

九年级数学练习

(练习时间：100 分钟，满分：150 分)

1. 本练习含三个大题，共 25 题。答题时，学生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本练习纸上答题一律无效。
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤。
3. 本次练习不可以使用科学计算器。

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. 下列各组图形一定相似的是 ()

(A) 两个直角三角形； (B) 两个菱形； (C) 两个矩形； (D) 两个等边三角形。

2. 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 C 、 E 和点 B 、 D 、 F ，如果 $AC : CE = 3 : 1$ ， $BF = 10$ ，那么 DF 等于 ()

(A) $\frac{10}{3}$ ； (B) $\frac{20}{3}$ ； (C) $\frac{5}{2}$ ； (D) $\frac{15}{2}$ 。

3. 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = \beta$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，那么下列线段的比值 **不一定等于** $\sin \beta$ 的是 ()

(A) $\frac{AD}{BD}$ ； (B) $\frac{AC}{AB}$ ； (C) $\frac{AD}{AC}$ ； (D) $\frac{CD}{BC}$ 。

4. 下列说法正确的是 ()

(A) 如果 $\vec{e}$ 为单位向量，那么 $\vec{a} = |\vec{a}|\vec{e}$ ； (B) 如果 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ；

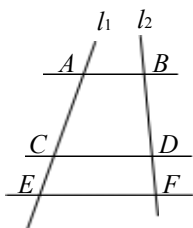
(C) 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都是单位向量，那么 $\vec{a} = \vec{b}$ ； (D) 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，那么 $\vec{a} = \vec{b}$ 。

5. 抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位长度后所得新抛物线的顶点坐标为 ()

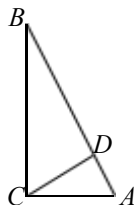
(A) $(-3, 0)$ ； (B) $(3, 0)$ ； (C) $(0, -3)$ ； (D) $(0, 3)$ 。

6. 如图，某零件的外径为 10cm ，用一个交叉卡钳（两条尺长 AC 和 BD 相等）可测量零件的内孔直径 AB 。如果 $\frac{AC}{OC} = \frac{BD}{OD} = 3$ ，且量得 $CD = 4\text{cm}$ ，则零件的厚度 x 为 ()

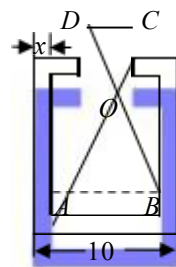
(A) 2cm ； (B) 1.5cm ； (C) 0.5cm ； (D) 1cm 。



(第 2 题图)



(第 3 题图)



(第 6 题图)

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $a = 3b$ ($b \neq 0$), 那么 $\frac{a+b}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 化简: $\frac{2}{3}(-3\vec{a} + \vec{b}) - \frac{2}{3}\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知 $f(x) = x^2 + 2x$, 那么 $f(1)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 抛物线 $y = 2x^2$ 在对称轴的左侧部分是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的 (填“上升”或“下降”).

11. 已知两个相似三角形的相似比为 2 : 3, 那么这两个三角形的面积之比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), $AB = 2$, 那么线段 AP 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在直角坐标平面内有一点 $A(5, 12)$, 点 A 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 9 , 那么 $\sin\theta$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点 (不与端点重合), 要使得 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 那么添加一个条件可以为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (只填一个).

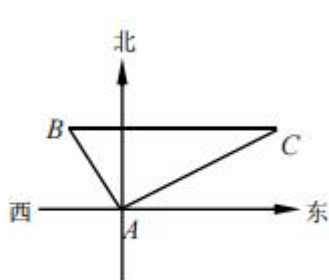
15. 已知一斜坡的坡角为 30° , 则它坡度 $i = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, 一艘船从 A 处向北偏西 30° 的方向行驶 5 海里到 B 处, 再从 B 处向正东方向行驶 8 千米到 C 处, 此时这艘船与出发点 A 处相距 $\underline{\hspace{2cm}}$ 海里.

