

2024 学年度第一学期初三期末质量调研参考答案

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. A; 2. A; 3. D; 4. B; 5. C; 6. D.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. $\frac{3}{7}$; 8. 9; 9. $a < 3$; 10. $4:9$; 11. 12; 12. 6; 13. $>$;

14. $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$; 15. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$; 16. $6\sqrt{6} + 18\sqrt{2}$; 17. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; 18. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 共 78 分)

19. 解: 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ (8 分)
 $= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (2 分)

20. 解: (1) 将点 $A(0, 3)$ 、点 $B(4, 3)$ 、点 $C(1, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

$$\begin{cases} c = 3, \\ 3 = 16a + 4b + c, \\ 0 = a + b + c \end{cases}$$

解得 $a = 1, b = -4, c = 3$ (4 分)

$\therefore$ 抛物线的表达式是: $y = x^2 - 4x + 3$ (2 分)

(2) 向左平移 4 个单位, 再向上平移 3 个单位 (4 分)

21. 解: (1) $\because$ 梯形 $ABCD, AD \parallel BC, \angle BCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\because AC = 2\sqrt{10}, \sin \angle ACD = \frac{3\sqrt{10}}{10}$,
 $\therefore CD = 6$ (2 分)

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\because BC = 8, CD = 6$,
由勾股定理得: $BD = 10$ (2 分)

(2) 由 (1) 可得: $AD = 2, \cos \angle DBC = \frac{4}{5}$ (2 分)

过点 A 作 $AE \perp BD$, 垂足为点 E .

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $\angle AED = 90^\circ, AD = 2, \cos \angle ADB = \cos \angle BDC = \frac{4}{5}$,
 $\therefore AE = \frac{6}{5}, DE = \frac{8}{5}$ (2 分)

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\angle AEB = 90^\circ, AE = \frac{6}{5}, BE = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5}$,

$\therefore \tan \angle ABD = \frac{1}{7}$ (1 分)

22. 解: (1)由题意, $\angle BHC=60^\circ$, 设 CH 为 x , 则 BC 为 $\sqrt{3}x$.
 $\because$ 点 H 恰好是屏幕 AB 的最佳视野点,
 $\therefore CH^2 = CA \cdot CB$,
 $\therefore x^2 = \sqrt{3}x \cdot 5$, (2 分)
 解得: $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 5\sqrt{3}$, (1 分)
 $\therefore BC$ 的长是 15 米, (1 分)
 $\therefore AB$ 的长是 10 米. (1 分)
 (2)不同意.
 作 AB 的垂直平分线交 AB 于 K , 交 EF 于点 G , 分别延长 FE 与 BC 交于点 L .
 由题意, 可得: $\angle KGL = \angle CEL$, $AK=5$.
 $\therefore$ 自动扶梯 EF 的坡度是 1 : 2, $CE=10$,
 $\therefore CL=5$, (2 分)
 $\therefore KL=15$, $AL=10$, $BL=20$.
 又 $\angle KGL = \angle CEL$, $\therefore LG = 15\sqrt{5}$, (1 分)
 $\therefore LG^2 = (15\sqrt{5})^2 = 1125$, $LA \cdot LB = 10 \times 20 = 200$,
 $\therefore LG^2 \neq LA \cdot LB$, (1 分)
 $\therefore$ 点 G 不是自动扶梯 EF 上的最佳视野点. (1 分)
 (其它方法酌情给分)
23. 证明: (1) $\because AD \cdot BC = BE \cdot CD$,
 $\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{CD}{BC}$.
 在 $Rt\triangle ADC$ 与 $Rt\triangle BEC$ 中, $\angle E = \angle A = 90^\circ$, $\frac{AD}{BE} = \frac{CD}{BC}$ (1 分)
 $\therefore \triangle ADC \sim \triangle BEC$ (1 分)
 $\therefore \angle ACD = \angle BCE$, $\angle ADC = \angle EBC$, 又 $\angle ADC = \angle EDB$,
 $\therefore \angle EDB = \angle EBC$ (2 分)
 在 $\triangle EBD$ 与 $\triangle ECB$ 中, $\angle EDB = \angle EBC$, $\angle E$ 是公共角,
 $\therefore \triangle EBD \sim \triangle ECB$, (1 分)
 $\therefore \frac{ED}{BE} = \frac{BE}{EC}$, 即 $BE^2 = ED \cdot EC$ (1 分)
- (2) 延长 CA 、 BE 交于点 H .
 $\because \angle ACD = \angle BCE$, $\angle BEC = 90^\circ$, 由三角形内角和可得
 $\angle EBC = \angle H$, (1 分)
 $\therefore BC = CH$ (1 分)
 又 $\angle ACD = \angle BCE$, $\therefore BH = 2BE = 2EH$ (1 分)
 在 $Rt\triangle ABH$ 与 $Rt\triangle BEC$ 中, $\angle BEC = \angle BAH = 90^\circ$, $\angle EBC = \angle H$,
 $\therefore Rt\triangle ABH \sim Rt\triangle BEC$ (2 分)
 $\therefore \frac{AB}{CE} = \frac{BH}{BC}$, 即 $AB \cdot BC = 2BE \cdot CE$ (1 分)

