

2022 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

答案解析版

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 将函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像向下平移 2 个单位, 下列结论中, 正确的是 ()

- A. 开口方向不变 B. 顶点不变 C. 与 x 轴的交点不变 D. 与 y 轴的交点不变

【答案】A

【解析】

【分析】二次函数的图像向下平移 2 个单位时, 函数解析式变为 $y = ax^2 + bx + c - 2 (a \neq 0)$, 图像开口方向不变, 但顶点坐标、与坐标轴的交点等均发生变化.

【详解】解: 由题意知, 平移后函数解析式变为 $y = ax^2 + bx + c - 2 (a \neq 0)$

a 不变, 开口方向不变, 故 A 正确, 符合题意;

顶点坐标、与 y 轴的交点均向下移动, 发生改变, 故 B、D 错误, 不符合题意;

与 x 轴的交点也发生改变, 故 C 错误, 不符合题意;

故选 A.

【点睛】本题考查了二次函数图像与性质, 二次函数图像的平移. 解题的关键在于明确图像向下平移时横坐标不变, 纵坐标改变.

2. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\angle A = \alpha, AC = 1$, 那么 AB 等于 ()

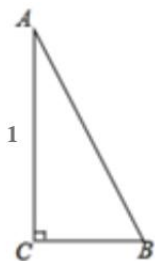
- A. $\sin \alpha$ B. $\cos \alpha$ C. $\frac{1}{\sin \alpha}$ D. $\frac{1}{\cos \alpha}$

【答案】D

【解析】

【分析】直接利用锐角三角函数关系进而表示出 AB 的长.

【详解】解: 如图所示:



$\angle A = \alpha, AC = 1,$

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{AB},$$

$$\text{故 } AB = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

故选: D

【点睛】此题主要考查了锐角三角函数关系, 正确得出边角关系是解题关键.

3. 已知 $\vec{e}_1$ 和 $\vec{e}_2$ 都是单位向量, 下列结论中, 正确的是 ()

A. $\vec{e}_1 = \vec{e}_2$ B. $\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = \vec{0}$ C. $|\vec{e}_1| + |\vec{e}_2| = 2$ D. $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = 2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据单位向量的定义: 模为 1 的向量为单位向量即可得到 $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$, 又由题意并没有指明 $\vec{e}_1$ 与 $\vec{e}_2$ 的方向即可求解.

【详解】解: $\because \vec{e}_1$ 与 $\vec{e}_2$ 都是单位向量,

$$\therefore |\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1,$$

$$\therefore |\vec{e}_1| + |\vec{e}_2| = 2, \text{ 故 C 选项符合题意;}$$

$\because$ 题目并没有指明 $\vec{e}_1$ 与 $\vec{e}_2$ 的方向,

$\therefore$ 并不能得到 A、B、D 选项中的结论, 故 A、B、D 选项不符合题意;

故选 C.

【点睛】本题主要考查了单位向量的定义, 熟知单位向量的定义是解题的关键.

4. 已知点 P 是线段 AB 上的一点, 线段 AP 是 PB 和 AB 的比例中项, 下列结论中, 正确的是 ()

A. $\frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】设 $AB=1$, $AP=x$, 则 $PB=1-x$, 由比例中项得出 $AP^2=PB \cdot AB$, 代入解一元二次方程即可解答.

【详解】解: 设 $AB=1$, $AP=x$, 则 $PB=1-x$,

$\because$ 线段 AP 是 PB 和 AB 的比例中项,

$$\therefore AP^2 = PB \cdot AB, \text{ 即 } x^2 = 1 - x,$$

$$\therefore x^2 + x - 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} \text{ (舍去),}$$

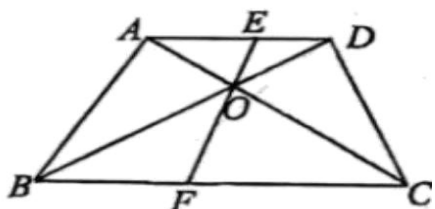
$$\therefore PB = 1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \frac{PB}{AB} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad \frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2},$$

故选：C.

【点睛】本题考查比例中项、线段的比、解一元二次方程，熟知比例中项的定义是解答的关键.

5. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过对角线交点 O 的直线与两底分别交于点 E, F ，下列结论中，错误的是（ ）



A. $\frac{AE}{FC} = \frac{OE}{OF}$ B. $\frac{AE}{DE} = \frac{BF}{FC}$ C. $\frac{AD}{BC} = \frac{OE}{OF}$ D. $\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{BF}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据 $AD \parallel BC$ ，可得 $\triangle AOE \sim \triangle COF$ ， $\triangle AOD \sim \triangle COB$ ， $\triangle DOE \sim \triangle BOF$ ，再利用相似三角形的性质逐项判断即可求解.

【详解】解： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF, \quad \triangle AOD \sim \triangle COB, \quad \triangle DOE \sim \triangle BOF,$$

$$\therefore \frac{AE}{FC} = \frac{AO}{CO} = \frac{OE}{OF}, \quad \text{故 A 正确, 不符合题意;}$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle DOE \sim \triangle BOF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BF} = \frac{OE}{OF} = \frac{DO}{BO},$$

$$\therefore \frac{AE}{FC} = \frac{DE}{BF},$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{FC}{BF}, \quad \text{故 B 错误, 符合题意;}$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO},$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{OE}{OF}, \quad \text{故 C 正确, 不符合题意;}$$

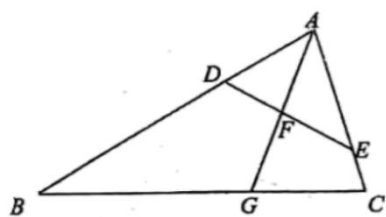
$$\therefore \frac{DE}{BF} = \frac{AD}{BC},$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{BC}{BF}, \text{ 故 D 正确, 不符合题意;}$$

故选: B

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定和性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质定理是解题的关键.

