

黄浦区 2025 年九年级学业水平考试模拟考

数 学 试 卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2025 年 4 月

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤。

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

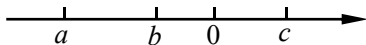
1. 单项式 $-\frac{4}{3}x^2y^2$ 的次数是 (▲)
(A) $\frac{4}{3}$; (B) $-\frac{4}{3}$; (C) 2; (D) 4.
2. 下列函数图像中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小的是 (▲)
(A) $y = 5x$; (B) $y = -x - 1$; (C) $y = \frac{4}{x}$; (D) $y = -3x^2$.
3. 已知点 P 在半径为 5 的 $\odot O$ 内, 那么点 P 到圆心 O 的距离不可能是 (▲)
(A) 0; (B) 2; (C) 4; (D) 6.
4. 木盒中装有 4 个红球、3 个黄球和 2 个白球, 这些球只是颜色不同. 从木盒中任意摸出 1 个球, 下列事件发生的概率最小的是 (▲)
(A) 摸出一个红球; (B) 摸出一个黄球;
(C) 摸出一个白球; (D) 摸出一个黄球或白球.
5. 已知 a 、 b 、 c 三个实数在数轴上的位置如图 1 所示, 下列结论不成立的是 (▲)
(A) $a + b < b + c$; (B) $a - c < b - c$; (C) $ab < bc$; (D) $ac < bc$.


图 1
6. 尺规作图: 已知 $\angle MON (0^\circ < \angle MON < 180^\circ)$. 具体步骤如下: ①在射线 OM 、 ON 上分别截取 OA 、 OB , 使 $OA = OB$; ②分别以点 A 、 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的同一长度为半径作弧, 两弧交于 $\angle MON$ 内的一点 P , 作射线 OP ; ③以点 A 为圆心, OA 为半径作弧, 交射线 OP 于点 C , 联结 AC 、 CB . 那么所作的四边形 $AOBC$ 一定是 (▲)
(A) 菱形; (B) 矩形; (C) 正方形; (D) 等腰梯形.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. -8 的相反数是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

8. 计算： $(x+2y)(x-2y) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

9. 如果 $f(t) = \frac{1}{t^2+1}$ ，那么 $f(-1) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

10. 如果关于 x 的方程 $x^2 + 3x - m = 0$ 有实数根，那么 m 的取值范围是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

11. 如果一个正多边形的中心角是 45° ，那么这个正多边形的边数为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

12. 如图 2, 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 O 作 $DE \parallel BC$, 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 如果设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE} = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

13. 如图 3, 已知扇形 AOB , 过点 A 作 $AD \perp OB$, 垂足为点 D , 如果 $AD = \frac{1}{2}OB = 3$, 那么扇形 AOB 的面积为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$. (结果保留 π)

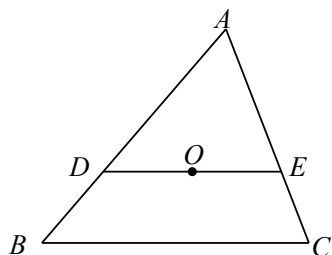


图 2

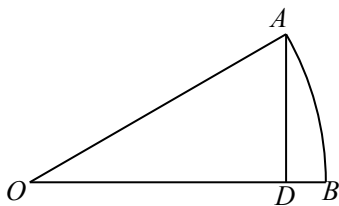


图 3

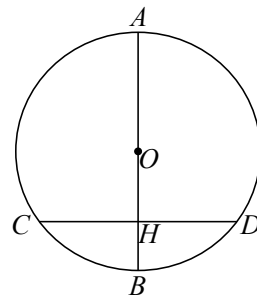


图 4

14. 某快递公司收费标准如下：快递费一般分首重和续重计算. 快递物品首重不超过 1 千克收费 10 元, 续重超过部分每千克收费 8 元. 设快递物品的重量为 x 千克 ($x > 1$), 那么快递费 y (元) 关于物品重量 x (千克) 的函数解析式为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

15. 如图 4, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 D 是 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB \perp CD$, 垂足为点 H , 如果 $AH = CD = 8$, 那么 AO 的长为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

16. 如图 5, 已知平行四边形 $ABCD$ 的四个内角的平分线组成四边形 $EFGH$, 联结 HF . 如果 $AB = 6$, $AD = 9$, 那么 HF 的长为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

