

2024 学年第二学期模拟检测 初三数学试卷参考答案

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. B; 2. B; 3. C; 4. D; 5. A; 6. C.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $m(n+1)(n-1)$; 8. $\frac{4}{3}$; 9. $x \geq 2$ 且 $x \neq 5$; 10. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$;
11. $\frac{3}{8}$; 12. 两个不相等的实数根; 13. $y = -x - 1$ (答案不唯一); 14. 20;
15. $-2a + 2b$; 16. $\frac{3}{2}$; 17. $\frac{m}{\cot \alpha - \cot \beta}$ (答案不唯一); 18. $\frac{24}{5}$ 或 5.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (本题共 10 分)

解: 原式 $= 2 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} - 1 - 4 \dots\dots\dots (2+2+2+2 \text{ 分})$
 $= -6 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

20. (本题共 10 分)

解: $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} = 2$
 $(x-2)^2 - 3x^2 = 2x(x-2) \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$
 $x^2 - 1 = 0 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$
 $(x+1)(x-1) = 0 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$
解得: $x_1 = -1, x_2 = 1 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$
经检验, $x_1 = -1, x_2 = 1$ 是原方程的根. $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$
∴ 原方程的根是 $x_1 = -1, x_2 = 1$. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

21. (本题共 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

(1) 略. $\dots\dots\dots (1+1+1+1 \text{ 分})$

点 D 就是在线段 AB 上求作的点. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 垂足为 H

∵ 在 $Rt \triangle ACH$ 中, $AC = 4$, $\angle C = 60^\circ$

∴ $CH = 2$, $AH = 2\sqrt{3} \dots\dots\dots (1+1 \text{ 分})$

∵ DE 垂直平分 BC , $BC = 6$,

∴ $BE = CE = \frac{1}{2}BC = 3$

∴ $EH = 1 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

∵ 在 $Rt \triangle ABH$ 中, $AH = 2\sqrt{3}$, $BH = 4$

∴ $AB = 2\sqrt{7} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

∴ $AH \perp BC$, $DE \perp BC$

∴ $DE \parallel AH$,

$$\backslash \frac{AD}{AB} = \frac{EH}{BH}$$

$$\backslash AD = \frac{\sqrt{7}}{2} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

22. (本题共 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

(1) $100 \times 0.09 = 9 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

$$10 - 9 = 1$$

$$\backslash B(1, 0.3)、C(10, 0.3) \dots\dots\dots (1+1 \text{ 分})$$

分别代入 $y = ax^2 + 2x (a < 0)$ 、直线 $y = -0.4x + b$.

$$\text{得 } a = -1.7、b = 4.3 \dots\dots\dots (1+1 \text{ 分})$$

(2) $\because -\frac{b}{2a} = 0.4$

$$\backslash -\frac{2}{2a} = 0.4 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash a = -\frac{5}{2} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{得到抛物线 } y = -\frac{5}{2}x^2 + 2x$$

$$\backslash 0.3 = -\frac{5}{2}x^2 + 2x$$

$$\text{解得: } x_1 = 0.2, x_2 = 0.6 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash C(0.6 + 100t, 0.3) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

代入直线 $y = -0.4x + b$.

$$\text{得: } 0.3 = -0.4 \times (0.6 + 100t) + b \text{ 即 } t = \frac{b - 0.54}{40}$$

$$\because 0.08 \leq t \leq 0.1 \text{) 即 } 0.08 \leq \frac{b - 0.54}{40} \leq 0.1$$

$$\backslash 3.74 \leq b \leq 4.54 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

23. (本题共 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

(1) $\because AD \parallel BC$

$$\backslash \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \angle AED + \angle AEB = 180^\circ \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\angle AED = \angle ABC$$

$$\backslash \angle BAD = \angle AEB \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{又 } \because \angle ABE = \angle ABD$$

$$\backslash \triangle BAE \sim \triangle BDA \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash \frac{AB}{BD} = \frac{BE}{AB} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash AB^2 = BE \cdot BD \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$(2) \because AB^2 = BE \cdot BD, \quad BE = DF, \quad AB = CD$$

$$\backslash CD^2 = DF \cdot BD \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash \frac{CD}{DF} = \frac{BD}{CD}$$

$$\because \angle CDF = \angle CDB$$

$$\backslash \triangle DCF \sim \triangle DBC$$

$$\backslash \angle DCF = \angle DBC \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \text{在等腰梯形 } ABCD \text{ 中, } AD \parallel BC, \quad AB = CD,$$

$$\backslash AC = BD$$

$$\text{又 } \because AD = DA$$

$$\backslash \triangle ABD \cong \triangle DCA$$

$$\backslash \angle ABD = \angle DCA \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash \angle DBC = \angle ABD \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because AD \parallel BC$$