6. 如图, 点 F 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AG 的中点, 点 D, E 分别在 AB, AC 边上, 线段 DE 过点 F , 且 $\angle ADE = \angle C$, 下列结论中, 错误的是 ()



A. $\frac{DF}{GC} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$

D. $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据 AG 平分 $\angle BAC$, 可得 $\angle BAG = \angle CAG$, 再由点 F 是 AG 的中点, 可得 $AF = FG = \frac{1}{2}AG$,

然后根据 $\angle ADE = \angle C$, 可得到 $\triangle DAE \sim \triangle CAB$, 进而得到 $\triangle EAF \sim \triangle BAG$, $\triangle ADF \sim \triangle ACG$, 即可求解.

【详解】解: $\because AG$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAG = \angle CAG,$$

$\because$ 点 F 是 AG 的中点,

$$\therefore AF = FG = \frac{1}{2}AG,$$

$$\because \angle ADE = \angle C, \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore \angle AED = \angle B,$$

$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle BAG,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AG} = \frac{1}{2}, \text{ 故 C 正确, 不符合题意;}$$

$$\because \angle ADE = \angle C, \angle BAG = \angle CAG,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACG,$$

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AG} = \frac{DF}{GC} = \frac{1}{2}$ ，故 A 正确，不符合题意；D 错误，符合题意；

$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$ ，故 B 正确，不符合题意；

故选：D

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质定理是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 已知 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ ，那么 $\frac{x-y}{x} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】根据比例式 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ 设 $x = 4k, y = 3k$ ，代入 $\frac{x-y}{x}$ 求解即可.

【详解】解： $\because \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ 设 $x = 4k, y = 3k$

$\therefore \frac{x-y}{x} = \frac{4k-3k}{4k} = \frac{k}{4k} = \frac{1}{4}$.

【点睛】本题主要考查了比例的性质，根据已知条件设值法是解答本题的关键.

8. $\cos^2 45^\circ - \tan 30^\circ \cdot \sin 60^\circ =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】根据特殊角三角函数值的混合运算计算即可.

【详解】解： $\cos^2 45^\circ - \tan 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$= 0$,

故答案为：0.

【点睛】本题考查特殊角三角函数值的混合运算，熟知特殊角的三角函数值是解答的关键.

9. 已知抛物线 $y = x^2 + 3$ ，它与 y 轴的交点坐标为_____.

【答案】 (0,3)

【解析】

【分析】把 $x=0$ 代入抛物线 $y=x^2+3$ 求出 y 值，即可得到抛物线与 y 轴的交点坐标.

【详解】将 $x=0$ 代入抛物线 $y=x^2+3$ 得: $y=0^2+3=3$

$\therefore$ 抛物线 $y=x^2+3$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,3)$.

故答案为: $(0,3)$.

【点睛】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题关键是熟练掌握二次函数图象与坐标轴的交点的求解方法.

10. 二次函数 $y=x^2-4x$ 图像上的最低点的纵坐标为_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】直接利用二次函数最值求法得出函数顶点式，进而得出答案.

【详解】解: $\because$ 二次函数 $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$,

$\therefore$ 二次函数图象上的最低点的纵坐标为: -4 .

故答案为: -4 .

【点睛】本题主要考查了二次函数的最值，解题的关键是正确得出二次函数顶点式.

11. 已知 $\vec{a}$ 的长度为 2, $\vec{b}$ 的长度为 4, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 方向相反, 用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b}$ =_____.

【答案】 $-2\vec{a}$

【解析】

【分析】根据 $\vec{a}$ 的长度为 2, $\vec{b}$ 的长度为 4, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 方向相反, 即可得到 $b = -2a$.

【详解】解: $\because$ $\vec{a}$ 的长度为 2, $\vec{b}$ 的长度为 4, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 方向相反,

$\therefore b = -2a$,

故答案为: $-2\vec{a}$.

【点睛】本题主要考查了向量的计算，解题的关键在于能够熟练掌握向量的相关知识.

12. 如果两个相似三角形对应边之比是 4:9, 那么它们的周长之比等于_____.

【答案】 4:9

【解析】

【分析】根据相似三角形的周长比等于相似比，即可求解.

【详解】解: $\because$ 两个相似三角形对应边之比是 4:9,

$\therefore$ 它们的周长之比等于 4:9.

故答案为: 4:9

【点睛】本题主要考查了相似三角形的性质，熟练掌握相似三角形的周长比等于相似比是解题的关键.

13. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=10, BC=16, \angle B=60^\circ$, 那么 AC =_____.

【答案】 14

【解析】

【分析】 过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，利用锐角三角函数求得 AD 、 BD ，再根据勾股定理求解即可.

【详解】 解：过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $AB=10$ ，

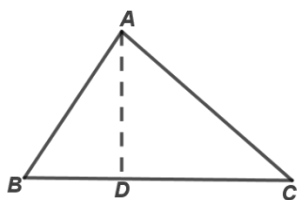
$$\therefore AD=AB \cdot \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}, \quad BD=AB \cdot \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5,$$

$$\therefore BC=16,$$

$$\therefore CD=BC-BD=16-5=11,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACD \text{ 中, 由勾股定理得: } AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 11^2} = 14,$$

故答案为：14.



【点睛】 本题考查锐角三角函数解直角三角形、勾股定理，会利用锐角三角函数解直角三角形是解答的关键.

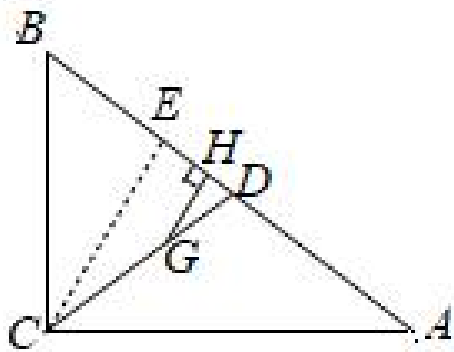
14. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，那么点 G 到斜边 AB 的距离是_____.

【答案】 $\frac{8}{5}$

【解析】

【分析】 过 C 点作 $CE \perp AB$ 于 E ，如图，先利用勾股定理计算出 AB ，再利用面积法求出 $CE=\frac{24}{5}$ ，接着根据 G 是 $\triangle ABC$ 的重心得 $DG=\frac{1}{3}CD$ ，然后证明 $\triangle DHG \sim \triangle DEC$ ，利用相似比可求出 GH 的长度.

