

2023 学年第二学期九年级学业质量调研

数学 试卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

2024.04

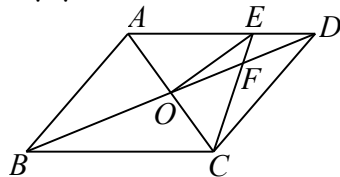
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()
(A) $\sqrt{6}$; (B) $\sqrt{9}$; (C) $\sqrt{\frac{1}{3}}$; (D) $\sqrt{18}$.
2. 下列计算正确的是 ()
(A) $a^2 + a^2 = a^4$; (B) $(2a)^3 = 6a^3$;
(C) $4a^6 \div 2a^2 = 2a^3$; (D) $3a^2 \cdot (-a^3) = -3a^5$.
3. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是 ()
(A) $y = \frac{x}{5}$; (B) $y = -\frac{x}{5}$; (C) $y = \frac{5}{x}$; (D) $y = -\frac{5}{x}$.
4. 某兴趣小组有 5 名成员, 身高 (厘米) 分别为: 161, 165, 169, 163, 167. 增加一名身高为 165 厘米的成员后, 现兴趣小组成员的身高与原来相比, 下列说法正确的是 ()
(A) 平均数不变, 方差不变; (B) 平均数不变, 方差变小;
(C) 平均数不变, 方差变大; (D) 平均数变小, 方差不变.
5. 已知四边形 $ABCD$ 中, AB 与 CD 不平行, AC 与 BD 相交于点 O , 那么下列条件中, 能判断这个四边形为等腰梯形的是 ()
(A) $AC=BD$; (B) $\angle ABC = \angle BCD$;
(C) $OB=OC$, $OA=OD$; (D) $OB=OC$, $AB=CD$.
6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过 O 作 AC 的垂线交 AD 于点 E , EC 与 BD 相交于点 F , 且 $\angle ECD = \angle DBC$, 那么下列结论错误的是 ()
(A) $EA = EC$; (B) $\angle DOC = \angle DCO$;
(C) $BD = 4DF$; (D) $\frac{BC}{CE} = \frac{CD}{BF}$.



二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 分解因式： $xy^2 - x^2y = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

8. 方程 $\sqrt{2x-1}=5$ 的解是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

9. 函数 $f(x)=\frac{x}{x+1}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

10. 如果关于 x 的方程 $-x^2 - x + c = 0$ 有实数根，那么实数 c 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

11. 如果将抛物线 $y = x^2 + 1$ 向右平移 3 个单位，那么所得新抛物线的表达式是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

12. 甲、乙两位同学分别在 A 、 B 、 C 三个景点中任意选择一个游玩，那么他们选择同一个景点的概率是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

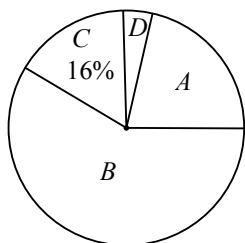
13. 某校有 2000 名学生参加了“安全伴我行”的宣传教育活动. 为了解活动效果，随机从中抽取 m 名学生进行了一次测试，满分为 100 分，按成绩划分为 A 、 B 、 C 、 D 四个等级，将收集的数据整理绘制成如下不完整的统计图表. 请根据以上信息，估计该校共有 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 名学生的成绩达到 A 等级.

成绩频数分布表

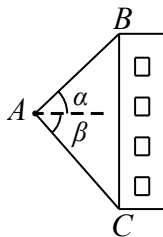
等第	成绩 x	频数
A	$90 \leq x \leq 100$	n
B	$80 \leq x < 90$	117
C	$70 \leq x < 80$	32
D	$0 \leq x < 70$	8

第 13 题表

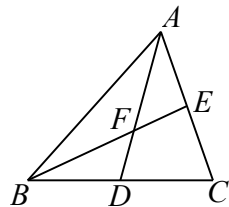
成绩扇形统计图



第 13 题图



第 14 题图

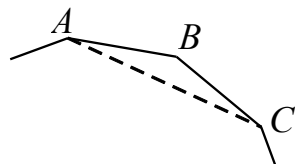


第 15 题图

14. 如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 的仰角为 α ，看这栋楼底部 C 的俯角为 β ，热气球 A 处与楼的水平距离为 m 米，那么这栋楼 BC 的高度为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 米. (用含 α 、 β 、 m 的式子表示)

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，中线 AD 、 BE 相交于点 F ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{FE} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{BC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

16. 如图，有一幅不完整的正多边形图案，小明量得图中一边与对角线的夹角 $\angle BAC = 15^\circ$ ，那么这个正多边形的中心角是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 度.



第 16 题图

17. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1， E 为边 DC 的中点，点 F 在边 AD 上，将 $\angle D$ 沿直线 EF 翻折，使点 D 落在点 G 处，如果 $BG = BC$ ，那么线段 DF 的长为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

18. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ， AC 与 BD 相交于点 O . $\odot A$ 经过点 B ，如果 $\odot O$ 与 $\odot A$ 有公共点，且与边 CD 没有公共点，那么 $\odot O$ 的半径长 r 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. (本题满分 10 分)

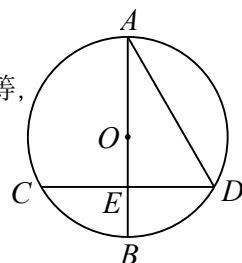
计算： $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} - (2024 - \pi)^0 + \sqrt{20} + \frac{4}{\sqrt{5} - 3}$.

