

2025 年普陀区初中毕业生学业水平适应性考试

数学试题卷

考生须知:

1. 全卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟. 试题卷共 6 页, 有三大题, 共 24 小题.
2. 全卷答案必须做在答题纸卷 I、卷 II 的相应位置上, 做在试题卷上无效.

卷 I (选择题)

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 请选出各题中唯一的正确选项, 不选、多选、错选, 均不得分)

1. 某品牌手机自主研发了最新型号芯片, 其晶体管栅极的宽度为 0.000000014m , 将数据 0.000000014 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.4×10^{-8} B. 14×10^{-7} C. 0.14×10^{-6} D. 1.4×10^{-9}

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了科学记数法—表示较小的数, 牢记科学记数法的表示形式是解题的关键: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键是要正确确定 a 的值以及 n 的值; 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 绝对值与小数点移动的位数相同: 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数, 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数, 据此确定 a 的值以及 n 的值即可. 按照科学记数法的表示形式求解即可.

【详解】解: 将数据 0.000000014 用科学记数法表示为 1.4×10^{-8} ,
故选: A.

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $(-3ab^2)^2 = 9a^2b^4$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
C. $3a^2 - a^2 = 3$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是积的乘方运算, 完全平方公式, 合并同类项, 同底数幂的除法运算, 根据以上运算是运算法则逐一分析判断即可.

【详解】解: A、 $(-3ab^2)^2 = 9a^2b^4$, 故符合题意;

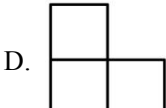
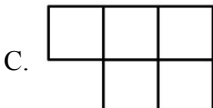
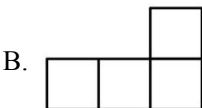
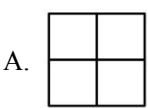
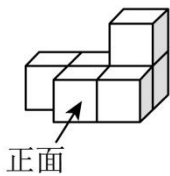
B、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故不符合题意；

C、 $3a^2 - a^2 = 2a^2$ ，故不符合题意；

D、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，故不符合题意；

故选：A.

3. 如图是某同学搭建的积木立体图，则该几何体的左视图是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的图象是左视图，可得答案.

【详解】从左边看，底层是两个小正方形，上层左边是一个小正方形.

故选：D.

4. 2025 年“体重管理年”正式启动，其中所涉及的体质指数“BMI”是衡量人体胖瘦程度的标准，其计算

公式为 $BMI = \frac{m}{h^2}$ (m 表示体重，单位：公斤； h 表示身高，单位：米)，成年人 BMI 数值标准见下表：

BMI 范围	$BMI < 18.5$	$18.5 \leq BMI < 24$	$24 \leq BMI < 28$	$BMI \geq 28$
胖瘦程度	偏瘦	正常	偏胖	肥胖

已知某位成年人身高 1.6 米，体重 64 公斤，则该成年人胖瘦程度为（ ）

A. 偏瘦

B. 正常

C. 偏胖

D. 肥胖

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数的性质，根据题意求 BMI 即可得解.

【详解】解：∵某位成年人身高 1.6 米，体重 64 公斤，

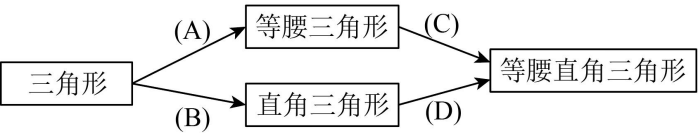
$$BMI = \frac{m}{h^2} = \frac{64}{1.6^2} = 25,$$

$$\therefore 24 < \text{BMI} = 25 < 28$$

$\therefore$ 该成年人胖瘦程度为偏胖；

故选：C.

5. 小明同学在学习了八年级上册“三角形”、“特殊三角形”两堂课后，发现学习内容是逐步特殊化的过程，于是便整理了如图，那么下列选项不适合填入的是（ ）



A. 两边相等

B. 一个角为直角

C. 有一个角 45°

D. 斜边与直角边比为 $\sqrt{2}:1$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的分类以及性质，根据等腰三角形，直角三角形，等腰直角三角形的定义一一判断即可.

【详解】解： A. 两边相等，是等腰三角形，故该选项不符合题意；

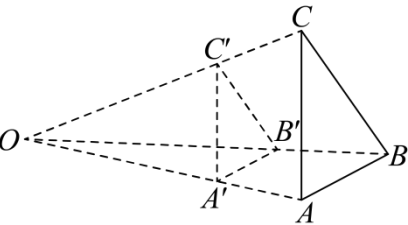
B. 有一个角是直角的三角形是直角三角形，故该选项不符合题意；

C. 有一个角 45° ，可以是锐角三角形，也可是直角三角形，故不一定是等腰直角三角形，故该选项符合题意；

D. 斜边与直角边比为 $\sqrt{2}:1$ 的是等腰直角三角形，故该选项不符合题意；

故选：C.

6. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 位似，位似中心为点 O ， $OC':OC = 2:3$ ， $\triangle A'B'C'$ 的面积为 4，则 $\triangle ABC$ 面积为（ ）



A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

【答案】D

【解析】

【分析】 此题考查了位似的性质、相似三角形的判定及性质，根据 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 位似得到

$ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，由相似三角形的性质即可得到答案．熟练掌握相似三角形的性质是解题的关键．

【详解】解： $\because OC':OC = 2:3$ ， ABC 与 $\triangle A'B'C'$ 位似，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

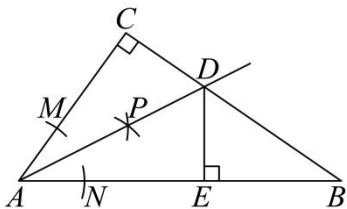
$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4},$$

$\because \triangle A'B'C'$ 的面积为 4，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{9}{4} S_{\triangle A'B'C'} = \frac{9}{4} \times 4 = 9.$$

故选：D.

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AC ， AB 于点 M ， N ，再分别以 M ， N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，射线 AP 与 BC 交于点 D ， $DE \perp AB$ ，垂足为 E ．若 $CD = 2$ ，则 $DE =$ ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了尺规作图—作角的平分线，角平分线的性质，由作图可得 AD 是 $\angle CAB$ 的角平分线，然后根据角平分线的性质求解即可．

【详解】解：由作图可得 AD 是 $\angle CAB$ 的角平分线，

$\because \angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，

$\therefore DC = DE$ ，

$\because CD = 2$ ，

$\therefore DE = 2$ ．

故选 B.

8. 小宜跟同学在某餐厅吃饭，如图为此餐厅的菜单，若他们所点的餐点总共为 15 份意大利面， x 杯饮料， y 份沙拉，则他们点了几份 A 餐 ()

A 餐：一份意大利面

B 餐：一份意大利面加一杯饮料

C 餐：一份意大利面加一杯饮料与一份沙拉

A. $15 - x$

B. $15 - y$

C. $15 - x - y$

D. $15 - x + y$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了列代数式；以意大利面为依据，准确列出代数式是解题的关键.

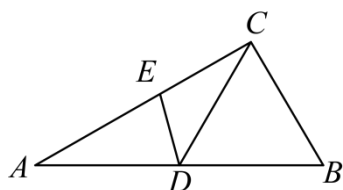
根据点的饮料能确定在 B 和 C 餐中点了 x 份意大利面，根据题意可得点 A 餐 $15 - x$.

【详解】解：∵ x 杯饮料则在 B 和 C 餐中点了 x 份意大利面.

∴ 点 A 餐为 $15 - x$.

故选：A.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，点 E 在边 AC 上， $BD = BC$ ， $AD = AE$ ，若要求 $\angle CDE$ 的度数，则只需知道 () 的度数.



A. $\angle A$

B. $\angle B$

C. $\angle ACB$

D. $\angle DCE$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理等知识，根据等腰三角形的性质得到

$\angle BDC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B$ ， $\angle ADE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ ，即可求解，掌握相关知识是解题的关键.

【详解】解：∵ $BD = BC$ ，

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B,$$

∵ $AD = AE$ ，

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A,$$

∴

$$\angle BDC + \angle ADE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACB) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB$$

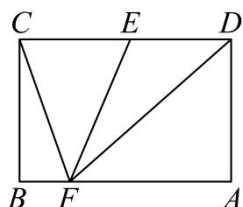
,

$$\therefore \angle CDE = 180^\circ - (\angle BDC + \angle ADE) = 180^\circ - \left(90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB \right) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$\therefore$ 要求 $\angle CDE$ 的度数, 则只需知道 $\angle ACB$ 的度数,

故选: C.

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别为 CD 、 AB 上的点, 且 $ED = 2BF$, 连结 CF 、 EF 、 DF , 其中 $\angle CFE = \angle CDF$, $CF = 2$, 则 $DF =$ ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. $\sqrt{2} + 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质, 相似三角形的判定和性质, 勾股定理, 设未知数, 利用勾股定理, 用整体代入的思想是解题的关键. 根据矩形的性质, 设 $CD = AB = m$, $BF = x$, $ED = 2x$, $AF = m - x$,

$AD = BC = y$, 先证明 $\triangle CFE \sim \triangle CDF$, 得出 $m^2 - 2mx = 4$, 在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, 根据勾股定理得出

$y^2 + x^2 = 2^2 = 4$, 最后在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 利用勾股定理求得 DF .

【详解】解: 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle CFE = \angle CDF$, $\angle FCE = \angle DCF$,

$\therefore \triangle CFE \sim \triangle CDF$,

$$\therefore \frac{CF}{CD} = \frac{CE}{CF},$$

由 $ED = 2BF$, $CF = 2$,

设 $CD = AB = m$, $BF = x$, $ED = 2x$, $AF = m - x$, $AD = BC = y$

$$\therefore \frac{2}{m} = \frac{m - 2x}{2}, \text{ 即 } m^2 - 2mx = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, $BC^2 + BF^2 = FC^2$, 即 $y^2 + x^2 = 2^2 = 4$,

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $DF = \sqrt{AF^2 + AD^2} = \sqrt{(m-x)^2 + y^2} = \sqrt{m^2 - 2mx + x^2 + y^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$,

故选: A.

卷 II (非选择题)

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【详解】解: 根据题意, 使二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 即 $x-2 \geq 0$,

解得: $x \geq 2$.

故答案为: $x \geq 2$.

【点睛】 本题主要考查使二次根式有意义的条件, 理解二次根式有意义的条件是解题关键.