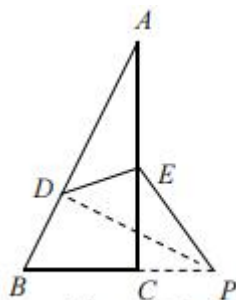
17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 9$, $\cot A = 2$, 点 D 在边 AB 上, 点 E 在边 AC 上, 将 $\triangle ABC$ 沿着折痕 DE 翻折后, 点 A 恰好落在线段 BC 的延长线上的点 P 处, 如果 $\angle BPD = \angle A$, 那么折痕 DE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. **阅读:** 对于线段 MN 与点 O (点 O 与 MN 不在同一直线上), 如果同一平面内点 P 满足: 射线 OP 与线段 MN 交于点 Q , 且 $\frac{OQ}{OP} = \frac{1}{2}$, 那么称点 P 为点 O 关于线段 MN 的“**准射点**”.

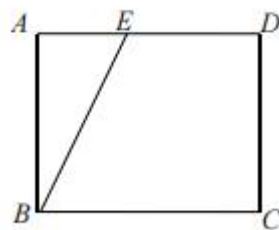
问题: 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 5$, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE = 2$, 联结 BE . 设点 F 是点 A 关于线段 BE 的“**准射点**”, 且点 F 在矩形 $ABCD$ 的内部或边上, 如果点 C 与点 F 之间距离为 d , 那么 d 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第 16 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\sqrt{12} + \left(\sqrt{3} - 1\right)^{-1} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \cos 30^\circ$.

20. (本题共 2 小题, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分, 满分 10 分)

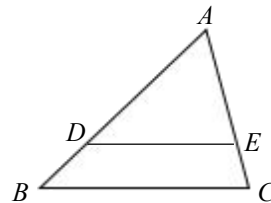
如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 和 AC 上, $DE \parallel BC$, 且 DE 经过 $\triangle ABC$

的重心, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$.

(1) $\overrightarrow{DE} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)

(2) 求: $\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



(第 20 题图)

21. (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 y 轴交于点 A , 其顶点坐标为 B .

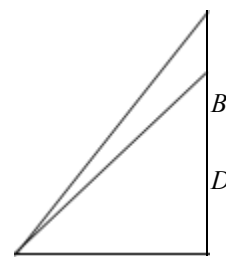
(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 将抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 沿 x 轴正方向平移 m ($m > 0$) 个单位后得到的新抛物线的顶点 C 恰好落在反比例函数 $y = \frac{16}{x}$ 的图像上, 求 $\angle ACB$ 的余切值.

22. (本题满分 10 分)

2022 年 11 月 12 日 10 时 03 分, 搭载天舟五号货运飞船的长征七号遥六运载火箭, 在海南文昌航天发射场成功发射. 天舟五号货运飞船重约 13.6 吨, 长度 $BD = 10.6$ 米, 货物仓的直径可达 3.35 米, 是世界现役货物运输能力最大、在轨支持能力最全面的货运飞船, 堪称“在职最强快递小哥”. 已知飞船发射塔垂直于地面, 某人在地面 A 处测得飞船底部 D 处的仰角 45° , 顶部 B 处的仰角为 53° , 求此时观测点 A 到发射塔 CD 的水平距离 (结果精确到 0.1 米).

(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$)



(第 22 题图)

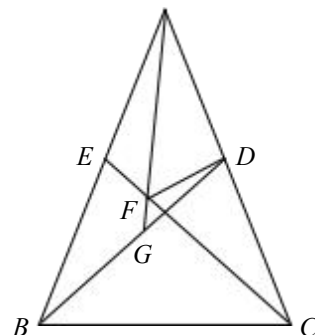
23. (本题共 2 小题, 每第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 7 分, 满分 12 分)

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 分别是边 AC 、 AB 的中点, $DF \perp AC$, DF 与 CE 相交于点 F , AF 的延长线与 BD 相交于点 G .

(1) 求证: $\angle ABD = \angle ACE$;

A

(2) 求证: $CD^2 = DG \cdot BD$.



(第 23 题图)

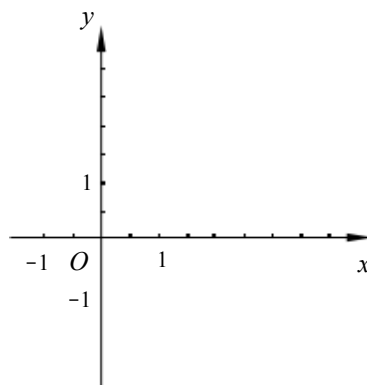
24. (本题共 3 小题, 每小题 4 分, 满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过 $A(-1, 3)$ 、 $B(2, 0)$, 点 C 是该抛物线上的一个动点, 联结 AC , 与 y 轴的正半轴交于点 D . 设点 C 的横坐标为 m .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 当 $\frac{DC}{AD} = \frac{3}{2}$ 时, 求点 C 到 x 轴的距离;

(3) 如果过点 C 作 x 轴的垂线, 垂足为点 E , 联结 DE , 当 $2 < m < 3$ 时, 在 $\triangle CDE$ 中是否存在大小保持不变的角? 如果存在, 请指出并求其度数; 如果不存在, 请说明理由.



