

2024 学年第二学期学业质量调研

九年级数学

(满分 150 分, 完成时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 2 的相反数是 (▲)

- A. 2; B. $\frac{1}{2}$; C. -2; D. $-\frac{1}{2}$.

2. 下列运算正确的是 (▲)

- A. $2a + a = 3a^2$; B. $2a^2 \cdot a = 2a^3$; C. $6a^6 \div 2a^2 = 3a^3$; D. $(2a^2)^3 = 8a^5$.

3. 不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 (▲)

- A. $x > 1$; B. $x < 1$; C. $x > -2$; D. $x < -2$.

4. 如果一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的图像经过第一、三、四象限, 那么 k, b 应满足的条件是 (▲)

- A. $k > 0, b > 0$; B. $k < 0, b > 0$; C. $k > 0, b < 0$; D. $k < 0, b < 0$.

5. 学了概率的相关知识后, 某综合实践小组利用计算机模拟抛掷一枚图钉的试验, 研究落地后针尖朝上的概率, 记录的试验数据如下表:

累计抛掷次数	100	1000	2000	3000	4000	5000	6000
针尖朝上频率	0.500	0.610	0.600	0.594	0.625	0.614	0.618

随着试验次数的增大, 估计“针尖朝上”的概率接近于 (▲) (精确到 0.01)

- A. 0.50; B. 0.59; C. 0.62; D. 0.63.

6. 对于命题: ①周长相等的等腰三角形全等; ②周长相等的等边三角形全等;
③周长相等的直角三角形全等; ④周长相等的等腰直角三角形全等.

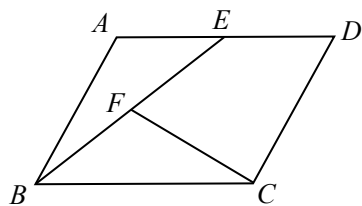
真命题的是 (▲)

- A. ①②; B. ③④; C. ①③; D. ②④.

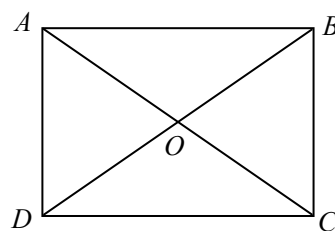
二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算: $3^{-1} = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
8. 分解因式: $a^2 - 9 = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
9. 计算: $\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-4} = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
10. 函数 $f(x) = \sqrt{2x-3}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
11. 已知正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$) 的函数值 y 随 x 的增大而增大, 且~~不经过~~点 $(1, 1)$, 那么这个正比例函数的解析式可以是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$. (只需写一个)
12. DeepSeek (深度求索) 是一家中国的人工智能公司, 专注于通用人工智能的研发, 尤其在搜索增强型语言模型领域表现突出。如: DeepSeek-V2 是其开发的一个强大的混合专家语言模型, 含 2360 亿个总参数, 可贵的是开发团队成员均来自本土, 没有任何海外归来人员。把数据 2360 亿用科学记数法表示应是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
13. 已知一个 50 个数据的样本, 把它分成 6 组, 第一组到第四组的频数分别是 8、6、11、7, 第五组的频率是 0.2, 那么第六组的频数是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
14. 正八边形中心角是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ 度.
15. 如果二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 的图像向左平移 1 个单位长度后关于 y 轴对称, 那么 $b = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$. (用含 a 的代数式表示)
16. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是 AD 边中点, 点 F 是线段 BE 中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{FC} = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$. (结果用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)
17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(1, m)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 图像上一点, 点 B 是 y 轴上一点, $AO = AB$, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 旋转 180° , 点 A 、 B 的对应点分别为 C 、 D . 当四边形 $ABCD$ 的面积等于 8 时, 点 C 的坐标是 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.
18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 6$, AC 与 BD 相交于点 O , 点 P 是在直线 AB 上方到 AB 距离等于 3 的一个动点, 当点 O 在以点 A 为圆心, AP 为半径长的圆上时, BP 的长为 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.