【详解】 解：过 C 点作 $CE \perp AB$ 于 E ，如图，



$$\because \angle C=90^{\circ}, AC=8, BC=6,$$

$$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10,$$

$$\because \frac{1}{2}CE \cdot AB = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\therefore CE = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5},$$

$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore DG = \frac{1}{2}CG,$$

$$\therefore DG = \frac{1}{3}CD,$$

$\because CE \perp AB, GH \perp AB,$

$\therefore GH \parallel CE,$

$\therefore \triangle DHG \sim \triangle DEC,$

$$\therefore \frac{GH}{CE} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore GH = \frac{1}{3}CE = \frac{1}{3} \times \frac{24}{5} = \frac{8}{5}.$$

故答案为 $\frac{8}{5}$.

【点睛】 本题考查了三角形的重心：重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1.

15. 在某一时刻，直立地面的一根竹竿的影长为 3 米，一根旗杆的影长为 25 米，已知这根竹竿的长度为 1.8 米，那么这根旗杆的高度为_____米.

【答案】 15

【解析】

【分析】 设这根旗杆的高度为 h 米，根据竹竿的影长：竹竿的长度等于旗杆的影长：旗杆的高度，即可求解.

【详解】解：设这根旗杆的高度为 h 米，根据题意得：

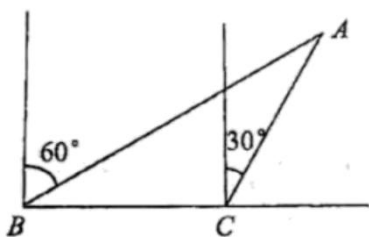
$$\frac{3}{1.8} = \frac{25}{h}, \text{ 解得: } h = 15$$

即这根旗杆的高度为 15 米.

故答案为：15

【点睛】本题主要考查了相似三角形的应用，熟练掌握相似三角形的性质是解题的关键.

16. 如图，海中有一个小岛 A ，一艘轮船由西向东航行，在点 B 处测得小岛 A 在它的北偏东 60° 方向上，航行 12 海里到达点 C 处，测得小岛 A 在它的北偏东 30° 方向上，那么小岛 A 到航线 BC 的距离等于 _____ 海里.

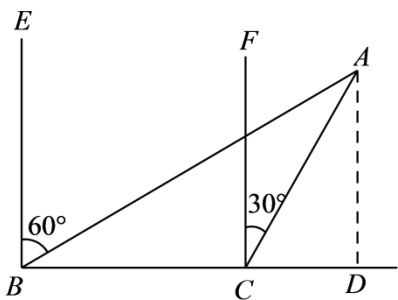


【答案】 $6\sqrt{3}$

【解析】

【分析】如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，根据题意可知 $\angle EBA = 60^\circ$ ， $\angle FCA = 30^\circ$ ， $EB \perp BC$ ， $FC \perp BC$ ，可得 $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ，根据外角性质可得 $\angle BAC = 30^\circ$ ，可得 $AC = BC$ ，根据含 30° 角的直角三角形的性质可得出 CD 的长，利用勾股定理即可求出 AD 的长，可得答案.

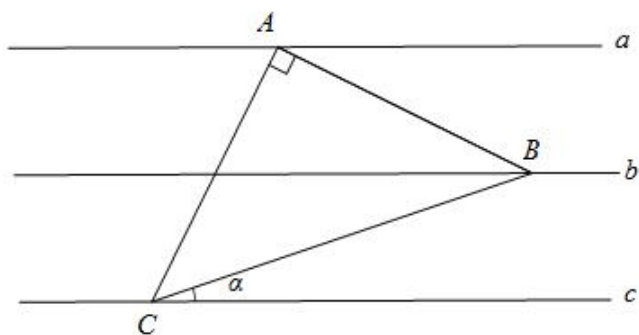
【详解】如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，
根据题意可知 $\angle EBA = 60^\circ$ ， $\angle FCA = 30^\circ$ ， $EB \perp BC$ ， $FC \perp BC$ ， $BC = 12$ ，
 $\therefore \angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC = \angle ACD - \angle ABD = 30^\circ$ ，
 $\therefore AC = BC = 12$ ，
 $\therefore CD = \frac{1}{2} AC = 6$ ，
 $\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$.



故答案为： $6\sqrt{3}$

【点睛】本题考查方向角的定义、三角形外角性质、含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理，三角形的一个外角，等于和它不相邻的两个内角的和； 30° 角所对的直角边，等于斜边的一半；熟练掌握相关性质及定义是解题关键.

17. 新定义：已知三条平行直线，相邻两条平行线间的距离相等，我们把三个顶点分别在这样的三条平行线上的三角形称为格线三角形. 如图，已知等腰 $Rt\triangle ABC$ 为“格线三角形”，且 $\angle BAC = 90^\circ$ ，那么直线 BC 与直线 c 的夹角 α 的余切值为_____.

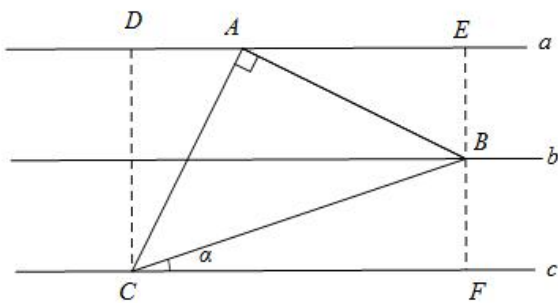


【答案】3

【解析】

【分析】过点 B 作 $BE \perp$ 直线 a 于点 E 延长 EB 交直线 c 于点 F ，过点 C 作 $CD \perp$ 直线 a 于点 D ，则 $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ ，设相邻两条平行线间的距离为 d ，根据新定义，可得 $CD = 2d$ ， $BE = BF = d$ ，再证得 $\triangle ACD \cong \triangle BAE$ ，可得 $AE = CD = 2d$ ， $AD = BE = d$ ，从而得到 $CF = 3d$ ，即可求解.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BE \perp$ 直线 a 于点 E 延长 EB 交直线 c 于点 F ，过点 C 作 $CD \perp$ 直线 a 于点 D ，则 $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ ，



