

2022 学年九年级学业水平调研

数学试卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列 y 关于 x 的函数中, 一定是二次函数的是 (▲)

- (A) $y = (a+2)x^2 + 1$; (B) $y = \frac{1}{x^2} + 1$;
(C) $y = (x+2)(x+1) - x^2$; (D) $y = 2x^2 + 3x$.

2. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ 一定经过点 (▲)

- (A) $(0, 2)$; (B) $(2, 0)$; (C) $(4, 0)$; (D) $(0, 4)$.

3. 如果把 $\text{Rt} \triangle ABC$ 三边的长度都扩大为原来的 3 倍, 那么锐角 A 的四个三角比的值 (▲)

- (A) 都扩大为原来的 3 倍; (B) 都缩小为原来的 $\frac{1}{3}$;
(C) 都没有变化; (D) 都不能确定.

4. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 1$, $BC = 3$, 那么 $\angle A$ 的正弦值是 (▲)

- (A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$; (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$; (C) 3; (D) $\frac{1}{3}$.

5. 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$, 下列条件中不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 (▲)

- (A) $\vec{a} = 2\vec{b}$; (B) $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$;
(C) $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$; (D) $\vec{a} = \vec{c}$, $\vec{b} = 2\vec{c}$.

6. 如图 1, 已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 它们依次交直线 l_4 、 l_5 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 如果 $DE:DF = 3:5$, $AC = 12$, 那么 BC 的长等于 (▲)

- (A) 2; (B) 4;
(C) $\frac{24}{5}$; (D) $\frac{36}{5}$.

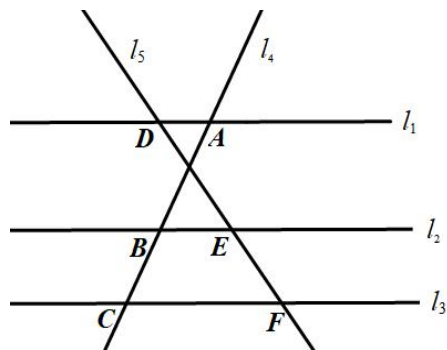


图 1

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 那么 $\frac{a-b}{a+b} = \underline{\text{▲}}$.
8. 已知抛物线 $y = (a-1)x^2 + 2x$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\text{▲}}$.
9. 将抛物线 $y = x^2 + 6x$ 向右平移 4 个单位, 得到的新抛物线表达式是 $\underline{\text{▲}}$.
10. 已知点 $A(1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2$ 的图像上, 那么 $y_1 \underline{\text{▲}} y_2$
(填 “>”、“=”、“<”).
11. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 如果此抛物线与 x 轴的一个交点的坐标是 $(3, 0)$, 那么抛物线与 x 轴的另一个交点的坐标是 $\underline{\text{▲}}$.
12. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $\cos B = \frac{1}{3}$, 那么 AB 的长是 $\underline{\text{▲}}$.
13. 如图 2, 在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD = BC$, $BD \perp AD$, 如果 $BC = 4$, $\cot \angle CDB = \frac{3}{2}$, 那么 $BD = \underline{\text{▲}}$.
14. 如图 3, 某飞机在离地面垂直距离 1000 米的上空 A 处, 测得地面控制点 B 的俯角为 60° , 那么飞机与该地面控制点之间的距离 AB 等于 $\underline{\text{▲}}$ 米 (结果保留根号).

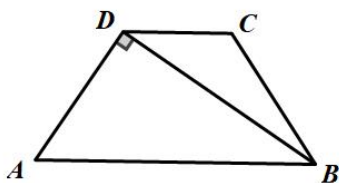


图 2

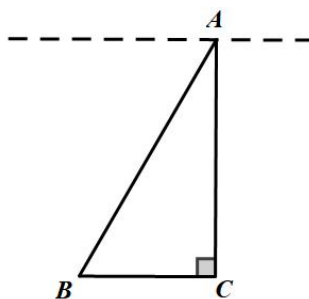


图 3

15. 如图 4, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AB 上, 且 $AB = 3AE$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$,

那么 $\overrightarrow{CE} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 如图 5, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 、 BE 分别是 BC 、 AC 边上的中线, 且相交于点 F , 过

点 F 作 $FG \parallel AC$, 那么 $\frac{DG}{BC} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

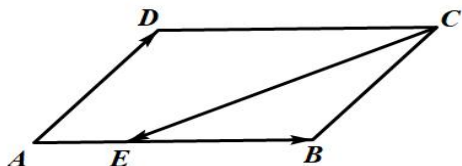


图 4

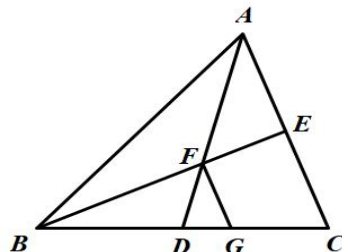


图 5

17. 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $DF \parallel AC$, 如果 $S_{\triangle ADE} = 4$, $S_{\triangle BDF} = 9$, 那么