24. 解: (1) 对称轴是直线 $x=-3$. (2 分)

$\because$ 点 A 与点 B 关于对称轴对称, 点 $A(-1, 0)$ $\therefore$ 点 B 的坐标为: $(-5, 0)$. (2 分)

(2) 由题意, 可知 $n=5m$, 点 E 坐标为 $(-3, 0)$, 顶点 D 的坐标为: $(-3, -4m)$

设 DE 的中点为 F , 则点 F 的坐标 $(-3, -2m)$. (1 分)

设点 P 的坐标为 $[a, m(a^2 + 6a + 5)]$. 作 $PG \perp x$ 轴, 垂足为点 G .

$\because PG \perp x$ 轴, $DE \perp x$ 轴, $\therefore PG \parallel DE$, $\therefore BE: BG = EF: PG$,

$$\therefore \frac{2}{a+5} = \frac{-2m}{m(a^2 + 6a + 5)}, \quad (1 \text{ 分})$$

解得 $a=-2$ 或 $a=-5$ (舍去) (1 分)

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(-2, -3m)$ (1 分)

(3) 延长 DP 交 x 轴于点 H . $\because$ 点 $D(-3, -4m)$, 点 P 坐标为 $(-2, -3m)$.

$\therefore$ 直线 PD 的函数解析式为: $y=mx-m$.

$\therefore$ 点 H 的坐标为 $(1, 0)$. (1 分)

又 $\because \angle DPB = \angle PAB$, $\therefore \angle BPH = \angle HAP$.

在 $\triangle BPH$ 与 $\triangle HAP$ 中, $\angle BPH = \angle HAP$, $\angle H$ 是公共角,

$\therefore \triangle BPH \sim \triangle HAP$. (1 分)

$\therefore PH^2 = AH \cdot BH$, 又 $AH=2$, $BH=6$,

$\therefore PH = 2\sqrt{3}$. (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle PGH$ 中, $PH = 2\sqrt{3}$, $GP = -3m$, $GH=3$,

$$\text{解得: } m = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (舍去) 或 } m = -\frac{\sqrt{3}}{3}. \quad (1 \text{ 分})$$

(其它方法酌情给分)

25.(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $\sin C = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$$\therefore AC = 6\sqrt{5}$$

$$\therefore BC = 12, \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{又 } CD = 3BD, \therefore BD = 3 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB=6, BD=3, \therefore AD = 3\sqrt{5}. \quad (1 \text{ 分})$$

(2) $\because CD = 3BD$, $\therefore$ 设 BD 为 a , 则 CD 为 $3a$.