设相邻两条平行线间的距离为 d ,

$\because$ 三条平行直线，相邻两条平行线间的距离相等，

$\therefore CD = 2d$,

$\because BE \perp$ 直线 a ， $a \parallel c$,

$\therefore BE \perp$ 直线 c ,

$\therefore BE = BF = d$,

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle CAD + \angle BAE = 90^\circ, \\
&\because \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ, \\
&\therefore \angle BAE = \angle ACD, \\
&\because AC = AB, \\
&\therefore \triangle ACD \cong \triangle BAE, \\
&\therefore AE = CD = 2d, \quad AD = BE = d, \\
&\therefore CF = DE = AE + AD = 3d, \\
&\therefore \cot \alpha = \frac{CF}{BF} = \frac{3d}{d} = 3.
\end{aligned}$$

故答案为：3

【点睛】本题主要考查了求余切值，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，做适当辅助线得到全等三角形是解题的关键。

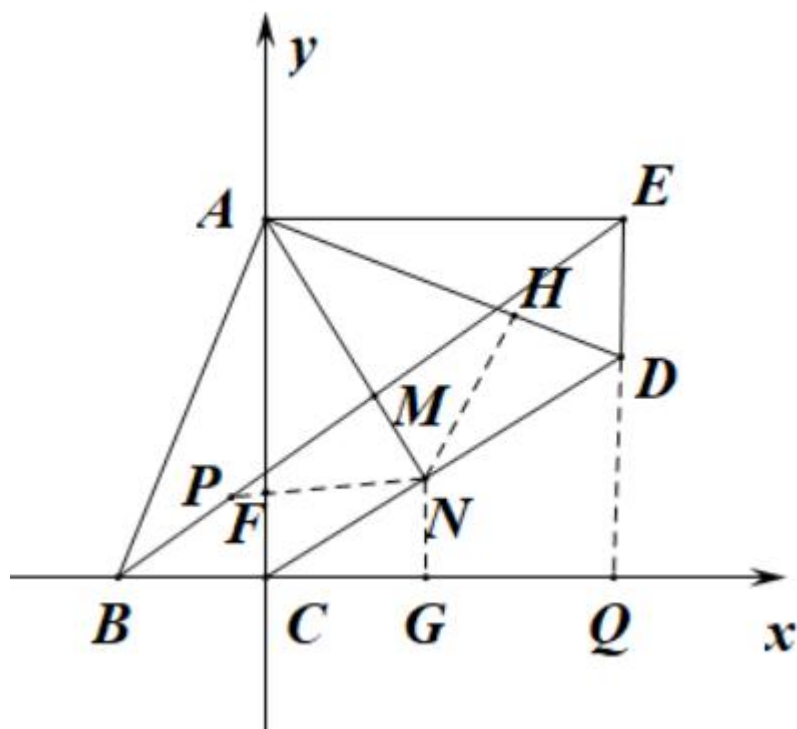
18. 如图，已知在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{5}{12}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得 $\triangle ADE$ ，点 B 落在点 D 处，点 C 落在点 E 处，联结 BE, CD ，作 $\angle CAD$ 的平分线 AN ，交线段 BE 于点 M ，交线段 CD 于点 N ，那么 $\frac{AM}{AN}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】根据题意以 C 为原点建立平面直角坐标系，过点 N 作 $NF \perp AC$ 延长交 BP 于点 P ， $NH \perp AD$ 交于点 H ， $NG \perp x$ 轴交于点 G ，过点 D 作 $DQ \perp x$ 轴交于点 Q ，由 $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{5}{12}$ 可设 $BC = 5k$ ， $AC = 12k$ ， $AB = 13k$ ，由旋转可得 $AE = AC = 12k$ ， $DE = BC = 5k$ ， $AB = AD = 13k$ ，则 $CQ = 12k$ ， $DQ = 7k$ ，写出点坐标，由角平分线的性质得 $NF = NH$ ，即可得出 $\frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle AND}} = \frac{AC}{AD} = \frac{12k}{13k} = \frac{12}{13}$ ，即可得 $\frac{CN}{DN} = \frac{12}{13}$ ，故可推出 $N(\frac{144k}{25}, \frac{84k}{25})$ ，求出点 P 坐标，由 $NF \perp AC$ 得 $\angle CFN = \angle CAE = 90^\circ$ ，推出 $AE \parallel PN$ ，故得 $\triangle MAE \sim \triangle MNP$ ，由相似三角形的性质即可得解。



$$\text{解得: } \begin{cases} m = \frac{12}{17} \\ n = \frac{60k}{17} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{12}{17}x + \frac{60k}{17},$$

$$\text{当 } y = \frac{84k}{25} \text{ 时, } \frac{12}{17}x + \frac{60k}{17} = \frac{84k}{25},$$

$$\text{解得: } x = -\frac{6k}{25},$$

$$\therefore P(-\frac{6k}{25}, \frac{84k}{25}),$$

$$\therefore NP = \frac{144k}{25} - (-\frac{6k}{25}) = 6k,$$

$$\because NF \perp AC, \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFN = \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \parallel PN,$$

$$\therefore \triangle MAE \sim \triangle MNP,$$

$$\therefore \frac{AM}{NM} = \frac{AE}{NP} = \frac{12k}{6k} = 2,$$

$$\therefore \frac{AM}{AN} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}.$$

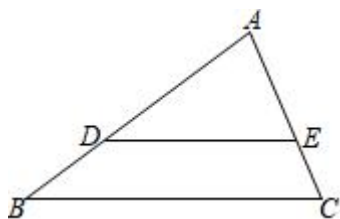
【点睛】本题考查旋转的性质、正切值、角平分线的性质以、用待定系数法求一次函数及相似三角形的判定与性质，根据题意建立出适当的坐标找线段长度是解题的关键.

三、解答题：(本大题共 7 题， 满分 78 分)

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上， $DE \parallel BC$ ，且 $DE = \frac{2}{3}BC$.

(1) 如果 $AC=6$ ，求 AE 的长；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，求向量 $\overrightarrow{DE}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



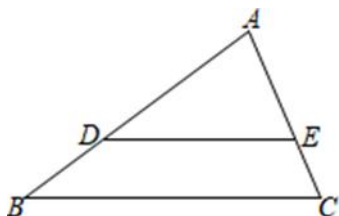
【答案】(1) 4; (2) $DE = \frac{2}{3}(b-a)$.