20. (本题满分 10 分)

解方程组：
$$\begin{cases} 2x + y = 21, & \text{①} \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分，每小题满分各 5 分)

如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AB 与 CD 相交于点 E ，弦 AD 与弦 CD 相等，且 $\widehat{BC} = \widehat{BD}$.



第 21 题图

(1) 求 $\angle ADC$ 的度数；

(2) 如果 $OE = 1$ ，求 AD 的长.

22. (本题满分 10 分，第 (1) 小题 3 分，第 (2) 小题 4 分，第 (3) 小题 3 分)

某学校计划租用 7 辆客车送 275 名师生去参加课外实践活动. 现有甲、乙两种型号的客车可供选择，它们的载客量 (指的是每辆客车最多可载该校师生的人数) 和租金如下表. 设租用甲种型号的客车 x 辆，租车总费用为 y 元.

型号	载客量 (人/辆)	租金 (元/辆)
甲	45	1500
乙	33	1200

第 22 题表

(1) 求 y 与 x 的函数解析式 (不需要写定义域)；

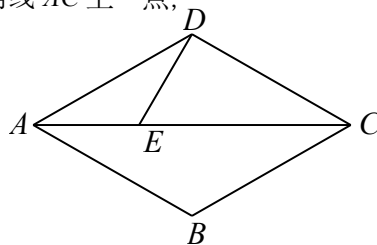
(2) 如果使租车总费用不超过 10200 元，一共

有几种租车方案？

(3) 在 (2) 的条件下，选择哪种租车方案最省钱？此时租车的总费用是多少元？

23. (本题满分 12 分，每小题满分各 6 分)

已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 是对角线 AC 上一点， $EA = ED$ ，且 $\angle DAB = \angle DEC = \angle DCB$.



第 23 题图

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 延长 DE 分别交线段 AB 、 CB 的延长线于

点 F 、 G ，如果 $GB = BC$ ，求证： $AD^2 = 2EF \cdot GD$.

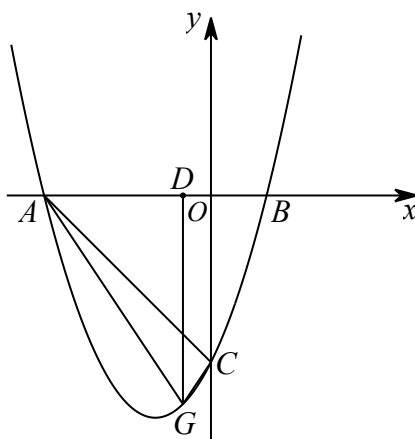
24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , D 是线段 OA 上一点.

(1) 求这条抛物线的表达式和点 C 的坐标;

(2) 如图, 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴, 交该抛物线于点 G , 当 $\angle DGA = \angle DGC$ 时, 求 $\triangle GAC$ 的面积;

(3) 点 P 为该抛物线上第三象限内一点, 当 $OD = 1$, 且 $\angle DCB + \angle PBC = 45^\circ$ 时, 求点 P 的坐标.



第 24 题图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 ① 4 分, ② 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

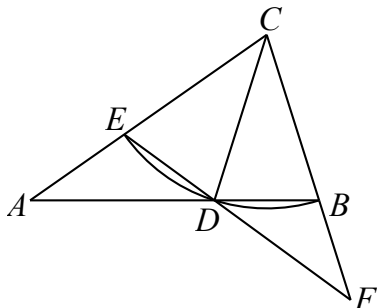
在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, 以 C 为圆心、 CB 为半径的弧分别与射线 BA 、射线 CA 相交于点 D 、 E , 直线 ED 与射线 CB 相交于点 F .

(1) 如图, 当点 D 在线段 AB 上时.

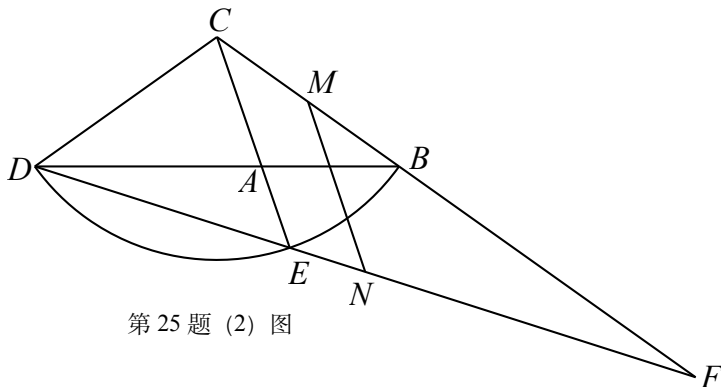
① 设 $\angle ABC = \alpha$, 求 $\angle BDF$; (用含 α 的式子表示)

② 当 $BF = 1$ 时, 求 $\cos \angle ABC$ 的值;

(2) 如图, 当点 D 在 BA 的延长线上时, 点 M 、 N 分别为 BC 、 DF 的中点, 联结 MN , 如果 $MN \parallel CE$, 求 CB 的长.



第 25 题 (1) 图



第 25 题 (2) 图