

2024 学年度第二学期九年级自适应练习 (2025.4)

数学试卷

考生注意:

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 3 的倒数是

- (A) 3; (B) -3; (C) $\frac{1}{3}$; (D) $-\frac{1}{3}$.

2. 下列各式计算结果等于 a^2b 的是

- (A) $a \cdot ab$; (B) $a^3 \div ab$; (C) $a^2b - 2a^2b$; (D) $2a^2b - ab^2$.

3. 某班有男生 20 人, 女生 18 人. 在一次测验中, 男生的平均分为 a 分, 女生的平均分为 b 分, 那么这个班级全体学生这次测验的平均分为

- (A) $\frac{a+b}{2}$ 分; (B) $\frac{a+b}{38}$ 分; (C) $\frac{20a+18b}{2}$ 分; (D) $\frac{20a+18b}{38}$ 分.

4. 2025 年“体重管理年”正式启动, 其中所涉及的体质指数“BMI”是衡量人体胖瘦程度的标

准, 其计算公式为 $BMI = \frac{m}{h^2}$ (m 表示体重, 单位: 公斤; h 表示身高, 单位: 米), 成年人 BMI

数值标准见下表:

BMI 范围	$BMI < 16$	$16 \leq BMI < 18.5$	$18.5 \leq BMI < 24$	$24 \leq BMI < 28$	$BMI \geq 28$
胖瘦程度	瘦弱	偏瘦	正常	偏胖	肥胖

已知某位成年人身高为 1.6 米, 以下说法正确的是

- (A) BMI 数值随着体重 m 的值的增加而减少;
(B) BMI 数值与体重 m 的值之间成正比例关系;
(C) BMI 数值与体重 m 的值之间的函数图像为双曲线位于第一象限的一支;
(D) 如果这位成年人的体重为 64 公斤, 他的胖瘦程度属于正常.

5. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$, $\odot O_1$ 的半径长为 3, $O_1O_2 = 5$. 如果 $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 相交, 那么 $\odot O_2$ 的半径长

可以是

- (A) 10; (B) 8; (C) 7; (D) 2.

6. 有若干个全等三角形, 如果这些全等三角形恰好能拼成一个正多边形, 且这个正多边形不是中心对称图形, 那么下列三角形中, 符合条件的是

- (A) 顶角是 48° 的等腰三角形; (B) 顶角是 45° 的等腰三角形;
(C) 有一个锐角是 24° 的直角三角形; (D) 有一个锐角是 54° 的直角三角形.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $9^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

8. 函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

9. 方程 $\sqrt{3-2x} = x$ 的解是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

10. 关于 x 的一元二次方程 $(x-1)^2 = a$ 有两个相等的实数根, 那么 a 的值等于 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

11. 苏州河是上海的“母亲河”, 普陀段的岸线约有 21000 米, 正好相当于半程马拉松的长度, 被誉为“半马苏河”. 数据 21000 用科学记数法可表示为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

12. 在不透明的布袋中装有 3 个红球, 4 个白球, 这些球只是颜色不同. 如果布袋中再放进 2 个同样规格的红球, 那么此时从布袋中, 任意摸出一个球恰好为红球的概率是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

13. 如图 1, 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 DC 上, $DE = 2EC$, 联结 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F , 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. 如果向量 $\overrightarrow{EF}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示, 那么 $\overrightarrow{EF} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

14. 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点, 过点 D 作 $DE \perp DC$ 交边 BC 于点 E , 如果 $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 3$, 那么 $DE = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

15. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 10$, E 、 F 分别是边 AB 、 DC 的中点, 点 G 、 H 在对角线 AC 上 (如图 3). 如果四边形 $EGFH$ 是矩形, 那么 AG 的长等于 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