【解析】

【分析】(1) 由平行线截线段成比例求得 AE 的长度;

(2) 利用平面向量的三角形法则解答.

【详解】(1) 如图,



$\because DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}.$$

又 $AC=6$,

$\therefore AE=4$.

(2) $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$.

又 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{2}{3}BC$,

$$\therefore DE = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}(b-a)$$

【点睛】考查了平面向量, 需要掌握平面向量的三角形法则和平行向量的定义.

20. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

(1) 用配方法把二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标;

(2) 如果将该函数图像沿 y 轴向下平移 5 个单位, 所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B, 顶点为 C, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】(1) (1) 顶点式为 $y = 2(x-1)^2 + 3$, 图象开口向上, 对称轴为直线 $x=1$, 顶点坐标为 (1, 3);

(2) 2

【解析】

【分析】(1) 根据二次函数的图象与性质解答即可;

(2) 根据二次函数图象平移规律“上加下减”求得新抛物线的解析式, 求出 A、B、C 坐标即可求解.

【小问 1 详解】

解: (1) $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$,

$\therefore$ 该二次函数的顶点式为 $y = 2(x-1)^2 + 3$, 图象开口向上, 对称轴为直线 $x=1$, 顶点坐标为 $(1, 3)$;

【小问 2 详解】

解: 平移后的新抛物线的解析式为 $y = 2(x-1)^2 + 3 - 5 = 2(x-1)^2 - 2$,

$\therefore C(1, -2)$,

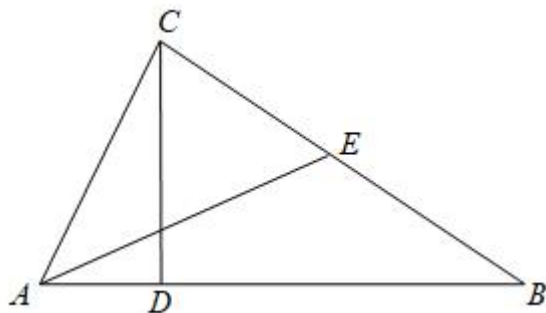
当 $y=0$ 时, 由 $2(x-1)^2 - 2 = 0$ 得: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$,

$\therefore A(2, 0)$, $B(0, 0)$, 即 $AB=2$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

【点睛】 本题考查二次函数的图象与性质、二次函数图象的平移、坐标与图形、二次函数与坐标轴的交点问题, 熟练掌握二次函数的图象与性质是解答的关键.

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , $AD = 2$, $BD = 6$, $\tan \angle B = \frac{2}{3}$, 点 E 是边 BC 的中点.



(1) 求边 AC 的长;

(2) 求 $\angle EAB$ 的正弦值.

【答案】 (1) $2\sqrt{5}$

(2) $\sin \angle EAB = \frac{2\sqrt{29}}{29}$

【解析】

【分析】 (1) 由 $BD = 6$, $\tan \angle B = \frac{2}{3}$ 求出 $CD = 4$, 在 $Rt\triangle ADC$ 中由勾股定理可求出 AC 的长;

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F , 证明 $\triangle BEF \sim \triangle BCD$, 根据相似三角形的性质求出 EF , DF 的长, 根据勾股定理求出 AE 的长, 再根据正弦的定义求解即可.

【小问 1 详解】

$$\because CD \perp AB$$

$\therefore \triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 均为直角三角形,

$$\because \tan \angle B = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{2}{3}$$

$$\because BD = 6,$$

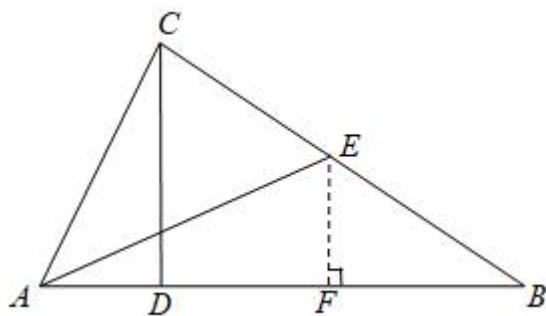
$$\therefore CD = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$\because AD = 2$$

$$\text{由勾股定理得, } AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

【小问 2 详解】

过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F , 如图,



$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore EF \parallel CD$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BCD$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{CD}$$

$\because$ 点 E 是边 BC 的中点

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\because CD = 4, BD = 6$$

$$\therefore EF = 2, BF = 3$$

$$\therefore DF = 3$$

$$\therefore AF = DF + DF = 2 + 3 = 5$$

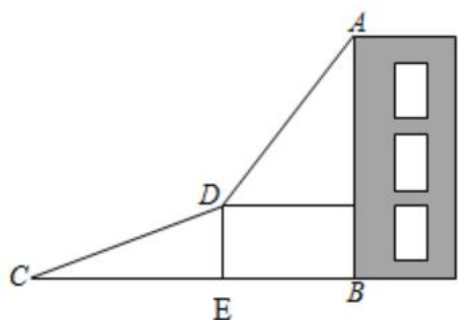
在 $Rt \triangle EAF$ 中, $\because AF^2 + EF^2 = AE^2$

$$\therefore AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$\therefore \sin \angle EAB = \frac{EF}{AE} = \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

【点睛】 本题主要考查了勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 解直角三角形等知识, 正确作出辅助线构造直角三角形是解答本题的关键.

22. 如图, 为了测量建筑物 AB 的高度, 先从与建筑物 AB 的底部 B 点水平相距 100 米的点 C 处出发, 沿斜坡 CD 行走至坡顶 D 处, 斜坡 CD 的坡度 $i = 1:3$, 坡顶 D 到 BC 的距离 $DE = 20$ 米, 在点 D 处测得建筑物顶端 A 点的仰角为 50° , 点 A, B, C, D, E 在同一平面内, 根据测量数据, 请计算建筑物 AB 的高度(结果精确到 1 米). (参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77, \cos 50^\circ \approx 0.64, \tan 50^\circ \approx 1.19$)



【答案】 建筑物 AB 的高度为 68 米

【解析】

【分析】 利用斜坡 CD 的坡度 (或坡比) 为 $i = 1:3$, 求出 CE 的长, 从而得出 BE , 再利用 $\tan 50^\circ$ 即可求出 AB 的长.