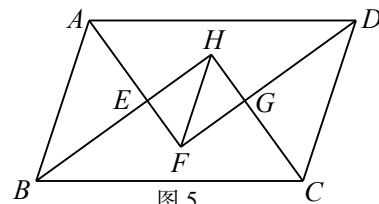


图 5

17. 定义：抛物线 C_1 上的所有点的横、纵坐标都扩大为原来的 k 倍后得到新的抛物线 C_2 , C_2 叫 C_1 的 “ k 倍衍生抛物线”. 例如：求抛物线 $L_1: y = 3x^2 - 2$ 的 “5 倍衍生抛物线 L_2 ”. 设抛物线 L_2 上一点 $P'(x, y)$, 则点 P' 在抛物线 L_1 上的对应点为 $P\left(\frac{x}{5}, \frac{y}{5}\right)$, 因为点 P 在抛物线 L_1 上, 所以 $\frac{y}{5} = 3\left(\frac{x}{5}\right)^2 - 2$, 整理得到 $y = \frac{3}{5}x^2 - 10$, 即抛物线 L_2 的表达式为 $y = \frac{3}{5}x^2 - 10$. 参考上述方法, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的 “ k 倍衍生抛物线” 的表达式为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

18. 如图 6, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=8$, 点 O 在边 BC 上, $BO=2$, 以 BO 为半径作 $\odot O$. 将矩形 $ABCD$ 翻折, 使点 D 落在 $\odot O$ 上, 点 D 的对应点为点 D' , 折痕与边 AD 交于点 M , 如果直线 DD' 经过点 O , 那么 DM 的长为 ▲ .

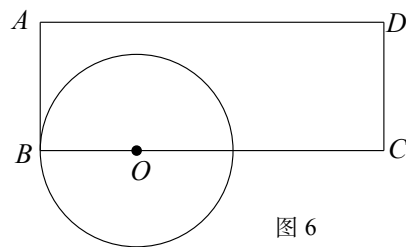


图 6

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $|1-\sqrt{2}| + 27^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} + (\pi-3)^0$.

20. (本题满分 10 分)

解方程: $\frac{2}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3} + 1$.

21. (本题满分 10 分)

如图 7, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $l: y=kx+3 (k \neq 0)$ 与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点, 反比例函数 $y=\frac{8}{x} (x>0)$ 的图像经过直线 l 上的点 $P(2, n)$.

(1) 求直线 l 的表达式;

(2) 已知点 C 在反比例函数 $y=\frac{8}{x} (x>0)$ 的图像上, 且 $\angle BOC = \angle ABO$, 求点 C 的坐标.

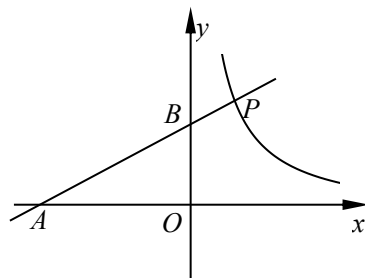


图 7

22. (本题满分 10 分)

某校七年级要举行“阅读之星”评选活动，设计评选方案时考虑如下几个指标因素：①书籍的数量 A；②书籍的总页数 B；③书籍的类别 C；④网络评分 D. 根据以上指标因素的重要程度赋以不同的系数，建立“阅读之星”的得分公式 $x = x_1A + x_2B + x_3C + x_4D$ ，其中 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 是各项指标因素的系数. 假如小海同学一学期读了 4 本书，总页数 1350 页，涉及 3 个类别，4 本书的网络评分的平均分为 5.5 分，那么小海的得分计为 $x = 4x_1 + 1350x_2 + 3x_3 + 5.5x_4$. 如果各项指标因素的系数一旦确定，那么他的“阅读之星”的得分也就确定.

评选小组通过向七年级学生和教师发放“阅读之星”评选指标因素重要程度的问卷调查，分别对上述四个指标因素打分，每个指标因素的分值范围为 0~10 分，四个指标因素分值的和必须为 10 分，指标因素的分值越高表示该指标因素越重要，然后将得到的每一个指标因素的所有分值取平均数作为该指标因素的系数.

评选小组对调查问卷的数据进行整理，得到“书籍的数量 A”指标因素的得分情况统计图 (如图 8) 及各指标因素的系数表 (如表 1).

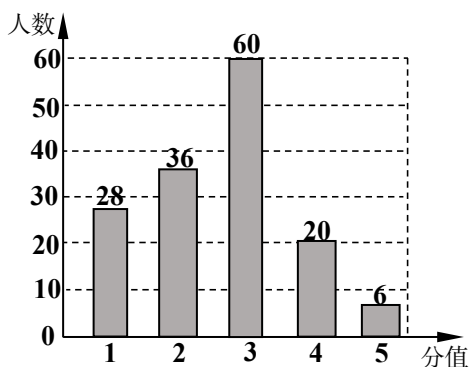


图 8

指标因素	系数
书籍的数量 A	m
书籍的总页数 B	2.4
书籍的类别 C	3.5
网络评分 D	n

表 1

- 指标因素“书籍的数量 A”的系数 m 的值为_____；
- 确定各指标因素的系数后，“阅读之星”的得分公式为 $x =$ _____；
- 表 2 是该校七年级甲、乙两位同学“阅读之星”各项指标因素的数值.