12. 在网络课程学习中, 韩梅和李雷分别在《数学与天文》、《数学与绘画》、《数学与游戏》中随机选择一门, 两人恰好选中同一门课程的概率为_____.

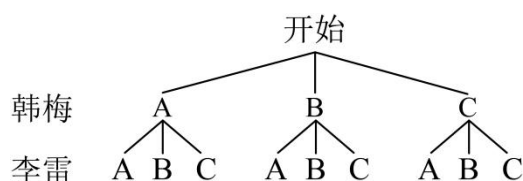
【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】画树状图, 展示所有 9 种等可能的结果数, 找出符合条件的结果数, 然后根据概率公式求解.

【详解】把《数学与天文》、《数学与绘画》、《数学与游戏》分别记为 A、B、C,

画树状图如图:



共有 9 个等可能的结果, 韩梅和李雷两人恰好选中同一门课程的结果有 3 个,

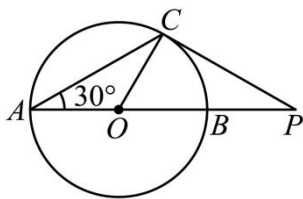
$\therefore$ 韩梅和李雷两人恰好选中同一门课程的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

13. 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 AB 与弦 AC 的夹角为 30° , 过 C 点的切线 PC 与 AB 的延长线交于点 P , 且

$PC = 12$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____.



【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由切线的性质得到 $OC \perp PC$ ，再利用等腰三角形的性质和三角形外角性质可得出 $\angle POC = 60^\circ$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle OCP$ 中利用含 30° 的直角三角形三边的关系以及勾股定理求解即可.

【详解】解： $\because PC$ 为切线，

$$\therefore OC \perp PC,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = \angle A + \angle OCA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle OCP \text{ 中, } OP = 2OC,$$

$$\because OP^2 = OC^2 + PC^2,$$

$$\therefore (2OC)^2 = OC^2 + 12^2,$$

$$\text{解得: } OC = 4\sqrt{3}.$$

故答案为: $4\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了切线的性质、直角三角形的性质、勾股定理等知识点，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解答本题的关键.

14. 已知圆锥的侧面展开图是半径为 6，圆心角为 120° 的扇形，则圆锥的侧面积是_____.

【答案】 12π

【解析】

【分析】本题考查了圆锥的侧面积. 熟练掌握扇形的面积公式，是解题的关键.

根据圆锥的侧面积等于扇形的面积计算即可.

【详解】解： $\because$ 圆锥的侧面展开图是半径为 6，圆心角为 120° 的扇形，

∴圆锥的侧面积等于扇形的面积 $=\frac{120\times\pi\times6^2}{360}=12\pi$.

故答案为: 12π .

15. 已知点 (m,n) 在直线 $y=x+b$ (b 为常数) 上, 若 mn 的最小值为 -1 , 则 $b=$ _____.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数图象上的点, 求二次函数的极值,

先将点的坐标代入关系式, 可得 $n=m+b$, 进而得 $mn=m^2+mb=(m+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}$, 再根据二次函数的性质讨论极值即可.

【详解】 解: 因为点 (m,n) 在直线 $y=x+b$ 上,

所以 $n=m+b$,

所以 $mn=m^2+mb=(m+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}$.

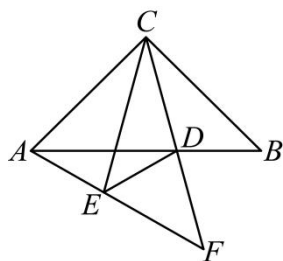
因为抛物线的开口向上,

所以当 $m=-\frac{b}{2}$ 时, 有最小值, 即 $-\frac{b^2}{4}=-1$,

解得 $b=\pm 2$.

故答案为: ± 2 .

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB$, 点 D 为边 AB 上一点, 连结 CD , 作点 B 关于 CD 的对称点 E , 连结 CE 、 AE , 延长 CD 、 AE 交于点 F , 若 $AE=DE=2$, 则 $EF=$ _____.



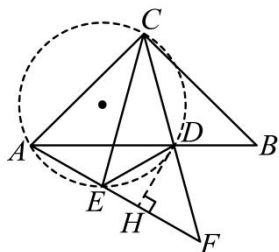
【答案】 $\sqrt{3}+1$

【解析】

【分析】 作 $DH \perp AF$ 于点 H , 先证明 A, C, D, E 四点共圆, 可证 $\angle ACE = \angle ECD$, 求出

$\angle ACE = \angle BCD = \angle ECD = 30^\circ$ ，由等腰三角形的性质求出 $\angle CAE = \angle CEA = 75^\circ$ ，进而得
 $\angle EAD = \angle EDA = 30^\circ$ ， $\angle F = 45^\circ$ ，然后分别求出 $EH = \frac{1}{2}DE = 1$ ， $FH = DH = \sqrt{3}$ ，即可求出
 $EF = \sqrt{3} + 1$ 。

【详解】解：作 $DH \perp AF$ 于点 H ，



$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle B = 45^\circ$ 。

由折叠的性质得 $BC = CE$ ， $\angle CED = \angle B$ ， $\angle BCD = \angle ECD$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle CED = 45^\circ$ ， $AC = CE$

