

浦东新区初三年级模拟考试

数 学 试 卷

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题.
2. 试卷满分 150 分, 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 24 分, 每小题 4 分)

1. 下列实数中, 是无理数的是

- (A) $27^{\frac{1}{3}}$; (B) $\frac{22}{7}$; (C) $\frac{\pi}{3}$; (D) 0.0101.

2. 下列单项式中, ab^3 的同类项是

- (A) $5ab^3$; (B) $-a^3b$; (C) a^2b^3 ; (D) $-a^2b^2$.

3. 不等式组 $\begin{cases} 3x-15 \leq 0, \\ \frac{4-x}{2} > 1 \end{cases}$ 的解集是

- (A) $x < 2$; (B) $x < 3$; (C) $x \leq 5$; (D) $2 < x \leq 5$.

4. 下列四个函数中, 其图像经过原点的是

- (A) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; (B) $y = -\frac{2}{x}$;
(C) $y = x^2 + 2x$; (D) $y = (x+1)^2$.

5. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是

- (A) 直角三角形; (B) 扇形; (C) 平行四边形; (D) 正八边形.

6. 对于命题: ①一个圆上所有的点都在另一个圆的外部, 那么这两个圆外离;

②一个圆上所有的点都在另一个圆的内部, 那么这两个圆内含.

下列说法正确的是

- (A) ①正确②错误; (B) ①错误②正确; (C) ①和②都正确; (D) ①和②都错误.

二、填空题 (本大题共 48 分, 每小题 4 分)

7. 计算: $a^{-2} \cdot a^3 = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

8. 分解因式: $16a^2 - 1 = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

9. 函数 $y = \frac{x-1}{3-x}$ 的定义域为 ▲.

10. 方程 $\sqrt{15-2x} = -x$ 的解是 ▲.

11. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有实数根, 那么实数 m 的取值范围是 ▲.

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 如果 $\angle A = 2\angle B$, 那么 $\angle D$ 的度数是 ▲.

13. 有一枚质地均匀的正方体骰子, 它的六个面上分别标有 1、2、3、4、5、6 六个数字, 掷这枚骰子, 向上的一面出现合数的概率是 ▲.

14. 如果正比例函数 $y = kx$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图像经过点 $(-2, 3)$, 那么函数值 y 随着 x 的值增大而 ▲. (填“增大”或“减小”)

15. 如果一个正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ 厘米, 那么它的半径长为 ▲ 厘米.

16. 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $\angle ACD = \angle B$, $AD = 2$, $AC = \sqrt{6}$, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{CD}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 ▲.

17. 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$. 以点 C 为圆心, DC 长为半径画弧, 交边 AD 的延长线于点 E . 过点 B 作 AD 的平行线, 交线段 EC 的延长线于点 F . 如果 $BC = 5$, $\tan A = \frac{5}{2}$, 那么线段 CF 的长度是 ▲.

18. 如图 3, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, 点 E 在边 AD 上, 且 $\triangle DEC$ 是等边三角形, 点 O 是对角线 AC 上一点. 如果 $\odot O$ 经过点 E 且与边 BC 没有公共点, 那么 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围是 ▲.

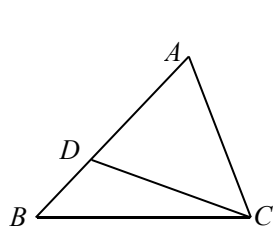


图 1

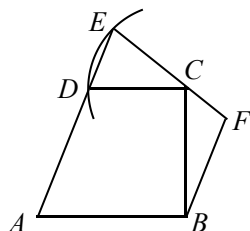


图 2

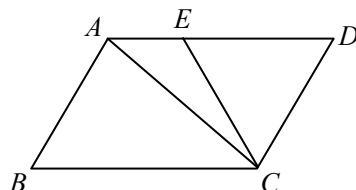


图 3

三、解答题 (本大题共 78 分)

19. (本题 10 分)

$$|\sqrt{3}-2| + (\pi - 2025)^0 - \sqrt{9} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}.$$

20. (本题 10 分)

解方程: $\frac{4x}{x^2-9} - 1 = \frac{2}{x+3} - \frac{2}{x-3}.$

21. (本题共 10 分, 其中第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 6 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 与直线 $y = 3x - 1$ 都经过点 $A(2, m)$.

- (1) 求 m 与 k 的值;
- (2) 过点 $B(0, n)$ ($n > 0$) 作平行于 x 轴的直线, 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 C , 与直线 $y = 3x - 1$ 相交于点 D , 在 $\triangle ACD$ 中, 当 $AC = AD$ 时, 求边 CD 的长度.