【详解】 解: $\because$ 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) 为 $i = 1:3$,

$$\therefore DE:CE = 1:3,$$

$$\because DE = 20 \text{ 米},$$

$$\therefore CE = 60 \text{ 米},$$

$$\because BC = 100 \text{ 米},$$

$$\therefore BE = 100 - 60 = 40 \text{ (米)},$$

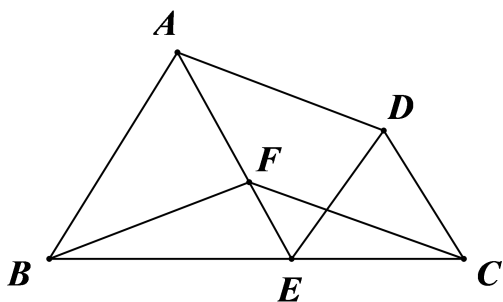
$$\therefore AB = \tan 50^\circ \times 40 + 20$$

$$\approx 68 \text{ (米)}.$$

答: 建筑物 AB 的高度为 68 米.

【点睛】 本题主要考查了解直角三角形的应用, 解题的关键是明确坡度、仰角、俯角是解题的关键.

23. 已知, 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD$, 点 E 在边 BC 上 $AE \parallel CD$, $DE \parallel AB$, 过点 C 作 $CF \parallel AD$, 交线段 AE 于点 F , 联结 BF .



(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle EAD$;

(2) 如果射线 BF 经过点 D , 求证: $BE^2 = EC \cdot BC$.

【答案】 (1) 证明见解析;

(2) 证明见解析.

【解析】

【分析】 (1) 由 $AE \parallel CD$ 可得出 $\angle AEB = \angle BCD$, 从而得出 $\angle AEB = \angle ABE$, 即证明 $AB = AE$. 由 $DE \parallel AB$ 可得出 $\angle DEC = \angle ABC$, $\angle BAF = \angle AED$, 从而得出 $\angle DEC = \angle ECD$, 即证明 $DE = CD$. 由平行四边形的判定条件可知四边形 $AFCD$ 为平行四边形, 即证明 $AF = CD$, 从而得出 $AF = DE$. 最后利用“SAS”即可直接证明 $\triangle ABF \cong \triangle EAD$.

(2) 连接 DF . 由 $AE \parallel CD$, 可证明 $\triangle BEF \sim \triangle BCD$, 即得出 $\frac{BE}{BC} = \frac{EF}{CD}$, $\frac{EC}{BE} = \frac{DF}{BF}$. 再由 $DE \parallel AB$, 可证明 $\triangle DEF \sim \triangle BAF$, 即得出 $\frac{EF}{AF} = \frac{DF}{BF}$, 结合 $AF = CD$, 从而得出 $\frac{EC}{BE} = \frac{EF}{CD}$, 最后即得到 $\frac{BE}{BC} = \frac{EC}{BE}$, 即证明了 $BE^2 = EC \cdot BC$.

【小问 1 详解】

证明: $\because AE \parallel CD$,

$\therefore \angle AEB = \angle BCD$, $AF \parallel CD$,

$\therefore \angle AEB = \angle ABC$, 即 $\angle AEB = \angle ABE$,

$\therefore AB = AE$.

$\because DE \parallel AB$,

$\therefore \angle DEC = \angle ABC$, $\angle BAF = \angle AED$,

$\therefore \angle DEC = \angle BCD$, 即 $\angle DEC = \angle ECD$,

$\therefore DE = CD$.

又 $\because CF \parallel AD$,

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 为平行四边形,

$\therefore AF = CD$,

$\therefore AF = DE$,

$$\therefore \text{在} \triangle ABF \text{ 和 } \triangle EAD \text{ 中, } \begin{cases} AB = EA \\ \angle BAF = \angle AED, \\ AF = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle EAD(SAS).$$

【小问 2 详解】

证明：如图，连接 DF .

$\because$ 射线 BF 经过点 D ,

$\therefore$ 点 B 、 F 、 D 共线.

$\because AE \parallel CD$, 即 $EF \parallel CD$,

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BCD$,

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{EF}{CD}, \frac{EC}{BE} = \frac{DF}{BF}.$$

$\because DE \parallel AB$,

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BAF$,

$$\therefore \frac{EF}{AF} = \frac{DF}{BF},$$

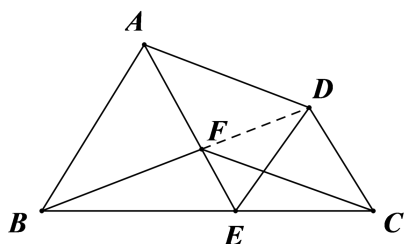
$$\therefore \frac{EC}{BE} = \frac{EF}{AF}.$$

$\because AF = CD$,

$$\therefore \frac{EC}{BE} = \frac{EF}{CD},$$

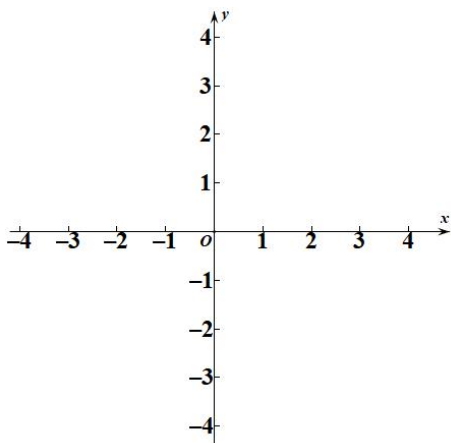
$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{EC}{BE},$$

$$\therefore BE^2 = EC \cdot BC.$$



【点睛】 本题考查平行线的性质，平行四边形的判定和性质，全等三角形的判定，三角形相似的判定和性质。利用数形结合的思想是解答本题的关键。

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$ ，点 P 是该抛物线在第一象限内一点，联结 AP, BC , AP 与线段 BC 相交于点 F 。



- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 设抛物线的对称轴与线段 BC 交于点 E , 如果点 F 与点 E 重合, 求点 P 的坐标;
- (3) 过点 P 作 $PG \perp x$ 轴, 垂足为点 G , PG 与线段 BC 交于点 H , 如果 $PF = PH$, 求线段 PH 的长度.