$\therefore A, C, D, E$ 四点共圆，

$\therefore AE = DE = 2$ ，

$\therefore \widehat{AE} = \widehat{DE}$ ， $\angle EAD = \angle EDA$ ，

$\therefore \angle ACE = \angle ECD$ ，

$\therefore \angle ACE = \angle BCD = \angle ECD = 30^\circ$ ，

$\therefore AC = CE$ ， $\angle ACE = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CAE = \angle CEA = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle EAD = \angle EDA = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ ， $\angle F = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle DEH = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle EDH = 30^\circ$ ，

$\therefore EH = \frac{1}{2}DE = 1$ ，

$\therefore DH = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore DH \perp AF$ ， $\angle F = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle DHE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore FH = DH = \sqrt{3}$ ，

$\therefore EF = \sqrt{3} + 1.$

故答案为： $\sqrt{3} + 1.$

【点睛】 本题考查了折叠的性质，等腰直角三角形的判定与性质，圆周角定理，含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理等知识，判定 A, C, D, E 四点共圆是解答本题的关键.

三、解答题 (本题有 8 小题，第 17~21 每题 8 分，第 22、23 题每题 10 分，第 24 题 12 分，共 72 分)

17. (1) 计算： $\sqrt{8} - 4\cos 45^\circ + (-1)^{2025}$

(2) 化简： $(a - 5)^2 + (3 + a)(3 - a)$

【答案】 (1) -1 ； (2) $-10a + 34$

【解析】

【分析】 (1) 首先将化简二次根式，代入特殊角的三角函数值，计算乘方，然后进行加减运算即可；

(2) 先根据乘方的完全平方公式和平方差公式展开，再进行合并同类项即可.

【详解】 解： (1) 原式 $= 2\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

$= -1$

(2) 原式 $= a^2 - 10a + 25 + 9 - a^2$

$= -10a + 34$

【点睛】 本题考查了实数的混合运算，涉及二次根式的化简、特殊角的三角函数值，乘方运算，整式的混合运算，乘方的完全平方公式，平方差公式，合并同类项等知识，熟练掌握法则是关键.

18. 小张在学习分式时，不确定自己做的练习是否正确，于是请教了强大的 AI 软件，请你仔细阅读小张的解答过程，并补充完整的 AI 分析.

 豆包 doubao.com   	豆包给出分析： 这个解答从第_____步开始出现错误； 虽然最终答案是 0，但过程存在逻辑错误. 正确解答为： $\frac{x^2 + 2}{x + 1} - \frac{3}{1 + x}$，其中 $x = 1$ 解： 原式 =
先化简，再求值： $\frac{x^2 + 2}{x + 1} - \frac{3}{1 + x}$，其中 $x = 1$ 解： 原式 $= \frac{x^2 + 2}{x + 1} \cdot (x + 1) - \frac{3}{1 + x} (x + 1)$ ①	

$= x^2 - 1$ ② 当 $x = 1$ 时, 原式 $= 1^2 - 1 = 0$ ③ AI编辑	
我的解答正确吗?	

【答案】①； $x-1$ ， 0

【解析】

【分析】此题考查了同分母分式的加减运算以及代数求值，根据同分母分式的加减运算法则求解即可．

【详解】解：这个解答从第①步开始出现错误；

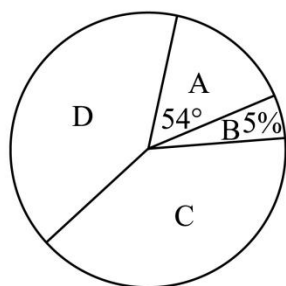
$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{x^2 + 2 - 3}{x + 1} \\ &= \frac{x^2 - 1}{x + 1} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 1)}{x + 1} \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

当 $x = 1$ 时, 原式 $= 1 - 1 = 0$.

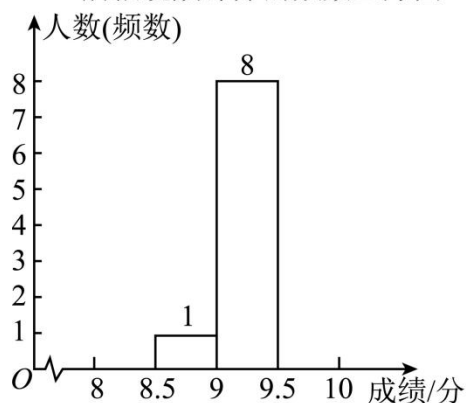
19. 电影《哪吒之魔童闹海》上映 10 天突破 60 亿票房，成为中国电影票房榜冠军．为了解大家对电影的评价情况，小舟同学从某电影院观影后的观众中，随机抽取部分观众对电影进行评价，并对评分（十分制）进行统计整理，所有观众的评分均高于 8 分（电影评分用 x 表示，共分成四组： $A. 8 < x \leq 8.5$ ； $B. 8.5 < x \leq 9$ ； $C. 9 < x \leq 9.5$ ； $D. 9.5 < x \leq 10$ ），下面给出了部分信息：

C 组的数据是： 9.1， 9.2， 9.3， 9.3， 9.3， 9.3， 9.4， 9.4.

