

2024 学年第二学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间：100 分钟 满分：150 分)

考生注意：

1. 本试卷含三个大题,共 25 题.答题时,考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答,在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列分数中, 能化为有限小数的是

(A) $\frac{5}{6}$; (B) $\frac{6}{7}$; (C) $\frac{7}{8}$; (D) $\frac{8}{9}$.

2. 已知方程组 $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=2 \end{cases}$, 那么代数式 $x-3y$ 的值是

(A) 2; (B) 1; (C) -1; (D) -2.

3. 以下运算结果等于 a^9 的是

(A) $a^3 + a^6$; (B) $a \cdot a^9$; (C) $(-a^3)^3$; (D) $a^{11} \div a^2$.

4. 已知某篮球队有 15 名队员, 他们身高的平均数和中位数都是 185 厘米, 后来发现在登记身高时, 将一名队员的身高由 174 厘米误写成 184 厘米, 再经过重新计算后, 正确的身高平均数为 m 厘米, 中位数为 n 厘米, 那么下列结论中正确的是

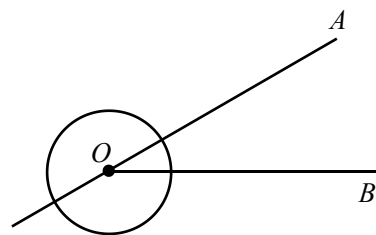
(A) $m < 185$, $n < 185$; (B) $m < 185$, $n = 185$; (C) $m > 185$, $n > 185$; (D) $m > 185$, $n = 185$.

5. 边长为 a 的正十边形的半径是

(A) $\frac{a}{2 \cos 72^\circ}$; (B) $\frac{a}{2} \cos 72^\circ$; (C) $\frac{a}{2} \tan 72^\circ$; (D) $\frac{a}{2 \tan 72^\circ}$.

6. 如图, 已知 $\angle AOB = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 3. 点 P 在射线 OB 上, $\odot P$ 的半径为 r . 如果直线 OA 与 $\odot P$ 相切, 且 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相交, 那么 r 的值可以是

(A) 4; (B) 3; (C) 2; (D) 1.



第 6 题图

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $\sqrt{81} = \underline{\hspace{1cm}}$.

8. 如果 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, 那么 $f(2) = \underline{\hspace{1cm}}$.

9. 在大自然中充满着数学之美, 向日葵上的螺旋线顺时针有 21 条, 逆时针有 13 条, 那么顺时针条数和逆时针条数的比值约为 $\underline{\hspace{1cm}}$. (结果保留三位有效数字)

10. 如果关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 a 的值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

11. 如果反比例函数 $y = \frac{1+k^2}{x}$ (k 是常数) 的图像经过点 $A(3, y_1)$, $B(5, y_2)$, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系

是: y_1 ▲ y_2 . (填 “>”、“=” 或 “<”)

12. 布袋里有 2 个红球、3 个黄球、4 个白球, 它们除颜色外其他都相同. 从布袋里摸出一个球恰好为红球的概率是 ▲ .

13. 甲、乙两人在同一起点出发, 乙比甲晚 5 秒, 图中 l_1 、 l_2 分别表示甲、乙两人在赛跑中的路程 s (米) 与时间 t (秒) 的关系 (图像不完整), 已知 l_2 的表达式为 $s = 6t - 30$. 如果在 $t = 10$ 秒时乙追上甲, 那么 l_1 的表达式为 ▲ . (不要求写定义域)

14. 为了解区内 AI 赋能教学实践的情况, 从 3000 名九年级学生中, 随机抽取 100 名学生进行了关于 AI 辅助教学工具使用满意度的调查, 调查结果如下:

满意度	不满意	一般	比较满意	满意	非常满意
频 数	5		15		
频 率		0.05			0.35

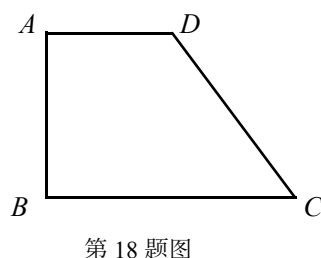
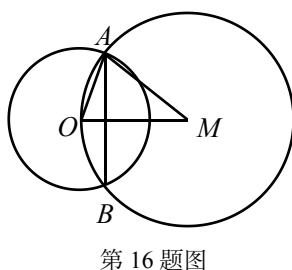
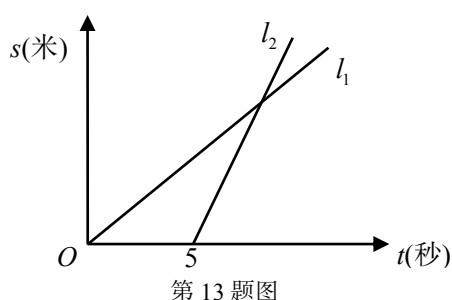
根据统计表中的信息, 估计区内九年级学生中, 选择 “满意” 的人数是 ▲ .

15. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 1$, 那么 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| =$ ▲ .

16. 如图, 已知 $\odot O$ 与 $\odot M$ 相交于 A 、 B 两点, $\odot O$ 的半径长为 2, $\odot M$ 的半径长为 3, 如果 $\odot O$ 的圆心在 $\odot M$ 上, 那么公共弦 AB 的长为 ▲ .

17. 我们把一个三角形的重心与外心之间的距离叫做该三角形的 “变形值”. 已知等腰三角形的腰长为 5, 底边长为 8, 那么它的 “变形值” 等于 ▲ .

18. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, $BC = 6$. 点 E 在边 BC 上, 将 $\triangle ABE$ 沿着 AE 翻折, 点 B 的对应点为点 F . 如果 $EF \perp CD$, 那么 EC 的长为 ▲ .



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. (本题满分 10 分)

计算: $|\sqrt{2} - 2| + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2025^0}$.

20. (本题满分 10 分)

解不等式组: $\begin{cases} 2x+3 \geq -4-3x \\ \frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{2} < 0 \end{cases}$, 并写出该不等式组的整数解.

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

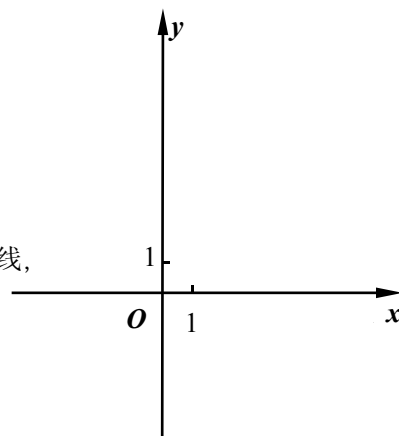
在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与双曲线

$y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$) 交于点 $A(6, m)$.

(1) 求 k 与 m 的值;

(2) 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 B , 过点 B 作 y 轴的平行线,

交双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 于点 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.



第 21 题图

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

我们知道“顺次联结四边形各边中点所得的四边形是平行四边形”. 小明是个爱动脑筋的同学, 他提出了如下问题: 如果点 E, F, G, H 分别在四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, AD 上, 它们都不是中点且都不与端点重合, 那么能否使四边形 $EFGH$ 仍然是平行四边形?

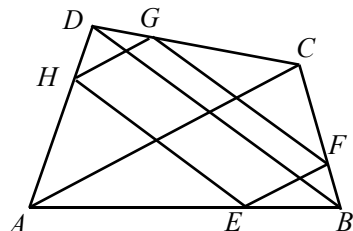
稍作思考后, 他给出了如下的构造方法 (如图 1):

①在边 AB 上任取符合条件的一点 E , 作 $EF \parallel AC$, 交边 BC 于点 F ;

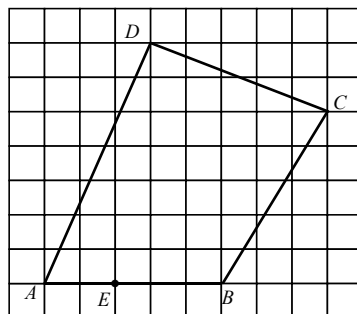
②作 $FG \parallel BD$, 交边 CD 于点 G ; ③作 $GH \parallel AC$, 交边 AD 于点 H ; ④ 联结 HE .

(1) 求证: 小明画出的四边形 $EFGH$ 是平行四边形;

(2) 如图 2, 在 10×9 的网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 四边形 $ABCD$ 的顶点均在格点上, 点 E 在边 AB 上, $AE=2$. 请你仅用一把无刻度的直尺 (只能作经过两点的直线), 画一个平行四边形 $EFGH$, 使点 F, G, H 分别在边 BC, CD, AD 上, 且此平行四边形的边与 AC 或 BD 平行. (不写画法, 画图过程用虚线表示, 画图结果用实线表示)