【答案】(1) $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

(2) $P(3, 2)$

(3) $\frac{15}{8}$

【解析】

【分析】(1) 将点 $A(-1, 0)$ 和点 $C(0, 2)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 即可求解;

(2) 分别求出 $B(4, 0)$ 和直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$, 可得 $E(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$, 再求直线 AE 的解析式为

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \text{ 联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}, \text{ 即可求点 } P(3, 2);$$

(3) 设 $P(t, -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2)$, 则 $H(t, -\frac{1}{2}t + 2)$, 则 $PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t$, 用待定系数法求出直线 AP 的解析

$$\text{式为 } y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2}, \text{ 联立 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2} \end{cases}, \text{ 可求出 } F(\frac{t}{5-t}, \frac{20-5t}{10-2t}), \text{ 直线 } AP \text{ 与 } y \text{ 轴交点 } E(0, \frac{4-t}{2}),$$

则 $CE = \frac{t}{2}$, 再由 $PF = PH$, 可得 $CE = EF$, 则有方程 $(\frac{t}{2})^2 = (\frac{t}{5-t})^2 + (\frac{20-5t}{10-2t} - \frac{4-t}{2})^2$, 求出 $t = \frac{5}{2}$, 即

$$\text{可求 } PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t = \frac{15}{8}.$$

【小问 1 详解】

解: 将点 $A(-1,0)$ 和点 $C(0,2)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2} - b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2;$$

【小问 2 详解】

解: $\because y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = \frac{3}{2},$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0,$$

解得 $x = -1$ 或 $x = 4$,

$$\therefore B(4,0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + m$,

$$\therefore \begin{cases} 4k + m = 0 \\ m = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 2,$$

$$\therefore E\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right),$$

设直线 AE 的解析式为 $y = k'x + n$,

$$\therefore \begin{cases} -k' + n = 0 \\ \frac{3}{2}k' + n = \frac{5}{4} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k' = \frac{1}{2} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2},$$

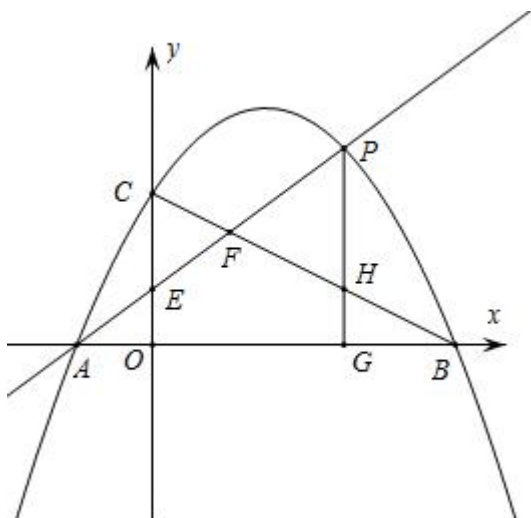
$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \end{cases},$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = -1 \text{ (舍)},$$

$$\therefore P(3, 2);$$

【小问 3 详解】

解:



$$\text{设 } P(t, -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2), \text{ 则 } H(t, -\frac{1}{2}t + 2),$$

$$\therefore PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t,$$

$$\text{设直线 } AP \text{ 的解析式为 } y = k_1x + b_1,$$

$$\therefore \begin{cases} -k_1 + b_1 = 0 \\ k_1t + b_1 = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k_1 = \frac{4-t}{2} \\ b_1 = \frac{4-t}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2},$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2} \end{cases},$$

$$\therefore x = \frac{t}{5-t},$$

$$\therefore F\left(\frac{t}{5-t}, \frac{20-5t}{10-2t}\right),$$

直线 AP 与 y 轴交点 $E(0, \frac{4-t}{2})$,

$$\therefore CE = 2 - \frac{4-t}{2} = \frac{t}{2},$$

$$\therefore PF = PH,$$

$$\therefore \angle PFH = \angle PHF,$$

$$\therefore PG \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle ECF = \angle PHF,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle PFH,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CFE,$$

$$\therefore CE = EF,$$

$$\therefore \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \left(\frac{t}{5-t}\right)^2 + \left(\frac{20-5t}{10-2t} - \frac{4-t}{2}\right)^2,$$

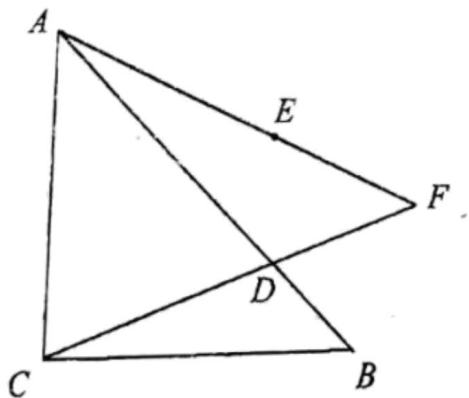
$$\therefore (4-t)^2 + 4 = (5-t)^2,$$

$$\therefore t = \frac{5}{2},$$

$$\therefore PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t = \frac{15}{8}.$$

【点睛】本题是二次函数的综合题，解题的关键是熟练掌握二次函数的图象及性质，会求二次函数的交点坐标，本题计算量较大，准确的计算也是解题的关键.

25. 如图，已知在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 5$ ，点 D 为射线 AB 上一动点，且 $BD < AD$ ，点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E ，射线 AE 与射线 CD 交于点 F .



(1) 当点 D 在边 AB 上时，

① 求证： $\angle AFC = 45^\circ$;

②延长 AF 与边 CB 的延长线相交于点 G ，如果 $\triangle EBG$ 与 $\triangle BDC$ 相似，求线段 BD 的长；

(2) 联结 CE, BE ，如果 $S_{\triangle ACE} = 12$ ，求 $S_{\triangle ABE}$ 的值.

