 EF 交 DC 于点 G , 则 $S_{\triangle DEG}:S_{\triangle CFG} =$ _____.



(第 12 题图)

13. 已知二次函数 $y = -x^2 - 2x + 3 - n$ (n 为常数), 若该函数图像与 x 轴只有一个公共点, 则 $n =$ _____.

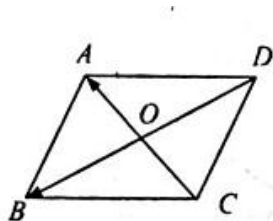
14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $CG = 2$, $\sin \angle ACG = \frac{2}{3}$, 则 BC 的长是_____.

15. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O . 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AB}$ 关于向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式是_____.

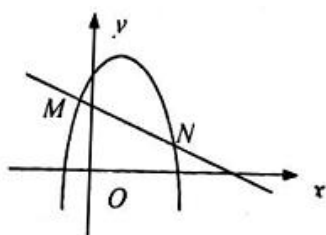
16. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 点 P 是射线 BC 上的一个动点, 过点 P 作 $PQ \perp AP$, 交直线 CD 于点 Q , 那么当 $BP = 5$ 时, CQ 的值是_____.

17. 定义: 直线与抛物线两个交点之间的距离称作抛物线关于直线的“割距”, 如图, 线段 MN 长就是抛物线关于直线的“割距”. 已知直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 点 B 恰好是抛物线 $y = -(x - m)^2 + n$ 的顶点, 则此时抛物线关于直线 y 的割距是_____.

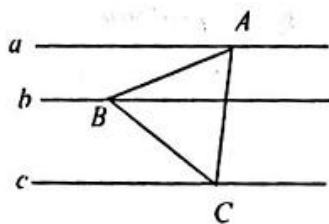
18. 如图, $a \parallel b \parallel c$, 直线 a 与直线 b 之间的距离为 $\sqrt{3}$, 直线 c 与直线 b 之间的距离为 $2\sqrt{3}$, 等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在直线 a 、直线 b 、直线 c 上, 则等边三角形的边长是_____.



(第 15 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

[将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (本题满分 10 分)

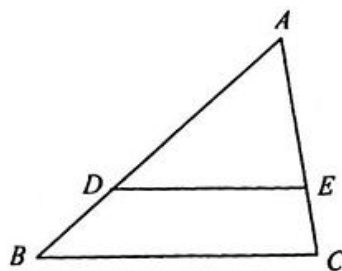
求值: $\tan^2 60^\circ - \frac{\cos 45^\circ}{\cot 45^\circ - \sin 45^\circ}$ (结果保留根号).

20. (本题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$.

(1) 如果 $AC = 6$, 求 AE 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{ED}$. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

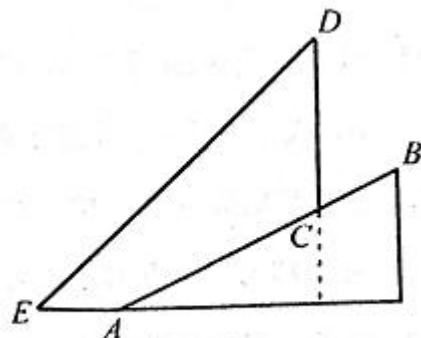


(第 20 题图)

21. (本题满分 10 分)

为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想, 某森林保护区开展了寻找古树活动. 如图, 在一个坡度 (或坡比) $i = 1:2.4$ 的山坡 AB 上发现棵古树 CD , 测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC = 26m$, 在距山脚点 A 处水平距离 $6m$ 的点 E 处测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED = 48^\circ$ (古树 CD 与山坡 AB 的剖面、点 E 在同一平面上, 古树 CD 所在直线与直线 AE 垂直), 则古树 CD 的高度约为多少米? (结果精确到整数)