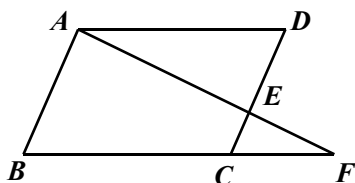


图 1

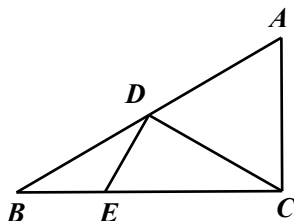


图 2

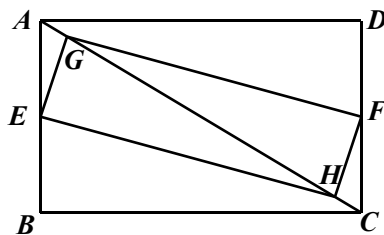


图 3

16. 常见的运动健身方式有三种: 有氧运动、力量训练和拉伸运动. 某社区为了解本社区居民的健身情况, 对居民进行了随机抽样调查, 得到了一个样本, 制成了样本统计图: 图 4-1 是三种运

动健身方式占比的扇形图（每人只能选一种健身方式）；图 4-2 是选择有氧运动的居民，对有氧运动有关项目选择的条形图（每人只能选一种项目）.如果该社区居民约有 8000 人，那么根据抽样调查结果，估计该社区最喜欢快走的居民大约有 ▲ 人.

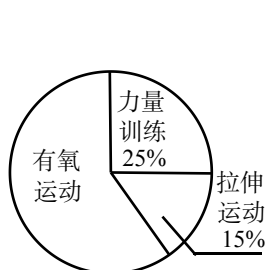


图 4-1

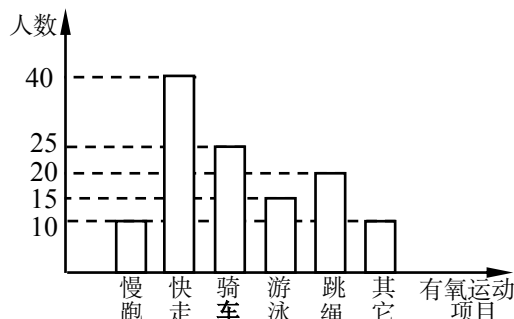


图 4-2

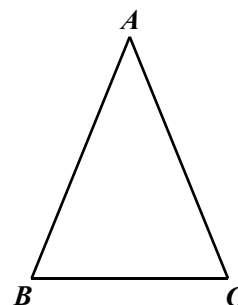


图 5

17. 已知抛物线 $y = -(x+m)^2 + k$ 的顶点为 P ， A 、 B 、 C 、 D 是抛物线上的四点，且线段 AB 、 CD 都垂直于抛物线的对称轴. 如果 $AB = 2$ ， $CD = 3$ ，那么 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PCD}$ 的值等于 ▲ .
18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $BC = 6$ （如图 5）. 点 D 在边 BC 上， $DE \perp AB$ ， E 为垂足，将 $\triangle BDE$ 绕点 D 按顺时针方向旋转后得到 $\triangle B'DE'$ ，点 B 、 E 分别与点 B' 、 E' 对应， $\angle B'DB = \angle B$. 射线 $B'E'$ 与边 AC 交于点 P ，如果 $B'E' = 3PE'$ ，那么 BD 的长是 ▲ .

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

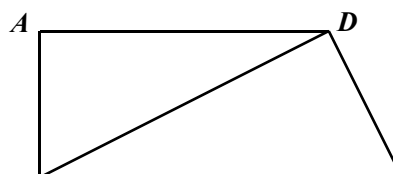
先化简，再求值： $\frac{4a}{a^2+a} - \frac{a-1}{a^2-1}$ ，其中 $a = \sqrt{3}$.

20. （本题满分 10 分）

解不等式组：
$$\begin{cases} 2+3(x-1) < 4x, \\ \frac{2x-1}{2} + 1 > \frac{2x}{3}. \end{cases}$$

21. （本题满分 10 分）

如图 6，在四边形 $ABCD$ 中， $BD \perp DC$ ， $AB = 2$ ， $AD = 4$ ， $DC = \sqrt{5}$ ， $\cot \angle CBD = 2$.



- (1) 求 $\tan \angle ADB$ 的值;
- (2) 联结 AC 交 BD 于点 O , 求 BO 的长.

22. (本题满分 10 分)

【问题背景】

我们学过用尺规作图平分一条线段, 小普同学想借助所学过的函数知识平分线段.

在如图 7-1 中, 已知线段 MN , 为了平分线段 MN , 小普同学进行了如下的操作:

- ① 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像;
- ② 在 x 轴的正半轴上截取 $OA = MN$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴交函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像于点 D ;
- ③ 以点 M 为圆心, AD 长为半径作弧, 交 MN 于点 P .