所抽观众评分的扇形统计图



所抽观众评分的频数直方图



- (1) 求出 C 组数据的中位数和众数；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 若共有 800 名观众参加了此次评分调查，估计此次评分调查认为电影特别优秀 ($x > 9.2$) 的观众人数是多少？

【答案】 (1) C 组中位数：9.3 分；众数：9.3 分

(2) 见解析 (3) 560 人

【解析】

【分析】 本题考查了求中位数，众数，用样本估计总体等知识，解题的关键是：

- (1) 根据中位数、众数的定义求解即可；
- (2) 用 B 组人数除以其所占百分比求出被调查的总人数，然后求出 A 组和 D 组人数，最后补图即可；
- (3) 利用 800 乘以 $x > 9.2$ 的人数所占百分比即可。

【小问 1 详解】

解：∵ C 组的数据是：9.1, 9.2, 9.3, 9.3, 9.3, 9.3, 9.4, 9.4.

最中间的数是 9.3, 9.3；出现次数最多的数是 9.3,

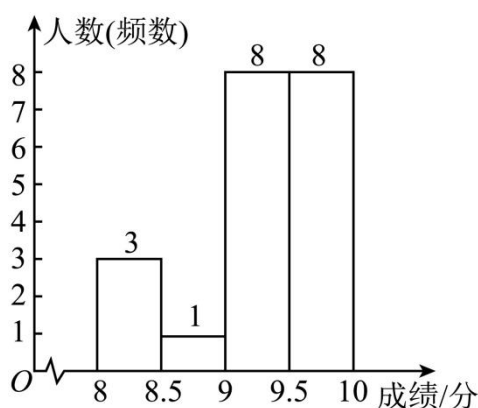
∴ C 组中位数： $\frac{9.3+9.3}{2} = 9.3$ 分；众数：9.3 分；

【小问 2 详解】

解：总人数为 $1 \div 5\% = 20$ 人，

A 组的人数为 $20 \times \frac{54}{360} = 3$ 人， D 组人数为 $20 - 3 - 1 - 8 = 8$ 人，

补图如下：

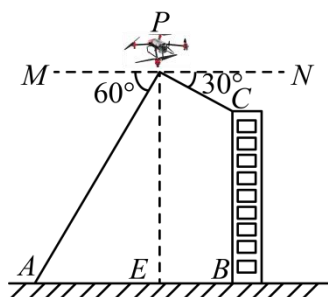


【小问 3 详解】

解: $800 \times \frac{6+8}{20} = 560$,

即估计此次评分调查认为电影特别优秀 ($x > 9.2$) 的观众人数是 560 人.

20. 如图, 小明利用无人机测大楼的高度 BC . 在空中点 P 测得: 到地面上一点 A 处的俯角 $\angle MPA = 60^\circ$, 距离 $PA = 80$ 米, 到楼顶 C 点处的俯角 $\angle NPC = 30^\circ$. 已知点 A 与大楼的距离 AB 为 70 米. (点 A 、 E 、 B 共线且图中所有的点都在同一平面内)



- (1) 求点 P 到地面 AB 的距离 PE ;
- (2) 求大楼的高度 BC . (结果保留根号)

【答案】(1) 点 P 到地面 AB 的距离 PE 为 $40\sqrt{3}$ 米

(2) 大楼的高度 BC 为 $30\sqrt{3}$ 米

【解析】

【分析】 本题考查的是解直角三角形的实际应用, 熟练掌握解直角三角形的应用是解题的关键;

- (1) 首先得出 $\angle PAB = \angle MPA = 60^\circ$, 然后解直角三角形求解即可;
- (2) 延长 BC 交 MN 于 D 点, 如图, 解直角三角形求出 PE , 然后得到四边形 $PEBD$ 为矩形, 求出 BD , PD , 然后解直角三角形求出 CD , 进而求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because MN \parallel AB$,

$$\therefore \angle PAB = \angle MPA = 60^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中,

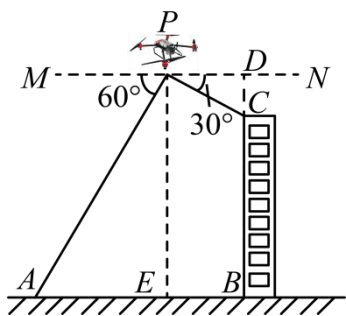
$$\therefore \sin \angle PAE = \frac{PE}{PA},$$

$$\therefore PE = 80 \times \sin 60^\circ = 80 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3} \text{ (米)}.$$

答: 点 P 到地面 AB 的距离 PE 为 $40\sqrt{3}$ 米;

【小问 2 详解】

解: 延长 BC 交 MN 于 D 点, 如图,



$$\text{在 } \text{Rt}\triangle APE \text{ 中, } \therefore \cos \angle PAE = \frac{AE}{PA},$$

$$\therefore AE = 80 \times \cos 60^\circ = 80 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB = 70 \text{ 米},$$

$$\therefore BE = AB - AE = 70 - 40 = 30 \text{ (米)},$$

$$\therefore \angle PEB = \angle DBE = \angle EPD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $PEBD$ 为矩形,

$$\therefore BD = PE = 40\sqrt{3} \text{ 米}, \quad PD = BE = 30 \text{ 米},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PCD \text{ 中, } \therefore \tan \angle DPC = \frac{CD}{PD},$$

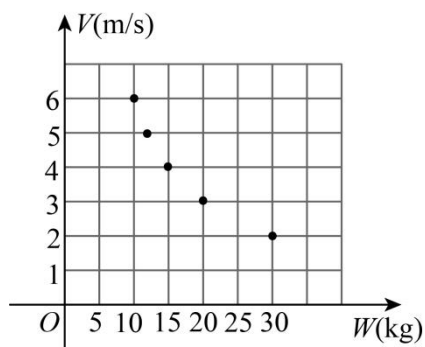
$$\therefore CD = 30 \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ (米)},$$

$$\therefore BC = BD - CD = 40\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \text{ (米)}.$$

答: 大楼的高度 BC 为 $30\sqrt{3}$ 米.