$S_{\triangle ABC} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

18. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 1$, $AB = 3$, AD 是 BC 边上的中线 (如图 7). 将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 逆时针旋转, 使点 A 落在线段 AD 上的点 E 处, 点 B 落在点 F 处, 边 EF 与边 BC 交于点 G , 那么 DG 的长是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

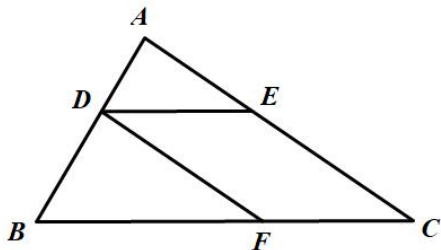


图 6

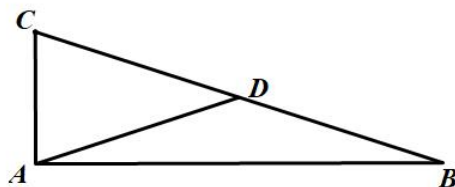


图 7

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

$$\text{计算: } 3 \tan 45^\circ \cdot \cot 60^\circ + 2 |\sin 30^\circ - 1| - \frac{\cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 2 \cos 45^\circ}.$$

20. (本题满分 10 分, 其中第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过 $A(1,5)$ 、 $B(0,3)$ 、 $C(-1,-3)$ 三点.

(1) 求这个函数的解析式;

(2) 用配方法求出这个二次函数图像的顶点坐标.

21. (本题满分 10 分)

如图 8, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 AD 边上的一点, CE 与 BD 相交于点 F , CE 与 BA 的延长线相交于点 G , $DE = 3AE$, $CE = 12$. 求 GE 、 CF 的长.

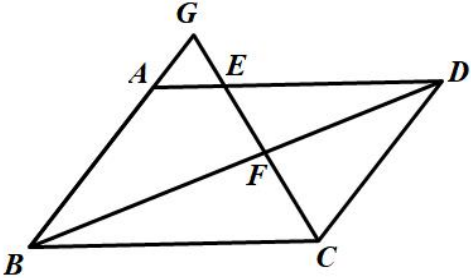


图 8

22. (本题满分 10 分, 其中第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

《海岛算经》是中国古代测量术的代表作, 原名《重差》. 这本著作建立起了从直接测量向间接测量的桥梁. 直至近代, 重差测量法仍有借鉴意义.

如图 9, 为测量海岛上一座山峰 AH 的高度, 直立两根高 2 米的标杆 BC 和 DE , 两杆间距 BD 相距 6 米, D 、 B 、 H 三点共线. 从点 B 处退行到点 F , 观察山顶 A , 发现 A 、 C 、 F 三点共线, 且仰角为 45° ; 从点 D 处退行到点 G , 观察山顶 A , 发现 A 、 E 、 G 三点共线, 且仰角为 30° . (点 F 、 G 都在直线 HB 上)

- (1) 求 FG 的长 (结果保留根号);
- (2) 山峰高度 AH 的长 (结果精确到 0.1 米). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

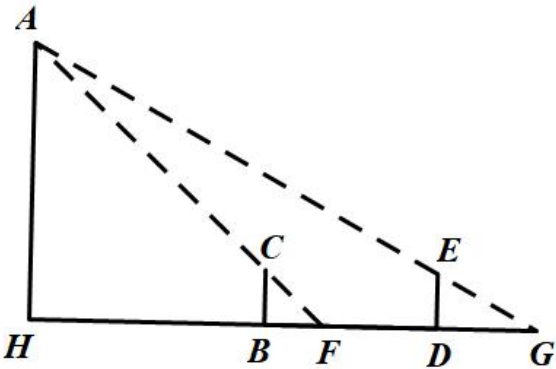
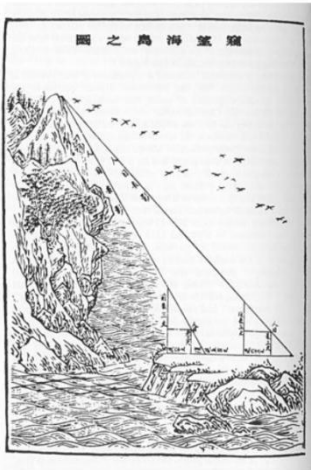


图 9

23. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图 10, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 、 E 分别在边 CB 、 AC 的延长线上, 且 $\angle DAB = \angle EBC$, EB 的延长线交 AD 于点 F .