(第 16 题图)



(第 18 题图)

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $|\sqrt{3}-1| - \frac{2}{\sqrt{3}} - 8^{\frac{1}{3}} + (-1)^0$.

20. (本题满分 10 分)

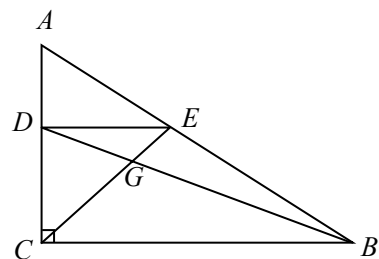
解方程: $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = 1$.

21. (本题满分 10 分, 第(1)小题满分 5 分, 第(2)小题满分 5 分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 8$. 点 D 在边 AC 上运动 (不与 A 、 C 重合), $DE \parallel BC$, 交 AB 与点 E , 设 $AD = x$, $\triangle BDE$ 的面积为 y .

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式, 及自变量 x 的取值范围;

(2) 设 BD 与 CE 相交于点 G , 当点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心时, 求 $\triangle BEG$ 的面积.



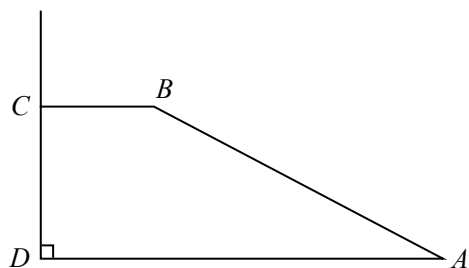
(第 21 题图)

22. (本题满分 10 分, 第(1)小题满分 5 分, 第(2)小题满分 5 分)

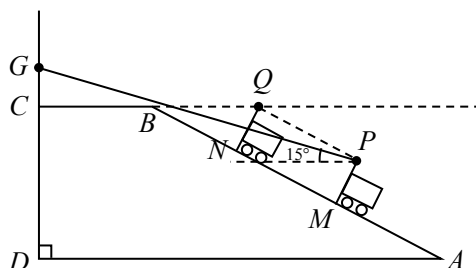
在有毒、缺氧或浓烟等危险环境开展侦查、搜救是消防救援的核心工作之一, 救援人员常面临人身安全威胁, 关键时刻需要可靠伙伴——消防机器狗, 它能深入室内高危区, 打通室内室外壁垒进行搜救, 搭载的远距通讯模块, 可实现远程操控与实时传图, 为救援决策提供可视化信息。



图 1 是被困人员所处的楼梯横断面示意图. 楼梯斜坡用 AB 表示, 转角平台用 BC 表示, 地面用 AD 表示. 已知 $BC \parallel AD$, $CD \perp AD$, 垂足为 D , $AB = 6$ 米, $BC = 2$ 米, $AD = (3\sqrt{3} + 2)$ 米.



(图 1)



(图 2)

- (1) 求斜坡 AB 的坡比;
- (2) 如图 2, 当机器狗爬到斜坡 AB 上点 M 处时, 探测仪 P 测得被困人员头顶 G 的仰角为 15° , 继续前行到点 N 处, 恰好能搜集到被困人员全身的影像, 此时探测仪在线段 CB 的延长线上, 记作点 Q . 图 2 示意图中所有点均处于同一平面, $PM = QN$, $PM \perp AB$, $QN \perp AB$, 垂足分别为 M 、 N , $GC = 0.52$ 米, $PG = 5$ 米, 求 MN 的长.
(参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.26$, $\cos 15^\circ \approx 0.97$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$)

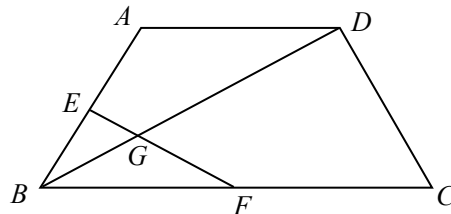
23. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 6 分, 第(2)小题满分 6 分)

如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, E 、 F 分别是 AB 、 BC 边的中点, BD 与 EF 相交于点 G .