21. 在现代智能仓储系统中, 一款名为 “*SwiftBo*” 的智能机器狗, 为了研究其载重能力 W (千克) 与其运动速度 v (米/秒) 的关系, 工程师通过实验测得以下数据:

载重 W (kg)	...	10	12	15	20	30	...
速度 v (m/s)	...	6	5	4	3	2	...



(1) 把表中 W , v 的各组对应值作为点的坐标, 如 $(10, 6)$, $(12, 5)$..., 已在图中坐标系描出了相应的点, 请用平滑的曲线顺次连接这些点;

(2) 观察所画的图象, 猜测 v 与 W 之间的函数关系, 并求出函数关系式;

(3) 某次任务要求机器狗在 8 分钟内将货物运送至 2400 米外的分区货架, 求此时机器狗能承载的最大货物重量.

【答案】 (1) 见解析 (2) v 与 W 成反比例函数关系, $v = \frac{60}{W}$

(3) 此时机器狗能承载的最大货物重量为 12 千克

【解析】

【分析】 本题主要考查了反比例函数的应用, 解题时要熟练掌握并能灵活运用反比例函数的性质是关键.

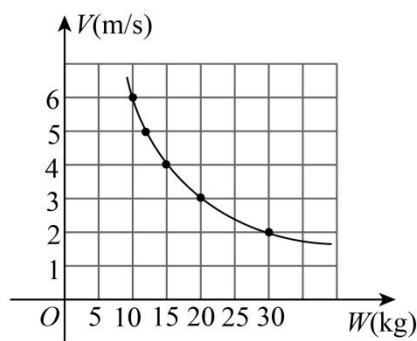
(1) 依据题意, 连线即可作图得解;

(2) 依据题意可得, 函数是反比例函数图象, 从而可设 $v = \frac{k}{W}$, 又图象过 $(10, 6)$, 求出 $k = 10 \times 6 = 60$, 进而可以判断得解;

(3) 依据题意, 由 8 分钟内将货物运送至 2400 米, 从而 $v = 2400 \div (8 \times 60) = 5$ (米 / 秒), 故可得此时机器狗能承载的最大货物重量 $W = \frac{60}{5} = 12$ (千克), 即可得解.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 连线作图如下.



【小问 2 详解】

解：由题意可得， v 与 w 成反比例函数关系，

设 $v = \frac{k}{w}$ ， $(10, 6)$ 代入得： $k = 60$ ，

$$\therefore v = \frac{60}{w},$$

$(12, 5)$ $(15, 4)$ $(20, 3)$ $(30, 2)$ 代入上式，均符合.

$$\therefore v = \frac{60}{w}.$$

【小问 3 详解】

解：由题意， $\therefore$ 8 分钟内将货物运送至 2400 米，

$$\therefore v \geq \frac{2400}{8 \times 60} = 5,$$

$$\therefore w \leq \frac{60}{5} = 12,$$

答：此时机器狗能承载的最大货物重量为 12 千克.

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，点 E ， F ， G 分别为 AO ， DO ， BC 的中点，连结 BE ， EF ， FG 。

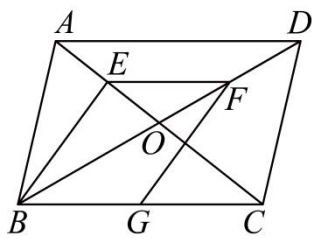


图1

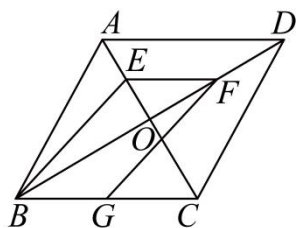


图2

(1) 求证：四边形 $BEFG$ 为平行四边形；

(2) 如图 1，若 $BD = 2AB$ ，求证： $BE \perp AO$ ；

(3) 如图 2，当平行四边形 $ABCD$ 为菱形时，若 $BD = \sqrt{3}AB$ ， $AB = 8$ ，求四边形 $BEFG$ 的面积.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) $12\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 首先得到 $AD = BC$ ， $AD \parallel BC$ ，然后证明出 $EF \parallel BG$ ， $EF = BG$ ，即可证明；

(2) 首先得到 $BD = 2BO$ ，然后求出 $BO = AB$ ，然后利用三线合一证明即可；

(3) 如图所示，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H ，求出 $BC = AB = 8$ ， $BG = \frac{1}{2}BC = 4$ ，然后由

$\sin \angle BAO = \frac{BO}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 求出 $\angle BAO = 60^\circ$ ，然后解直角三角形求出 $EH = CE \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$ ，然后利用

