

虹口区 2023 学年度初三年级第二次学生学习能力诊断练习

数学 练习卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2024.4

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

[下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. 下列各数中, 无理数是

- A. $\frac{2}{11}$; B. 3.14159; C. $\sqrt{6}$; D. 1.2.

2. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数根, 那么实数 m 的取值范围是

- A. $m > 1$; B. $m < 1$; C. $m \geq 1$; D. $m \leq 1$.

3. 已知二次函数 $y = -(x-4)^2$, 如果函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 那么 x 的取值范围是

- A. $x \geq 4$; B. $x \leq 4$; C. $x \geq -4$; D. $x \leq -4$.

4. 下列事件中, 必然事件是

- A. 随机购买一张电影票, 座位号恰好是偶数;
B. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 落地后反面朝上;
C. 在只装有 2 个黄球和 3 个白球的盒子中, 摸出一个球是红球;
D. 在平面内画一个三角形, 该三角形的内角和等于 180° .

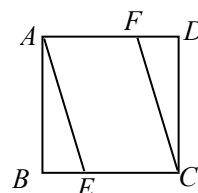


图 1

5. 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 和 AD 上, $BE=2$, $AF=6$, 如果 $AE \parallel CF$, 那么 $\triangle ABE$ 的面积为

- A. 6; B. 8; C. 10; D. 12.

6. 在 $\square ABCD$ 中, $BC=5$, $S_{\square ABCD}=20$. 如果以顶点 C 为圆心, BC 为半径作 $\odot C$, 那么 $\odot C$ 与边 AD 所在直线的公共点的个数是

- A. 3 个; B. 2 个; C. 1 个; D. 0 个.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 计算: $\sqrt[3]{-8} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

8. 分解因式: $a^2 - 9b^2 = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

9. 不等式 $5x+2 \leq 3(2+x)$ 的解集是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

10. 函数 $y = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

11. 将抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ 先向右平移 3 个单位, 再向下平移 4 个单位后, 所得到的新抛物线的表达式为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

12. 在一个不透明袋子中, 装有 2 个红球和一些白球, 这些球除颜色外其他都一样. 如果从袋中随机摸出一个球是红球的概率为 0.25, 那么白球的个数是 ▲.
13. 某校为了解该校 1200 名学生参加家务劳动的情况, 随机抽取 40 名学生, 调查了他们的周家务劳动时间并制作成频数分布直方图 (图 2), 那么估计该校周家务劳动时间不少于 2 小时的学生大约有 ▲ 名.

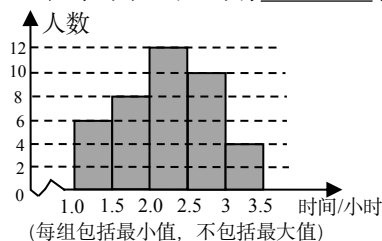


图 2

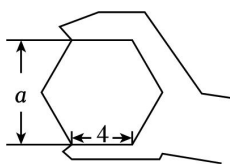


图 3

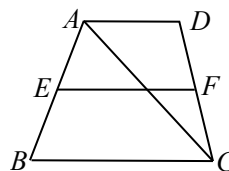


图 4

14. 一根蜡烛长 30 厘米, 点燃后匀速燃烧, 经过 50 分钟其长度恰为原长的一半. 在燃烧的过程中, 如果设蜡烛的长为 y (厘米), 燃烧的时间为 t (分钟), 那么 y 关于 t 的函数解析式为 ▲ (不写定义域).
15. 如图 3, 已知正六边形螺帽的边长是 4cm, 那么与该螺帽匹配的扳手的开口 a 为 ▲ cm.
16. 如图 4, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC=2AD$, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点, 联结 AC , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF} =$ ▲.
17. 如图 5, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=7$, $BC=8$, $\sin B = \frac{4}{5}$. 点 P 在边 AB 上, $AP=2$, 以点 P 为圆心, AP 为半径作 $\odot P$. 点 Q 在边 BC 上, 以点 Q 为圆心, CQ 为半径作 $\odot Q$. 如果 $\odot P$ 和 $\odot Q$ 外切, 那么 CQ 的长为 ▲.

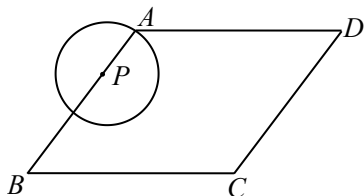


图 5

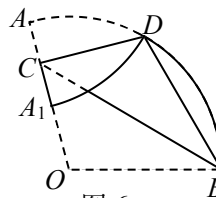


图 6

18. 如图 6, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB=105^\circ$, $OA=8$, 点 C 在半径 OA 上, 将 $\triangle BOC$ 沿着 BC 翻折, 点 O 的对称点 D 恰好落在弧 AB 上, 再将弧 AD 沿着 CD 翻折至弧 A_1D (点 A_1 是点 A 的对称点), 那么 OA_1 的长为 ▲.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

先化简, 再求值: $\frac{m^2-2m+1}{m^2+3m} \div (1-\frac{4}{m+3})$, 其中 $m=\sqrt{2}$.

20. (本题满分 10 分)

解方程组:
$$\begin{cases} 2x-y=6, & \text{①} \\ x^2-xy-2y^2=0. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图 7, 一次函数图像与反比例函数图像相交于点 $A(m, 2)$ 和点 $B(2, -4)$, 与 y 轴交于点 C . 点 $D(-1, n)$ 在反比例函数图像上, 过点 D 作 x 轴的垂线交一次函数图像于点 E .