25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 6 分)

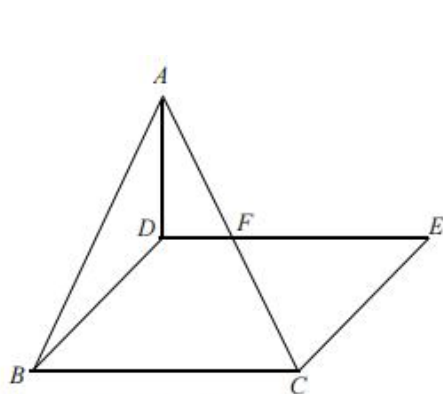
如图 1, 点 D 为 $\triangle ABC$ 内一点, 联结 BD , $\angle CBD = \angle BAC$, 以 BD 、 BC 为邻边作平行四边形 $DBCE$, DE 与边 AC 交于点 F , $\angle ADE = 90^\circ$.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle CEF$;

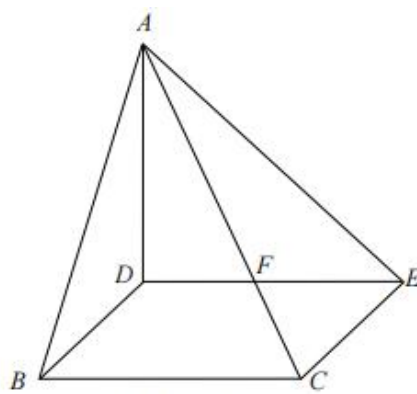
(2) 延长 BD , 交边 AC 于点 G , 如果 $CE = FE$, 且 $\triangle ABC$ 的面积与平行四边形 $DBCE$

面积相等, 求 $\frac{AG}{GF}$ 的值;

(3) 如图 2, 联结 AE , 若 DE 平分 $\angle AEC$, $AB = 5$, $CE = 2$, 求线段 AE 的长.



(第 25 题图 1)



(第 25 题图 2)

2022-2023学年九年级第一学期期末试卷
参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1. D; 2. C; 3. A; 4. B; 5. C; 6. D.

二、填空题（本大题共12题，每题4分，满分48分）

7. 4; 8. $-2\vec{a}$; 9. 3; 10. 下降; 11. 4:9; 12. $\sqrt{5}-1$; 13. $\frac{12}{13}$; 14. $\angle ADE = \angle B$; ($\angle ADE = \angle B$, $DE \parallel BC$ 等) 15. $1:\sqrt{3}$; 16. 7; 17. $2\sqrt{2}$; 18. $\frac{6}{5}\sqrt{5} \leq d \leq \sqrt{17}$.

三、解答题（本大题共8题，满分78分）

19. (本题满分10分)

解: 原式 $= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (8分)
 $= 3\sqrt{3}$ (2分)

20. (本题共2小题，第(1)小题5分，第(2)小题5分，满分10分)

解: (1) $\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$; (5分)
(2) 画图正确..... (4分)
写结论. (1分)

21. (本题共2小题，第(1)小题6分，第(2)小题4分，满分10分)

解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与y轴交于点A.
 $\therefore A(0, 3)$ (1分)
由 $y = -x^2 + 2x + 3$, 得 $y = -(x-1)^2 + 4$ (1分)
 $\therefore B(1, 4)$ (1分)
设直线AB的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.
 $\therefore \begin{cases} b = 3 \\ k + b = 4 \end{cases}$ (1分)
 $\therefore k = 1, b = 3$ (1分)
 $\therefore$ 直线AB的表达式为 $y = x + 3$ (1分)
(2) 由B(1, 4)沿x轴正方向平移m个单位, 得C(m+1, 4) (1分)
又 $\because$ 顶点C恰好落在反比例函数的图像 $y = \frac{16}{x}$ 上,
 $\therefore 4(m+1) = 16$.
 $\therefore m = 3$, 即C(4, 4) (1分)
延长CB交y轴的正半轴于点D, 得BD=4, AD=1, (1分)

$$\text{在Rt}\triangle ADC\text{中, } \angle ADC = 90^\circ, \therefore \cot \angle EFD = \frac{CD}{AD} = 4. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