【答案】(1) ①见解析；② $5\sqrt{2} - 5$

(2) 3 或 4

【解析】

【分析】(1) ① 如图 1，连接 CE, DE ，根据题意，得到 $CB=CE=CA$ ，利用等腰三角形的底角与顶角的关系，三角形外角的性质，可以证明；

②连接 BE ，交 CD 于定 Q ，利用三角形外角的性质，确定 $\triangle DCB \sim \triangle BGE$ ，利用相似，证明 $\triangle ABG$ 是等腰三角形， $\triangle ABE$ 是等腰三角形， $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形，用 BE 表示 GE ，后用相似三角形的性质求解即可；

(2) 分点 D 在 AB 上和 AB 的延长上，两种情形，运用等腰三角形的性质，勾股定理分别计算即可.

【小问 1 详解】

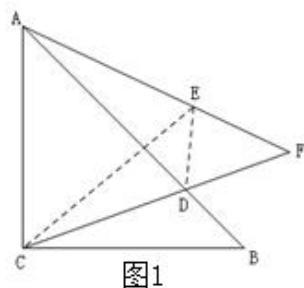
① 如图 1，连接 CE, DE ，

$\because$ 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E ，

$\therefore CE=CB, BD=DE, \angle ECD=\angle BCD, \angle ACE=90^\circ-2\angle ECD$ ，

$\because AC=BC$ ，

$\therefore AC=EC$ ，



$\therefore \angle AEC=\angle ACE$ ，

$\because 2\angle AEC=180^\circ-\angle ACE=180^\circ-90^\circ+2\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AEC=45^\circ+\angle ECD$ ，

$\because \angle AEC=\angle AFC+\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AEC=45^\circ+\angle ECD=\angle AFC+\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AFC=45^\circ$ ；

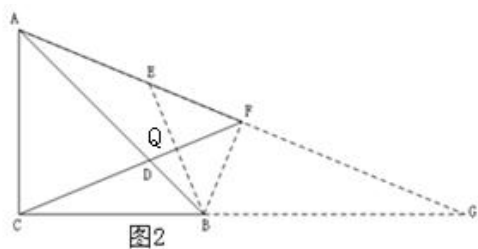
②连接 BE ，交 CD 于定 Q ，

根据①得 $\angle EAB=\angle DCB, \angle AFC=45^\circ$ ，

$\because$ 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E ，

$\therefore \angle EFC=\angle BFC=45^\circ, CF \perp BE$ ，

$$\begin{aligned}
&\therefore BF \perp AG, \triangle BEF \text{ 是等腰直角三角形, } BF=EF, \\
&\because \angle BEG > \angle EAB, \triangle EBG \text{ 与 } \triangle BDC \text{ 相似,} \\
&\therefore \triangle DCB \sim \triangle BGE, \\
&\therefore \angle EAB = \angle DCB = \angle BGE, \angle DBC = \angle BEG = 45^\circ, \\
&\therefore AB = BG, \angle EAB + \angle EBA = \angle EAB + \angle BGE, \\
&\therefore \angle EAB = \angle EBA = \angle BGE, \\
&\therefore AE = BE = \sqrt{2} BF = \sqrt{2} EF, \\
&\because BF \perp AG, \\
&\therefore AF = FG = AE + EF = BE + EF = BE + \frac{\sqrt{2}}{2} BE = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} BE, \\
&\therefore GE = EF + FG = \frac{\sqrt{2}}{2} BE + \frac{2 + \sqrt{2}}{2} BE = (1 + \sqrt{2}) BE, \\
&\therefore \frac{BE}{GE} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1,
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&\because \triangle DCB \sim \triangle BGE, \\
&\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BC}{GE}, \\
&\therefore BD = \frac{BE}{GE} BC, \\
&\therefore BD = (\sqrt{2} - 1) \times 5 = 5\sqrt{2} - 5,
\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

过点 C 作 $CM \perp AE$, 垂足为 M ,

根据①②知, $\triangle ACE$ 是等腰三角形, $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AM = ME, BF \perp AF,$$

设 $AM = ME = x$, $CM = y$,

$$\because AC = BC = 5, \angle ACB = 90^\circ, S_{\triangle ACE} = 12,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = AC^2 = 25, AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}, xy = 12,$$

$$\therefore (x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$=25+2\times 12=49,$$

$$\therefore x+y=7 \text{ 或 } x+y=-7 \text{ (舍去);}$$

$$\therefore (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$=25-2\times 12=1,$$

$$\therefore x-y=1 \text{ 或 } x-y=-1;$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=-1 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=-1 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore AE=8 \text{ 或 } AE=6,$$

当点 D 在 AB 上时, 如图 3 所示, $AE=6$,

设 $BF=EF=m$,

$$\therefore AB^2 = AF^2 + BF^2,$$

$$\therefore (5\sqrt{2})^2 = (m+6)^2 + m^2,$$

解得 $m=1$, $m=-7$ (舍去),

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3;$$

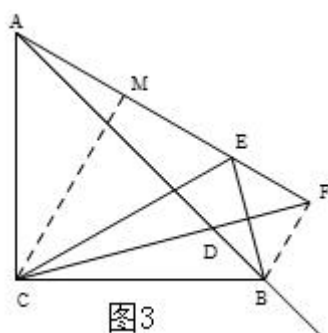


图3

当点 D 在 AB 的延长线上时, 如图 4 所示, $AE=8$,

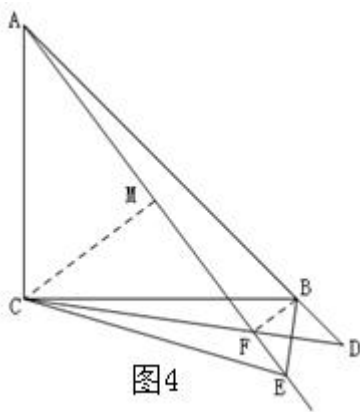


图 4

设 $BF=EF=n$,

$$\therefore AB^2 = AF^2 + BF^2,$$

$$\therefore (5\sqrt{2})^2 = (8-n)^2 + n^2,$$

解得 $n=1$, $n=7$ (舍去),

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4;$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = 3 \text{ 或 } S_{\triangle ABE} = 4.$$

【点睛】 本题考查了轴对称的性质，等腰直角三角形的判定性质，等腰三角形的判定和性质，完全平方公式，勾股定理，三角形相似的判定和性质，一元二次方程的解法，分类思想，熟练掌握勾股定理，三角形的相似，一元二次方程的解法是解题的关键.