所以点 P 平分线段 MN .

【解决问题】

(1) 根据小普同学的做法, 如果要将线段 MN 三等分, 那么可以借助函数 ▲ 的图像在图 7-1 中的线段 AD 上, 找到点 C , 使 $AC = \frac{1}{3}MN$, 于是可作出线段 MN 上的一个三等分点. (填函数解析式)

(2) 平面内的点可以用有序实数对来表示. 在图 7-2 中, 点 B 在 x 轴的正半轴上, $OB = b$. 运用我们学过的函数知识, 在图 7-2 中作出坐标为 $(\frac{4}{b}, \frac{2}{b})$ 的点 Q , 写出画图步骤. (保留作图痕迹)

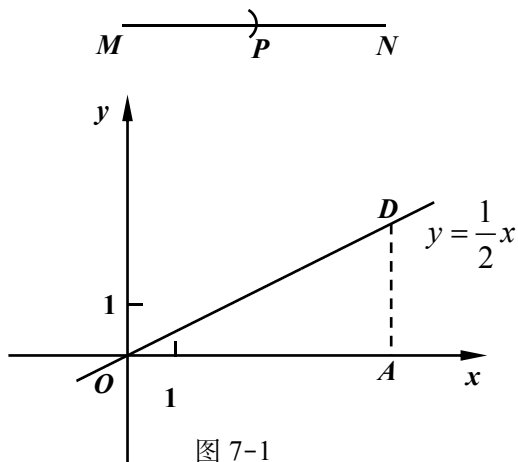


图 7-1

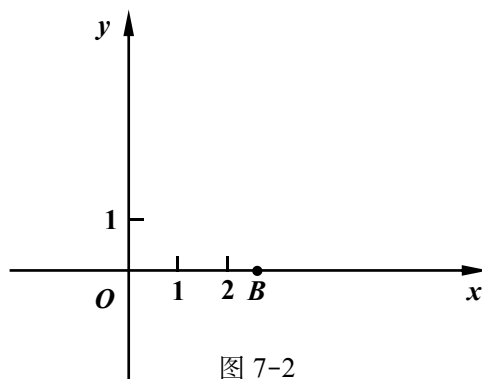


图 7-2

23. (本题满分 12 分)

已知: 如图 8, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $DE \perp BC$ 交 BC 的延长

线于点 E ， $BO \cdot BD = BC \cdot BE$ 。

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 为菱形；

(2) 联结 AE 交 DC 于点 F ，如果 $AE \perp CD$ ，求证： $\frac{CF}{DE} = \frac{OC}{BO}$ 。

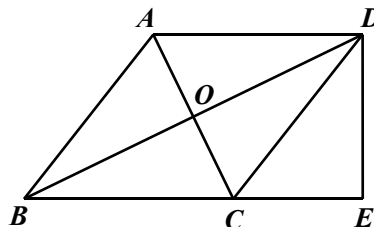


图 8

24. (本题满分 12 分)