	A	B	C	D	得分
甲	4	1500	3	7	
乙	3	1800	2	4	

表 2

- 请计算甲、乙两人“阅读之星”的得分.

甲得分为_____, 乙得分为_____;

- 根据两人的得分情况，请提出一条优化“阅读之星”评选方案的建议:

_____.

23. (本题满分 12 分)

如图 9, 已知四边形 $ABCD$ 中, $AD = CD$, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 E 是四边形 $ABCD$ 外一点, $AE = CE$, 联结 ED 并延长分别交 AC 、 BC 于点 M 、 N .

(1) 求证: $BN = CN$;

(2) 已知 $BC^2 = 2AB \cdot NE$, 求证: $\angle ACB = \angle NEC$.

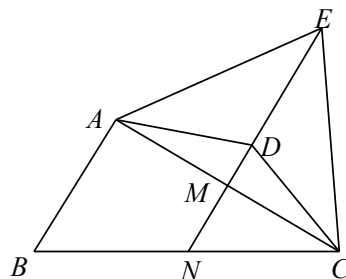


图 9

24. (本题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 10), 已知抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($b \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(2, 0)$ 、 B 两点 (点 A 在点 B 右侧), 与 y 轴正半轴交于点 C , 顶点为 P .

(1) 如果 $AB = 6$, 求抛物线的表达式;

(2) 用含 b 的代数式表示点 P 的坐标;

(3) 联结 BC 、 PC , 直线 PC 交 x 轴于点 E , 如果 $BC = EC$, 求抛物线的表达式.

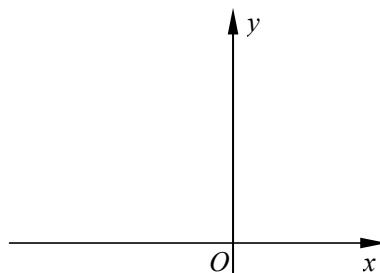


图 10

25. (本题满分 14 分)

已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=5$, $AB=7$, $\cos A=\frac{3}{5}$, D 是边 AB 上一动点, 联结 CD . 点 O 在线段 CD 上, 且 $\frac{CO}{OD}=\frac{4}{5}$, 以点 O 为圆心, CO 为半径作 $\odot O$, 交边 AC 于点 E .

- (1) 当点 D 与点 A 重合时, 判断 $\odot O$ 与边 AB 的位置关系并说明理由;
- (2) 已知点 F 在 $\odot O$ 上, 且 $\widehat{CE}=\widehat{CF}$, EF 与边 BC 交于点 H , 当 EF 经过圆心 O 时 (如图 11), 求 $\frac{EH}{EF}$ 的值;
- (3) 过点 D 作 $DP\parallel AC$, 交边 BC 于点 P , 当 $\odot O$ 与线段 DP 只有一个交点时, 求 BD 的取值范围.

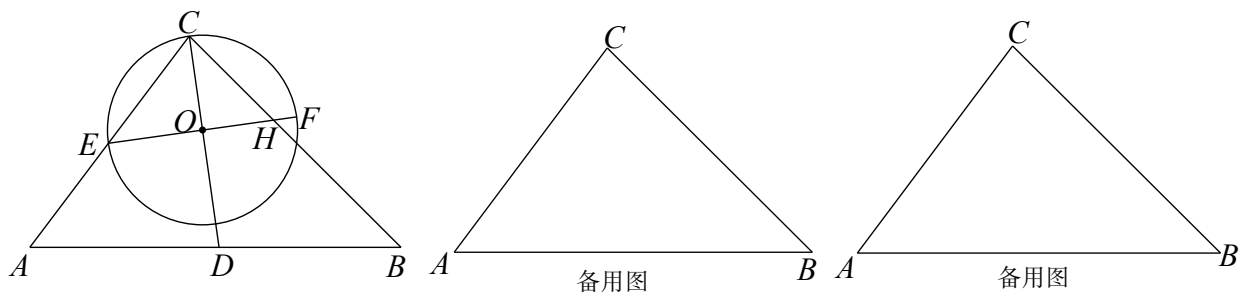


图 11