22. (本题满分10分)

解: 设此时观测点A到发射塔CD的水平距离为x米. (1分)

由题意, 得 $BD = 10.6$, $\angle DAC = 45^\circ$, $\angle BAC = 53^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = x$ (2分)

在Rt $\triangle ACD$ 中, 由 $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{CD}{AC};$$

$$\therefore CD = AC \times \tan \angle DAC = x \tan 45^\circ = x \dots\dots\dots (2\text{分})$$

在Rt $\triangle ACB$ 中, 由 $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore BC = AC \times \tan \angle BAC = x \tan 53^\circ = 1.33x \dots\dots\dots (2\text{分})$$

$$\therefore BD = 10.6$$

$$\therefore BC - CD = 10.6 \text{ 即 } 1.33x - x = 10.6;$$

$$x \approx 32.1 \text{ (米)}. \dots\dots\dots (2\text{分})$$

答: 此时观测点A到发射塔CD的水平距离为32.1米. (1分)

23. (本题共2小题, 第(1)小题5分, 第(2)小题7分, 满分12分)

(1) 证明: $\because$ 点D、E分别是边AC、AB的中点;

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC, \quad AE = \frac{1}{2}AB. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore AB = AC;$$

$$\therefore AD = AE. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore AD = AE, \quad \angle DAB = \angle EAC, \quad AB = AC;$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE; \dots\dots\dots (2\text{分})$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

(2) 证明: $\because$ 点D是边AC的中点, $DF \perp AC$;

$$\therefore FA = FC, \quad AD = CD; \dots\dots\dots (2\text{分})$$

$$\therefore \angle FAD = \angle ACE. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE;$$

$$\therefore \angle ABD = \angle FAD.$$

$$\therefore \angle ADB = \angle GDA;$$

$$\therefore \triangle BAD \sim \triangle AGD; \dots\dots\dots (2\text{分})$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{GD};$$

$$\therefore AD^2 = DG \cdot BD. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore AD = CD;$$

$$\therefore CD^2 = DG \cdot BD. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

24. (本题共3小题, 每小题4分, 满分12分)

解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过A(-1, 3)和B(2, 0).

$$\therefore \begin{cases} a - b = 3 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2\text{分})$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2 \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore \text{该抛物线的表达式为 } y = x^2 - 2x \dots\dots\dots (1\text{分})$$

(2) 过点C作y轴的垂线, 垂足为点H, 过点A作CH的垂线, 垂足为点G,

由题设得 $GH=1$.

$$\because AG \parallel y\text{轴}, \frac{DC}{AD} = \frac{3}{2}, \text{ 得 } \frac{DC}{AD} = \frac{CH}{GH} = \frac{3}{2}, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore CH = \frac{3}{2}, \text{ 即点 } C \text{ 的横坐标为 } \frac{3}{2} \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{令 } x = \frac{3}{2}, \text{ 由 } y = x^2 - 2x \text{ 得, } y = -\frac{3}{4}, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{即点 } C \text{ 到 } x \text{ 的距离为 } \frac{3}{4}. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

(3) **方法一:**

$$\text{存在, } \angle DEC = 45^\circ. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

过点 C 作 y 轴的垂线, 垂足为点 P , 过点 A 作 CP 的垂线, 垂足为点 Q ,

由题设得 $PQ=1$, 点 C 的坐标为 (m, m^2-2m)

$$\because AQ \parallel y\text{轴}, \text{ 得 } \frac{CP}{CQ} = \frac{DP}{AQ},$$

$$\therefore \frac{m}{m+1} = \frac{DP}{3-(m^2-2m)},$$

$$\therefore DP = -m^2 + 3m, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } DO = DP + PO, PO = m^2 - 2m, \text{ 得 } DO = m, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } EO = m, \text{ 得 } EO = DO,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DOE \text{ 中, } \angle DOE = 90^\circ, \tan \angle EDO = \frac{EO}{DO} = 1,$$

$$\therefore \angle EDO = 45^\circ \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } CE \parallel y\text{轴}, \text{ 得 } \angle DEC = \angle EDO = 45^\circ.$$