第 22 题图 1



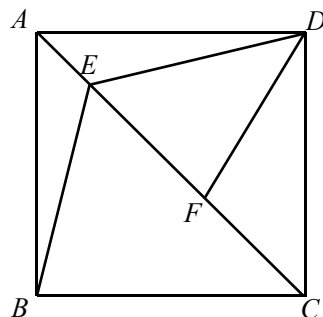
第 22 题图 2

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在对角线 AC 上， $AE < EC$ ， $BE = DE$ 。

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是正方形；

(2) 点 F 在对角线 AC 上，且 $\angle ADF = \angle BEC$ ，求证： $BE \cdot DF = EF \cdot AB$ 。



第 23 题图

24. (本题满分 12 分，第 (1) 小题 4 分，第 (2) 小题 4 分，第 (3) 小题 4 分)

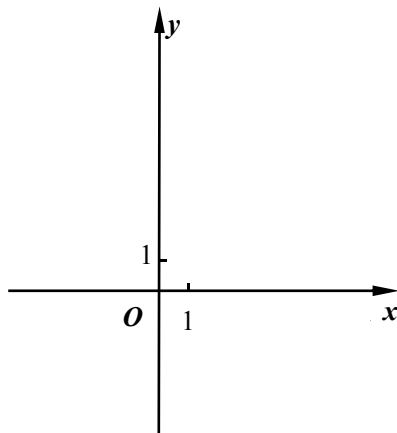
在平面直角坐标系 xOy 中，顶点为 A 的抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$ 与 y 轴交于点 B 。

(1) 如果抛物线经过点 $(2, -1)$ ，且不过第二象限，求抛物线的表达式；

(2) 如果抛物线与坐标轴共有两个公共点，且在 y 轴右侧是下降的，求 m 的值；

(3) 点 A 在第一象限，点 B 关于抛物线对称轴的对称点为点 C ，将抛物线沿着射线 CA 方向平移，点 A 、 B 、 C 的对应点分别为点 A' 、 B' 、 C' ，线段 $B'C'$ 与线段 AB 交于点 D ，如果 $\tan \angle A'DB' = 4$ ，

$\frac{S_{\triangle ADC'}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$ ，求点 A 的坐标。

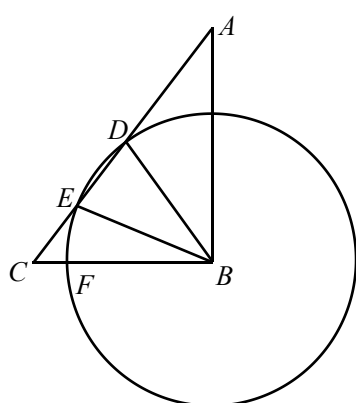


第 24 题图

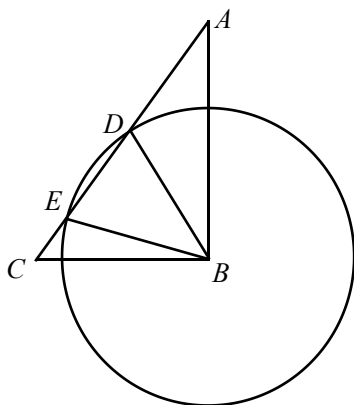
25. (本题满分 14 分，第 (1) 小题 4 分，第 (2) 小题 5 分，第 (3) 小题 5 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， BD 是边 AC 上的中线。以点 B 为圆心， BD 为半径的圆交线段 CD 于点 E （点 E 不与点 C 、点 D 重合）。

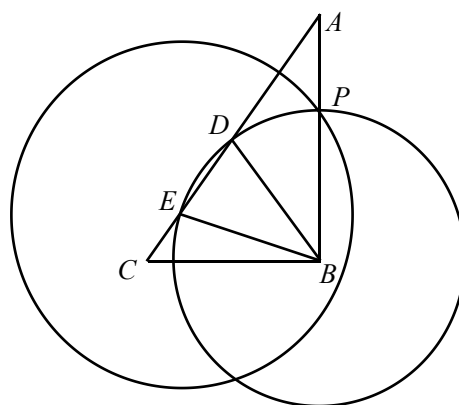
- (1) 如图 1，如果 $\odot B$ 与边 BC 交于点 F ， $\widehat{FE}=\widehat{DE}$ ，求 $\angle DBE$ 的度数；
- (2) 如图 2，当 $AE=5EC$ 时，求 $\angle C$ 的正切值；
- (3) 如图 3，以点 E 为圆心， BC 为半径的 $\odot E$ 与 $\odot B$ 相交，其中一个交点 P 在边 AB 上。如果 $BD=1$ ，求 AE 的长。



第 25 题图 1



第 25 题图 2



第 25 题图 3