22. (本题共 10 分, 其中第 (1) 题 3 分, 第 (2) 题 3 分, 第 (3) 题 4 分)

小明乔迁的新居使用的是分时电表, 按平时段 (06:00~22:00) 和谷时段 (22:00~次日 6:00) 分别计费. 为了解 2025 年 4 月新居的平时段用电量, 小明连续 8 天, 每天 22:00 记录了电表平时段的读数, 如下表:

星期	日	一	二	三	四	五	六	日
平时段的读数 (单位: 千瓦时)	109	121	133	149	156	173	201	221

- 根据表格提供的信息, 解答下列问题:
- (1) 小明家这几天中, 平时段单日电用量最大的那天的用电量是 ▲ 千瓦时;
 - (2) 计算小明家 4 月份平时段用电总量约是多少千瓦时?
 - (3) 小明计算出这几天平时段单日电用量的中位数和众数都是 16 千瓦时, 你认为正确吗? 请简要说明理由.

23. (本题共 12 分, 其中第 (1) 题 6 分, 第 (2) 题 6 分)

已知: 如图 4, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, 且 $AF = CE$. 对角线 BD 分别交 EC, AF 于点 M, N , 联结 AM, CN .

- (1) 求证: 四边形 $AMCN$ 是菱形;
- (2) 过点 C 作 $CP \perp CE$ 交 BD 的延长线于点 P ,
如果 $CM^2 = MN \cdot NB$, 求证: $\frac{NC}{NP} = \frac{PD}{PC}$.

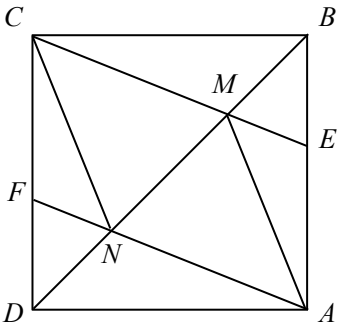
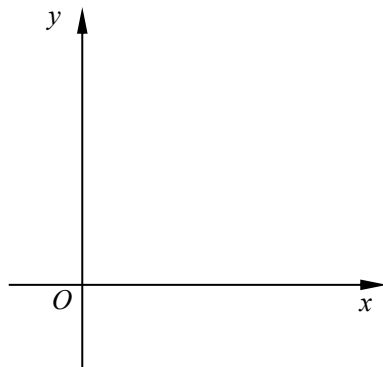


图 4

24. (本题共 12 分, 其中第 (1) 题 4 分, 第 (2) ①小题 4 分, 第 (2) ②小题 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 5), 顶点为 $A(6, 6)$ 的抛物线 C_1 经过原点, 直线 $y = 6$ 交 y 轴于点 B .



(1) 求抛物线 C_1 的表达式;

(2) 将抛物线 C_1 先向右平移 m ($m > 0$) 个单位, 再向下平移 n ($n > 0$) 个单位, 使得新抛物线 C_2 的顶点 D 恰好落在抛物线 C_1 上. 抛物线 C_2 的对称轴交直线 AB 于点 E . 联结 BD .

①联结 AD , 当线段 BD 的中垂线经过点 A 时, 求 $\sin \angle DAE$ 的值;

②线段 BD 交抛物线 C_1 的对称轴于点 F , 当 $\triangle ADF$ 与 $\triangle ADB$ 相似时, 求代数式 $m^3 - 36m$ 的值.

图 5

25. (本题共 14 分, 其中第 (1) 题 4 分, 第 (2) ①小题 5 分, 第 (2) ②小题 5 分)

如图 6, AB 和 CD 是半径为 2 的 $\odot O$ 的两条直径, 点 P 是 BA 延长线上的一点. 联结 PC 交 $\odot O$ 于点 E (点 E 在线段 PC 上, 且不与点 P 、点 C 重合).

(1) 当 $PC = PO$ 时, 求证: $CO^2 = CE \cdot CP$;

(2) 联结 DE , 交半径 OA 于点 M , 已知 $PA = 2$.

①联结 PD , 如图 7, 当点 M 是 $\triangle PCD$ 的重心时, 求 $\angle BOC$ 的余弦值;

②联结 BD 、 BE , 当 $\triangle BDE$ 为等腰三角形时, 求线段 PE 的长.

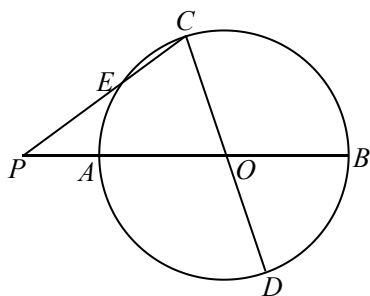


图 6

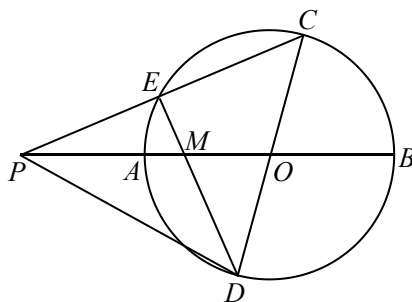
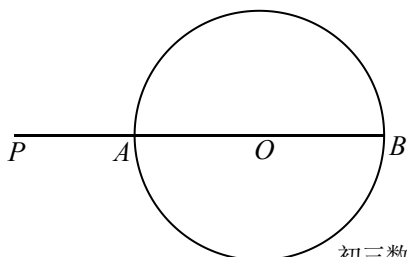


图 7



备用图