平行四边形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

$\because \square ABCD$,

$\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,

$\because$ 点 E, F, G 分别为 AO, DO, BC 的中点,

$\therefore EF \parallel AD$, $EF = \frac{1}{2}AD$, $BG = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore EF \parallel BG$, $EF = BG$,

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 是平行四边形;

【小问 2 详解】

$\because \square ABCD$,

$\therefore AC, BD$ 互相平分,

$\therefore BD = 2BO$,

$\because BD = 2AB$,

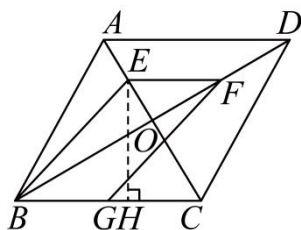
$\therefore BO = AB$,

$\because$ 点 E 为 AO 中点,

$\therefore BE \perp AO$;

【小问 3 详解】

如图所示，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H ,



$$\because BD = \sqrt{3}AB, \quad AB = 8,$$

$$\therefore BD = 8\sqrt{3}, \quad BC = AB = 8$$

$$\therefore BG = \frac{1}{2}BC = 4$$

$\because$ 菱形 $ABCD$,

$$\therefore AC \perp BD, \quad BO = \frac{1}{2}BD = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \sin \angle BAO = \frac{BO}{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\because AB = BC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形

$$\therefore AC = AB = 8, \quad \angle ECH = 60^\circ,$$

$$\therefore AE = \frac{AO}{2} = \frac{AC}{4} = 2,$$

$$\therefore CE = AC - AE = 6,$$

$$\therefore EH = CE \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{四边形 } BEFG \text{ 的面积} = EH \times BG = 3\sqrt{3} \times 4 = 12\sqrt{3}.$$

【点睛】此题考查了平行四边形的性质和判定，菱形的性质勾股定理，解直角三角形和三线合一性质，解题的关键是掌握以上知识点.

23. 已知二次函数 $y = (x-m)(x-m+2)$ ，回答下列问题:

(1) 若该函数图象经过点 $(2, -1)$

①求该函数图象与 x 轴的交点坐标;

②点 $A(-1, 1)$ 向上平移 2 个单位长度，向右平移 $K (K > 0)$ 个单位长度后，落在二次函数

$y = (x-m)(x-m+2)$ 图象上，求 K 的值.

(2) 若该函数图象经过点 $(2m-1, a)$ 与点 $(3m-4, b)$ ，且与 x 轴的两个交点到点 $(1, 0)$ 的距离均小于 2，求证: $b < a$.

【答案】(1) ① $(3, 0)$ 和 $(1, 0)$; ② $k_1 = 1, k_2 = 5$

(2) 见解析

【解析】

【分析】此题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的图象和性质，二次函数与 x 轴交点问题，解题的关键是掌握以上知识点.

(1) ①首先利用待定系数法求出表达式，然后令 $y=0$ 求解即可；

②首先表示出平移后的点的坐标，然后代入表达式求解即可；

(2) 首先将 $(2m-1, a)$ ， $(3m-4, b)$ 代入表达式得到 $a=(m-1)(m+1)$ ， $b=4(m-2)(m-1)$ ，然后表示出 $b-a=3(m-1)(m-3)$ ，然后根据与 x 轴的两个交点到点 $(1, 0)$ 的距离均小于2得到 $\begin{cases} m-2 < 1 \\ m > 1 \end{cases}$ ，进而求解即可.

【小问1详解】

①把 $(2, -1)$ 代入 $y=(x-m)(x-m+2)$ 得， $-1=(2-m)(2-m+2)$

解得 $m=3$ ，

$$\therefore y=(x-3)(x-1),$$

$$\therefore \text{当 } y=0 \text{ 时, } 0=(x-3)(x-1)$$

$$\text{解得 } x_1=3, \quad x_2=1,$$

$\therefore$ 该函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(3, 0)$ 和 $(1, 0)$ ；

②点 $A(-1, 1)$ 向上平移2个单位长度，向右平移 k 个单位长度后得 $(-1+k, 3)$ ，

代入 $y=(x-3)(x-1)$ 得： $3=(k-1-3)(k-1-1)$ ，

$$\therefore k_1=1, \quad k_2=5;$$

【小问2详解】

把 $(2m-1, a)$ 、 $(3m-4, b)$ 代入 $y=(x-m)(x-m+2)$ 得：

$$a=(m-1)(m+1)$$

$$b=(2m-4)(2m-2)=4(m-2)(m-1)$$

$$\therefore b-a=4(m-2)(m-1)-(m-1)(m+1)$$

$$=(m-1)(4m-8-m-1)$$

$$= (m-1)(3m-9)$$

$$= 3(m-1)(m-3)$$

∴ 图象与 x 轴的交点 $(m, 0)$ 和 $(m-2, 0)$ 之间的距离为 2,

$(1, 0)$ 到 $(m, 0)$ 和 $(m-2, 0)$ 的距离均小于 2

$$\therefore \begin{cases} m-2 < 1 \\ m > 1 \end{cases},$$

$$\therefore 1 < m < 3,$$

$$\therefore b-a < 0,$$

$$\therefore b < a.$$

24. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AC 为直径, 在 CA 延长线上取一点 E , 使得 $AE = AB$, 连结 BE , 在 AE 下方, 作 $\angle AFE = \angle BCA$, 连结 CF 交 $\odot O$ 于点 D , 连结 BD .