(1) 求证: $\triangle DBF \sim \triangle EBC$;

(2) 如果 $AB = BC$, 求证: $EC^2 = DF \cdot DA$.

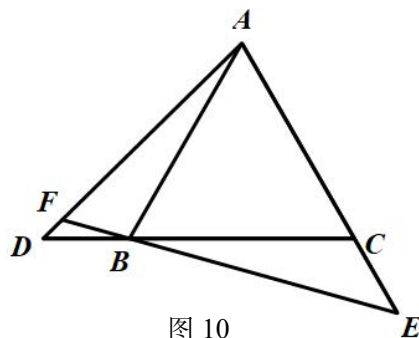


图 10

24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

如图 11, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 4)$ 、 $B(3, -4)$ 两点, 且与 y 轴的交点为点 C .

(1) 求此抛物线的表达式及对称轴;

(2) 求 $\cot \angle OBC$ 的值;

(3) 在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle PBC$ 是以 BC 为直角边的直角三角形? 如果存在, 求出所有符合条件的点 P 坐标; 如果不存在, 请说明理由.

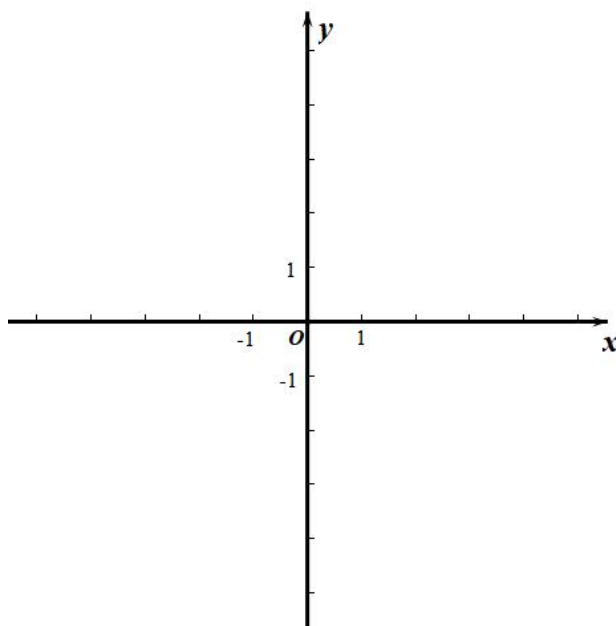


图 11

25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 4$, 点 E 、 F 分别在边 AC 、边 BC 上 (点 E 不与点 A 重合, 点 F 不与点 B 重合), 联结 EF , 将 $\triangle CEF$ 沿着直线 EF 翻折后, 点 C 恰好落在边 AB 上的点 D 处. 过点 D 作 $DM \perp AB$, 交射线 AC 于点 M . 设 $AD = x$, $\frac{CF}{CE} = y$,

(1) 如图 12, 当点 M 与点 C 重合时, 求 $\frac{MD}{ED}$ 的值;

(2) 如图 13, 当点 M 在线段 AC 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $\frac{CM}{CE} = \frac{1}{2}$ 时, 求 AD 的长.

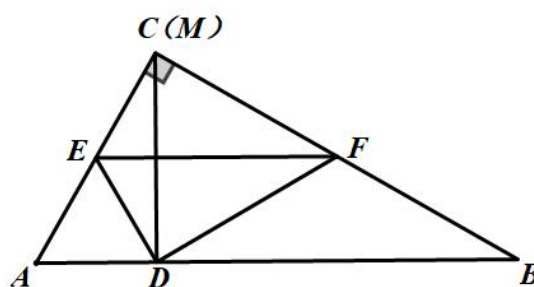


图 12

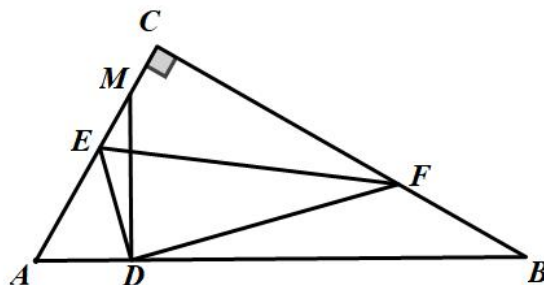
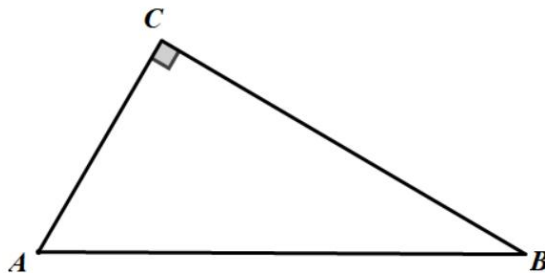


图 13



(备用图)