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) 求 $\triangle CDE$ 的面积.

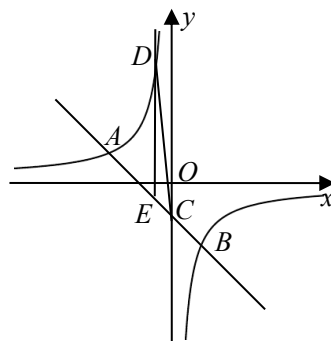


图 7

22. (本题满分 10 分)

根据以下素材, 完成探索任务.

探究斜坡上两车之间距离		
素材 1	图 8①是某高架入口的横断面示意图. 高架路面用 BM 表示, 地面用 AN 表示, 斜坡用 AB 表示. 已知 $BM \parallel AN$, 高架路面 BM 离地面的距离 BH 为 25 米, 斜坡 AB 长为 65 米.	图 8①
素材 2	如图 8②, 矩形 $ECKG$ 为一辆大巴车的侧面示意图, CK 长为 10 米, EC 长为 3.5 米. 如图 8③, 该大巴车遇堵车后停在素材 1 中的斜坡上, 矩形 $ECKG$ 的顶点 K 与点 B 重合, 点 B 与指示路牌底端 P 点之间的距离 BP 为 6.5 米, 且 $BP \perp BM$. 小张驾驶一辆小轿车跟随大巴车行驶, 小张的眼睛到斜坡的距离 FD 为 1 米.	图 8② 图 8③
问题解决	任务一	如图 8①, 求斜坡 AB 的坡比.
	任务二	如图 8③, 当小张正好可以看到整个指示路牌 (即 P, E, F 在同一条直线上) 时, 试求小张距大巴车尾 EC 的距离 CD .

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图 9, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 延长 CB 至点 D , 使得 $DB=CB$, 过点 A, D 分别作 $AE \parallel BC$, $DE \parallel BA$, AE 与 DE 相交于点 E , 联结 BE .

- (1) 求证: $BE \perp CD$;
- (2) 联结 AD 交 BE 于点 F , 联结 CE 交 AD 于点 G .

如果 $\angle FBA = \angle ADB$, 求证: $AG = \frac{\sqrt{2}}{3} AB$.

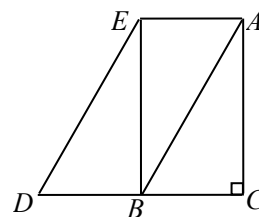


图 9

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

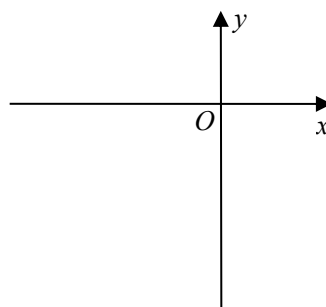
新定义: 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 $abc \neq 0$), 我们把抛物线 $y = cx^2 + ax + b$ 称为 $y = ax^2 + bx + c$ 的“轮换抛物线”. 例如: 抛物线 $y = 2x^2 + 3x + 1$ 的“轮换抛物线”为 $y = x^2 + 2x + 3$.

已知抛物线 $C_1: y = 4mx^2 + (4m - 5)x + m$ 的“轮换抛物线”为 C_2 , 抛物线 C_1 、 C_2 与 y 轴分别交于点 E 、 F , 点 E 在点 F 的上方, 抛物线 C_2 的顶点为 P .

(1) 如果点 E 的坐标为 $(0, 1)$, 求抛物线 C_2 的表达式;

(2) 设抛物线 C_2 的对称轴与直线 $y = 3x + 8$ 相交于点 Q , 如果四边形 $PQEF$ 为平行四边形, 求点 E 的坐标;

(3) 已知点 $M(-4, n)$ 在抛物线 C_2 上, 点 N 坐标为 $(-2, -7\frac{1}{2})$, 当 $\triangle PMN \sim \triangle PEF$ 时, 求 m 的值.



备用图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) ①小题 5 分, 第 (2) ②小题 5 分)

在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在射线 DA 上, 点 F 在射线 AB 上, 联结 CE 、 DF 相交于点 P , $\angle EPF = \angle ABC$.

(1) 如图 10①, 如果 $AB = CD$, 点 E 、 F 分别在边 AD 、 AB 上. 求证: $\frac{AF}{DE} = \frac{DF}{CE}$;

(2) 如图 10②, 如果 $AD \perp CD$, $AB = 5$, $BC = 10$, $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$. 在射线 DA 的下方, 以 DE 为直径作半圆 O , 半圆 O 与 CE 的另一个交点为点 G . 设 DF 与弧 EG 的交点为 Q .

①当 $DE = 6$ 时, 求 EG 和 AF 的长;

②当点 Q 为弧 EG 的中点时, 求 AF 的长.

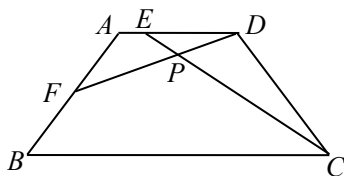


图 10①

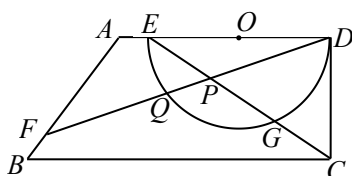


图 10②

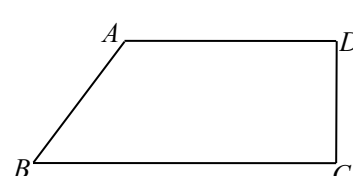


图 10②备用图