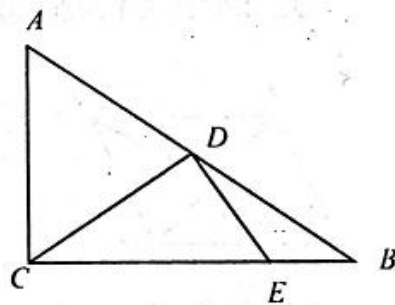
(数据 $\sin 48^\circ \approx 0.74$, $\cos 48^\circ \approx 0.67$, $\tan 48^\circ \approx 1.11$)



(第 21 题图)

22. (本题满分 10 分)

如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $\cos A = \frac{3}{5}$, 点 D 是 AB 的中点, 过点 D 作直线 CD 的垂线与边 BC 相交于点 E .



(第 22 题图)

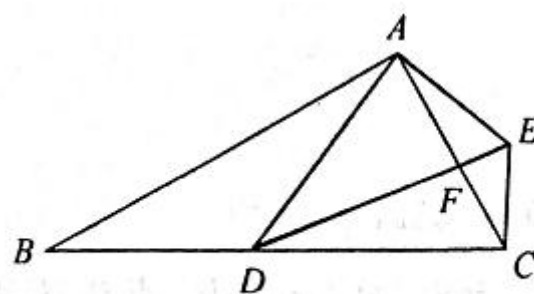
- (1) 求线段 CE 的长;
- (2) 求 $\sin \angle BDE$ 的值.

23. (本题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\angle B = \angle ADE = 30^\circ$, AC 与 DE 相交于点 F , 联结 CE , 点 D 在边 BC 上.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle ACE$;

(2) 若 $\frac{AD}{BD} = \sqrt{3}$, 求 $\frac{DF}{CF}$ 的值.

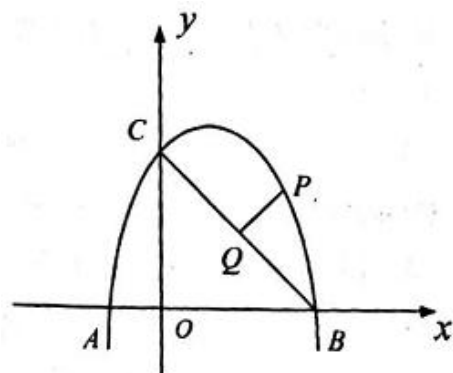


(第 23 题图)

24. (本题满分 12 分)

已知, 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交点 C .

- (1) 求二次函数解析式;
- (2) 设点 $E(t, 0)$ 为 x 轴上一点, 且 $AE = CE$, 求 t 的值;
- (3) 若点 P 是直线 BC 上方抛物线上一动点, 联结 BC , 过点 P 作 $PQ \perp BC$, 交 BC 于点 Q , 求线段 PQ 的最大值及此时点 P 的坐标.



(第 24 题图)

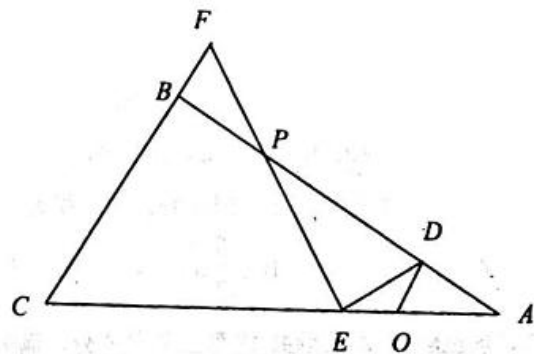
25. (本题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 3$, 点 O 是边 AC 上的一个动点, 过 O 作 $OD \perp AB$, D 为垂足, 在线段 AC 上取 $OE = OD$, 联结 ED , 作 $EP \perp ED$, 交射线 AB 于点 P , 交射线 CB 于点 F .

(1) 如图 1 所示, 求证: $\triangle ADF \sim \triangle AEP$;

(2) 设 $OA = x$, $AP = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $BF = 1$ 时, 求线段 AP 的长.



第 25 题图 (1)