过点 A 作 $AG \parallel BC$, 交 DE 延长线于点 G .

$$\because CD^2 = CE \cdot CA, \therefore \frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CA}, \because \angle C = \angle C, \therefore \triangle CDE \sim \triangle CAD.$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DEC.$$

$$\because \angle ADC + \angle ADB = 180^\circ, \angle DEC + \angle AED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AED, \because \angle ADB = \angle ADE, \text{ 即 } \angle ADE = \angle AED,$$

$$\therefore AD = AE, \quad (1 \text{ 分})$$

过点 A 作 $AH \perp DE$, 则可得 $DH = EH$,

$$\text{又 } \angle ADB = \angle ADH, \therefore AB = AH, \text{ 得 } BD = DH, \therefore DE = 2a. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\because AG \parallel BC, \therefore \frac{AG}{CD} = \frac{GE}{DE}, \angle ADB = \angle GAD.$$

$$\therefore \angle GAD = \angle GDA, \therefore GA = GD.$$

设 AG 为 b , 则 $GD = b$, $GE = b - 2a$,

$$\therefore \frac{b}{3a} = \frac{b-2a}{2a},$$

整理得: $b = 6a$ (1 分)

$\therefore GH = 5a$, 在 $\text{Rt}\triangle AGH$ 中, $GH = 5a$, $AG = 6a$,

$$\therefore AH = \sqrt{11}a, \text{ 即 } AB = \sqrt{11}a \text{ (1 分)}$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{11}a}{4a} = \frac{\sqrt{11}}{4} \text{ (1 分)}$$

(其它方法酌情给分)

$$(3) \because \angle ADB = \angle ADE, \angle ADB + \angle BAD = 90^\circ, \angle ADB + \angle ADE + \angle EDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 2\angle BAD.$$

过点 A 作 $AP \parallel CD$ 交 DE 延长线于点 P .

$$\text{当 } DE = DC \text{ 时, } \angle DEC = \frac{180^\circ - \angle EDC}{2} = \angle ADE, \text{ 但 } CE \text{ 不平行 } AD, \text{ 舍去 (1 分)}$$

$$\text{当 } ED = EC \text{ 时, 过点 } E \text{ 作 } EM \perp BC, \text{ 垂足为 } M. \therefore DM = CM = \frac{3}{2}a.$$

$$\text{又 } \angle B = \angle EMC = 90^\circ, \therefore EM \parallel AB, \therefore CE:AE = CM:BM = 3:5.$$

$$\because AP \parallel CD, \therefore \frac{AP}{CD} = \frac{AE}{EC} = \frac{PE}{ED} = \frac{5}{3}, \therefore AP = \frac{5}{3}CD = 3:5 = 5a,$$

$$\text{又 } EC = ED, \therefore AE = PE, \text{ 得 } AC = PD,$$

$$\text{由 (2) 问可知, 此时 } AP = PD, \therefore AC = 5a \text{ (1 分)}$$

$$\therefore \cos C = \frac{4}{5} \text{ (1 分)}$$

当 $CE = CD = 3a$ 时, 同理可得, $AP = PD = AE$. 设 $AP = PD = AE = b$.

延长 DB 至点 O , 使得 $DO = DP$.

易证 $\triangle AOD \cong \triangle ADP$, $PE = 2OB$,

$$\therefore OB = b - a, PE = 2b - 2a, \text{ (1 分)}$$

$$\text{又 } PD = b, \therefore DE = 2a - b,$$

$$\because AP \parallel BC, \therefore \frac{AP}{CD} = \frac{PE}{ED},$$

$$\therefore \frac{b}{3a} = \frac{2b-2a}{2a-b},$$

$$\text{整理得: } b^2 + 4ab - 6a^2 = 0, \text{ 解得 } b = (\sqrt{10} - 2)a \text{ (1 分)}$$

$$\therefore AC = (\sqrt{10} - 2)a + 3a = (\sqrt{10} + 1)a,$$

$$\therefore \cos C = \frac{4}{\sqrt{10} + 1} = \frac{4\sqrt{10} - 4}{9} \text{ (1 分)}$$