(1) 求证: $BG = GF$;

(2) 联结 AG 、 AF , 当 $AG = GF$ 时,

求证: 四边形 $AFCD$ 是菱形.



(第 23 题图)

24. (本题满分 12 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)①小题满分 4 分, 第(2)②小题满分 4 分)

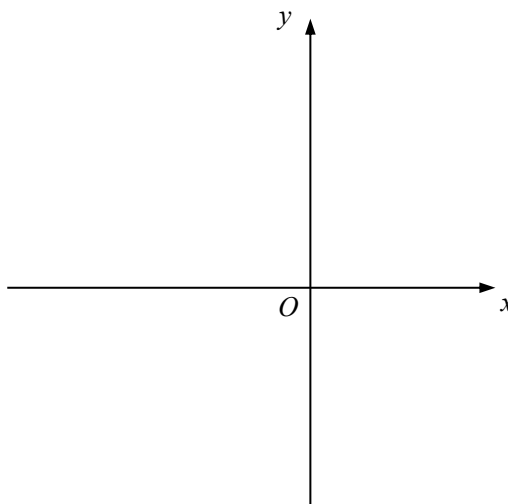
在平面直角坐标系 xOy 中, 如果一个点的横坐标与纵坐标互为倒数, 就称这个点为“倒数点”. 例如: $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 、 $\left(2025, \frac{1}{2025}\right)$ 都是“倒数点”. 如果直线 $l: y = -x - c$ ($c > 0$) 上有且只有一个“倒数点”, 记作点 P .

(1) 求直线 l 的解析式以及点 P 的坐标;

(2) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过直线 l 上的“倒数点”点 P 和点 $Q(1, 7)$, 顶点为 M .

① 求顶点 M 的坐标;

② 抛物线上是否存在点 N , 使得 $\triangle PMN$ 是以 PM 为直角边的直角三角形, 若存在, 求出点 N 的坐标.

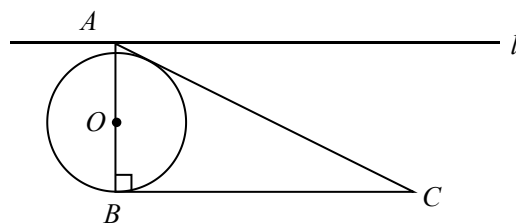


(第 24 题图)

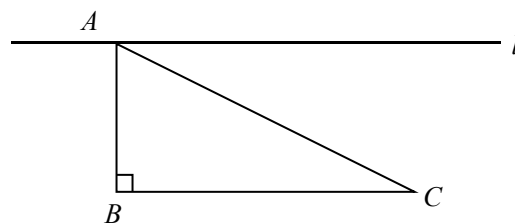
25. (本题满分 14 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)①小题满分 5 分, 第(2)②小题满分 5 分)

如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 2$, $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$, 过点 A 的直线 l 与边 BC 平行, 点 O 在射线 BA 上, $\odot O$ 是以 O 为圆心, OB 为半径的圆.

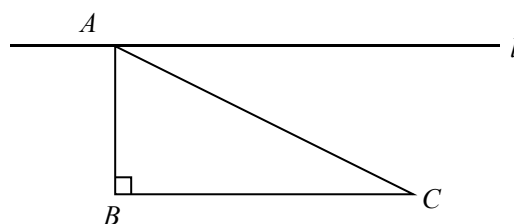
- (1) 当直线 AC 与 $\odot O$ 相切时, 求 OB 的长;
- (2) 当直线 l 与 $\odot O$ 相交时, 交点记为点 E, F , 且点 E 在点 F 的右边; 以 C 为圆心、 CE 为半径长作 $\odot C$, 与 $\odot O$ 的另一个交点记为 G .
 - ① 若四边形 $ABCE$ 是矩形, 求 OB 的长;
 - ② 若 $\triangle AEC$ 是以 AE 为腰的等腰三角形, 求 $\angle AEG$ 的正切值.



(第 25 题图)



(备用图 1)



(备用图 2)