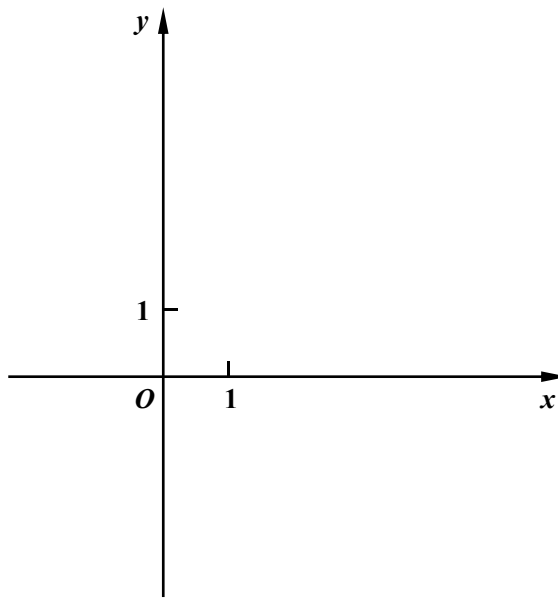
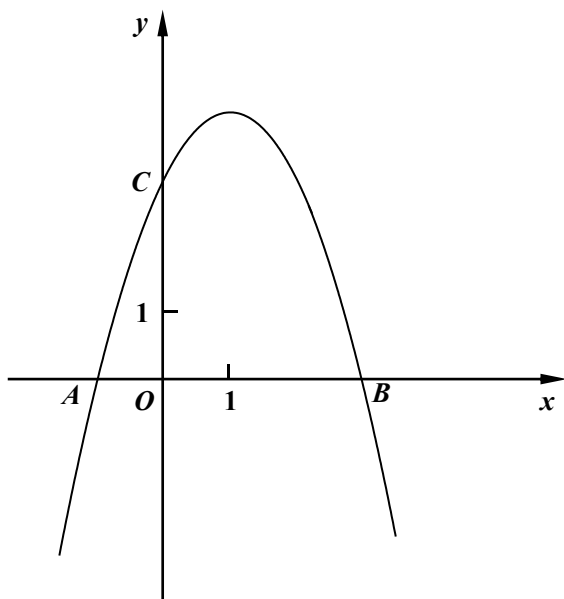
在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的开口向下，与 x 轴交于点 A 和 $B(3,0)$ ，与 y 轴交于点 C 。直线 $x = m$ ($0 < m < 3$) 交抛物线于点 P 。

(1) 如图 9，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$ 。

①求此时抛物线的表达式；

②如果 $\angle CPB = 90^\circ$ ，求点 P 的横坐标；

(2) 如果点 P 关于直线 BC 的对称点恰好是 $\triangle AOC$ 的重心 G ，求 a 的值。



备用图

25. (本题满分 14 分)

如图 10，分别以等边三角形 ABC 的每个顶点为圆心，以等边三角形的边长 a 为半径，以另两

个顶点为端点画圆弧，由首尾相连的三段圆弧可组成一个曲线图形，这个曲线图形叫做莱洛三角形 ABC .

(1) 下面结论中，正确的是_____ . (写出所有正确结论的序号)

- ①莱洛三角形 ABC 是轴对称图形；
- ②莱洛三角形 ABC 上的任意一点到等边三角形 ABC 的中心的距离相等；
- ③莱洛三角形 ABC 的每段圆弧所对的圆心角都为 60° ；
- ④莱洛三角形 ABC 的面积等于 $\frac{1}{2}\pi a^2$.

(2) 如果 D 、 E 是莱洛三角形 ABC 上的两点，联结 AD 、 DE ，满足 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$ ，求此时 $\angle ADE$ 的正切值；

(3) 已知 M 、 N 分别是 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 上的两个动点：点 M 沿 $\widehat{AB}$ 从点 A 运动到点 B ，点 N 沿 $\widehat{CA}$ 从点 C 运动到点 A ，它们同时出发且速度相同，联结 MN . 试表述线段 MN 的中点 F 的轨迹.

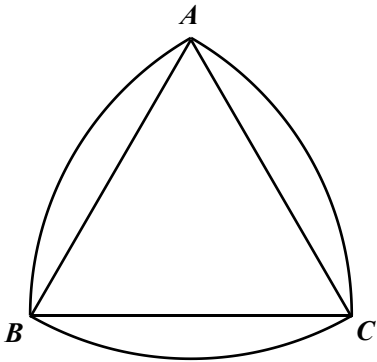
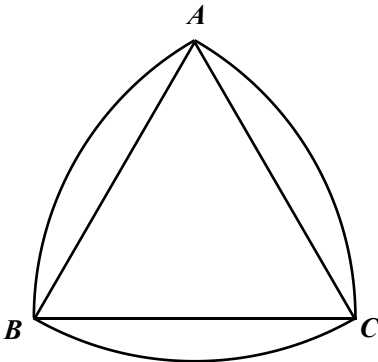
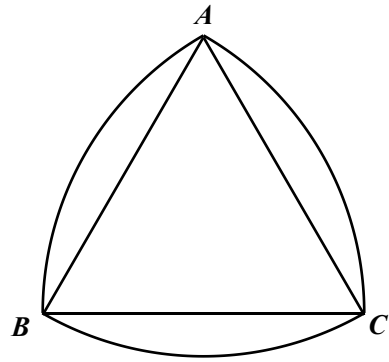


图 10



备用图



备用图