方法二:

$$\text{存在, } \angle DEC = 45^\circ. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } A(-1, 3), (m, m^2-2m)$$

设直线 AC 的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 3 \\ mk + b = m^2 - 2m \end{cases}$$

$$\therefore k = m - 3, \quad b = m,$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的表达式为 } y = (m-3)x + m \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (0, m), \text{ 即 } DO = m. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } EO = m, \text{ 得 } EO = DO,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DOE \text{ 中, } \angle DOE = 90^\circ, \tan \angle EDO = \frac{EO}{DO} = 1,$$

$$\therefore \angle EDO = 45^\circ \dots\dots\dots (1\text{分})$$

)

$$\text{由 } CE \parallel y\text{轴}, \text{ 得 } \angle DEC = \angle EDO = 45^\circ.$$

25. (本题满分14分, 其中第 (1) 小题3分, 第 (2) 小题5分, 第 (3) 小题6分)

解: (1) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $BC \parallel DE$, $\angle CBD = \angle E$.

又 $\angle CBD = \angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC = \angle E. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$\because BC \parallel DE$, $\therefore \angle BCA = \angle EFC$, $\dots\dots\dots (1\text{分})$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CEF. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

(2) 延长 AD 交 BC 于点 H , 过点 A 作 $AQ \parallel BC$, 交射线 BG 于点 Q ,

$$\because \triangle ABC \sim \triangle CEF, \therefore \frac{AB}{CE} = \frac{AC}{EF}. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

又 $\because CE = FE$, $\therefore AB = AC$, $\dots\dots\dots (1\text{分})$

由 $BC \parallel DE$, 得 $\angle ADE = \angle AHC = 90^\circ$, 即 $AH \perp BC$.

由 $\triangle ABC$ 的面积与平行四边形的面积相等,

$$\text{得: } \frac{1}{2} BC \cdot AH = BC \cdot DH, \text{ 即 } AH = 2DH,$$

$$\therefore AD = DH. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$\because AB = AC$, $AH \perp BC$.

$$\therefore BH = CH.$$

$$\text{由 } AQ \parallel BC, \text{ 得 } \frac{AQ}{BH} = \frac{AD}{DH},$$

$$\text{由 } DE \parallel BC, \text{ 得 } \frac{DF}{CH} = \frac{AD}{AH},$$

设 $BH = 2x$, 则 $HC = 2x$, 进一步得 $AQ = 2x$, $DF = x$. $\dots\dots\dots (1\text{分})$

由 $AQ \parallel BC$, $DE \parallel BC$, 得 $DE \parallel AQ$,

$$\therefore \frac{AG}{GF} = \frac{AQ}{DF} = 2. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

(3) 延长 BD , 交 AC 于点 M , 交边 AE 于点 P .

$$\text{由 } \triangle ABC \sim \triangle CEF, \therefore \frac{AB}{CE} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{CF} = \frac{5}{2}.$$

设 $BC = 5m$, $AC = 5n$, 得 $CF = 2m$, $EF = 2n$.

由 $BD \parallel CE$, 得 $\angle PDE = \angle DEC$.

又 $\angle AED = \angle DEC$, $\therefore \angle PDE = \angle AED$, $\therefore PD = PE$.

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle ADP + \angle PDE = 90^\circ$, $\angle DAE + \angle AED = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DAE = \angle ADP, \therefore PD = PA, \therefore PE = PA, AE = 2DP. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } BD \parallel CE, \text{ 得 } \frac{DM}{CE} = \frac{FM}{CF} = \frac{DF}{EF}, \frac{AM}{AC} = \frac{PM}{CE} = \frac{AP}{AE} = \frac{1}{2}$$

由 $CE = 2$, $PM = 1$. $\dots\dots\dots (1\text{分})$

)

$$\text{由 } FM = \frac{5}{2}n - 2m, DF = 5m - 2n,$$

$$\therefore \frac{\frac{5}{2}n - 2m}{2m} = \frac{5m - 2n}{2n} = \frac{DM}{2}. \dots\dots\dots (1\text{分})$$

)

$$\therefore n = \sqrt{2}m, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\therefore DM = \frac{5}{2}\sqrt{2} - 2, \dots\dots\dots (1\text{分})$$

$$\text{由 } DP = \frac{5}{2}\sqrt{2} - 2 + 1, \text{ 得 } AE = 5\sqrt{2} - 2. \dots\dots\dots (1\text{分})$$