$$\backslash \angle DBC = \angle ADB \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash \angle ABD = \angle ADB$$

$$\backslash AB = AD \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

24. (本题共 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

$$(1) \because \text{点 } C(m, -1) \text{ 在直线 } y = -x + 2 \text{ 上}$$

$$\backslash C(3, -1) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \text{抛物线经过点 } C(3, -1)$$

$$\backslash -1 = 3^2 - 2k \cdot 3 + k^2 - 1 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash k = 3 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash \text{抛物线的表达式 } y = x^2 - 6x + 8 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$(2) \because \text{抛物线 } y = x^2 - 2kx + k^2 - 1 \text{ (} k \text{ 为常数)}$$

$$\backslash E(-1+k, 0), F(1+k, 0) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$D(k, -1) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash EF = 2 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash S_{\triangle EFD} = \frac{1}{2} EF \cdot h = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$(3) \because \text{抛物线的顶点 } D(k, -1) \text{ 恰好落在 } \angle CNO \text{ 的平分线上}$$

$$\backslash k = \frac{2}{5} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\setminus E\left(-\frac{3}{5}, 0\right), F\left(\frac{7}{5}, 0\right), D\left(\frac{2}{5}, -1\right), y = x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{21}{25}$$

$\therefore$ 四边形 $DEGF$ 为梯形

$$1^{\circ} DF \parallel EG$$

$$\setminus \begin{cases} y_{EG} = x + \frac{3}{5} \\ y = x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{21}{25} \end{cases} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\setminus G_1\left(\frac{12}{5}, 3\right), G_2\left(-\frac{3}{5}, 3\right) \text{ (不合题意舍去)} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$2^{\circ} DE \parallel FG$$

$$\setminus G_3\left(-\frac{8}{5}, 3\right), G_4\left(-\frac{3}{5}, 3\right) \text{ (不合题意舍去)} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

经检验, 点 G 的坐标为 $G_1\left(\frac{12}{5}, 3\right)$ 或 $G_3\left(-\frac{8}{5}, 3\right)$ 时四边形 $DEGF$ 为梯形.

综上所述, 点 G 的坐标为 $G_1\left(\frac{12}{5}, 3\right)$ 或 $G_3\left(-\frac{8}{5}, 3\right)$.

25. (本题共 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

(1) ① $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形, $GP \perp AC$

$$\setminus \angle ADC = 90^{\circ}, \angle AFE = 90^{\circ} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$\setminus$ 在 $Rt \triangle ADE$ 和 $Rt \triangle AFE$ 中

$$\therefore AD = AF, AE = AE$$

$$\setminus Rt \triangle ADE \cong Rt \triangle AFE \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\setminus \angle DAE = \angle FAE \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

在圆 A 中, $\angle DAE = \angle FAE$

$$\setminus DM = MF \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

② $\therefore GB : CG = 1 : 10$

$$\setminus \text{设 } GB = k, CG = 10k \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{那么 } BC = 9k$$

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的对边相等

$$\setminus CB = AD = AF = 9k$$

$$\text{先证 } \triangle CFG \sim \triangle CBA \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\setminus \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CA} \setminus \frac{CF}{9k} = \frac{10k}{CF + 9k}$$

$$\backslash CF = 6k \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

在 $Rt \triangle ACB$ 中

$$\backslash AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\backslash AB = 12k \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\backslash AB : AD = 12k : 9k = \frac{4}{3} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(2) 若 $\triangle PAG$ 为等腰三角形

当 $AP = AG$ 时,

可证 $\triangle GAC$ 为等边三角形

$$\backslash \angle ACD = 30^\circ$$

$$\backslash \tan^2 \angle ACD = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (1+1 \text{ 分})$$

当 $PA = PG$ 时,

可证四边形 $ABCD$ 为正方形

$$\backslash \angle ACD = 45^\circ$$

$$\backslash \tan^2 \angle ACD = (1)^2 = 1 \dots\dots\dots (1+1 \text{ 分})$$

当 $GA = GP$ 时,

设 $AB = x$, $AD = y$

可证 $\angle BAG = \angle DAC$

$$\backslash \tan \angle BAG = \tan \angle DAC$$

$$\backslash \frac{BG}{AB} = \frac{CD}{AD} \text{ 得到 } BG = \frac{x^2}{y}$$

在 $Rt \triangle ACB$ 中 $\backslash AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$\backslash x^2 + y^2 = \left(\frac{2x^2}{y} \right)^2 \text{ 整理得: } y^4 + x^2 y^2 - 4x^4 = 0$$

$$\backslash y^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} x^2$$

$$\backslash \tan^2 \angle ACD = \left(\frac{AD}{DC} \right)^2 = \left(\frac{y}{x} \right)^2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

综上所述, $\tan^2 \angle ACD$ 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 1 或 $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$