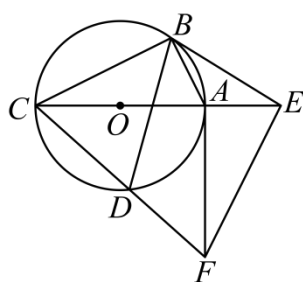


图1

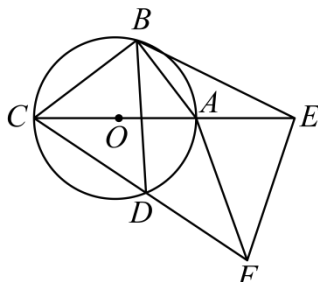


图2

(1) 如图 1, 若 $\angle BDC = \angle AEF$

①求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAF$;

②若 $AE = 2$, $AF = 4$, 求 CD 的长度.

(2) 如图 2, 若 $AF = EF$, $2\angle CBD = 3\angle BCA$ 时, 求证: $BD = EF$.

【答案】 (1) ①见解析; ② $\frac{10}{3}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) ①由圆周角定理得 $\angle BDC = \angle BAC$, 等量代换得 $\angle BAC = \angle AEF$, 然后根据 ASA 即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle EAF$;

②由圆周角定理得 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 求出 $AC = 2\sqrt{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中求出 $CF = 6$, 由面积法求出 $AD = \frac{2\sqrt{5}}{3}$, 然后在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中利用勾股定理即可求解;

(2) 取 $\triangle BCA$ 的中点 G , 连结 BG 、 AG , 根据 ASA 证明 $\triangle GAB \cong \triangle FEA$ 得 $AG = EF$, 设 $\angle BCA = 2x$, $\angle CBD = 3x$, 求出 $\angle GBD = \angle BCA$, 进而可证结论成立.

【小问 1 详解】

$$\textcircled{1} \because \widehat{BC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BAC,$$

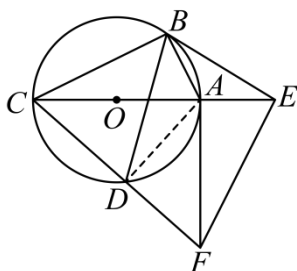
$$\because \angle BDC = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle AEF$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle EAF \text{ 中 } \begin{cases} \angle BAC = \angle AEF \\ AB = AE \\ \angle BCA = \angle AFE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EAF (\text{ASA})$$

② 连结 AD



$\because AC$ 为直径,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$$

$\because \triangle ABC \cong \triangle EAF (\text{ASA}),$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = 90^\circ$$

$$\therefore BA = AE = 2, \quad BC = AF = 4$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABC \text{ 中, } AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt} \triangle AFC \text{ 中, } CF = \sqrt{AC^2 + AF^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 4^2} = 6,$$

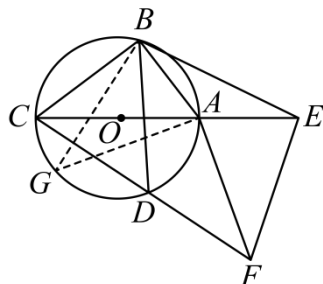
$$\because S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} AC \times AF = \frac{1}{2} AD \times CF,$$

$$\therefore AD = \frac{4 \times 2\sqrt{5}}{6} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - \left(\frac{4}{3}\sqrt{5}\right)^2} = \frac{10}{3}$$

【小问 2 详解】

取 $\triangle BCA$ 的中点 G , 连结 BG 、 AG



$$\because \widehat{AB} = \widehat{AB},$$

$$\therefore \angle G = \angle BCA,$$

$$\because \angle AFE = \angle BCA,$$

$$\therefore \angle G = \angle AFE$$

$$\because \widehat{BG} = \widehat{AG},$$

$$\therefore BG = AG,$$

$$\therefore \angle GAB = \angle GBA,$$

$$\because AF = EF,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FEA,$$

$$\therefore \angle GAB = \angle GBA = \angle FAE = \angle FEA$$

$$\text{在 } \triangle GAB \text{ 和 } \triangle FEA \text{ 中 } \begin{cases} \angle GBA = \angle FAE \\ AB = AE \\ \angle GAB = \angle FEA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GAB \cong \triangle FEA (\text{ASA}),$$

$$\therefore AG = EF$$

$$\because 2\angle CBD = 3\angle BCA,$$

$$\therefore \text{设 } \angle BCA = 2x, \angle CBD = 3x$$

$$\therefore \angle G = \angle BCA = 2x,$$

$$\therefore \angle GBA = \frac{180 - 2x}{2} = 90 - x$$

$$\therefore \angle CBG = \angle CBA - \angle GBA = 90 - (90 -) = x$$

$$\therefore \angle GBD = \angle CBD - \angle CBG = 3x - x = 2x ,$$

$$\therefore \angle GBD = \angle BCA$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{GD} ,$$

$$\therefore \widehat{AG} = \widehat{BD} ,$$

$$\therefore AG = BD ,$$

$$\therefore BD = EF .$$

【点睛】 本题考查了圆周角定理，全等三角形的判定与性质，勾股定理，等腰三角形的性质，弧弦圆心角的关系，正确作出辅助线是解答本题的关键.