

2020 年上海市嘉定区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.（4 分）下列四个选项，其中的数不是分数的选项是（ ）

- A. $-4\frac{1}{2}$ B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 50%

2.（4 分）当 $x \neq 0$ 时，下列运算正确的是（ ）

- A. $x^3 + x^2 = x^5$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $(x^3)^2 = x^9$ D. $x^3 \div x^2 = x$

3.（4 分）下列关于二次函数 $y = x^2 - 3$ 的图象与性质的描述，不正确的是（ ）

- A. 该函数图象的开口向上
B. 函数值 y 随着自变量 x 的值的增大而增大
C. 该函数图象关于 y 轴对称
D. 该函数图象可由函数 $y = x^2$ 的图象平移得到

4.（4 分）一组数据：3，4，4，5，如果再添加一个数据 4，那么会发生变化的统计量是（ ）

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

5.（4 分）下列图形，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 线段 B. 矩形 C. 等腰梯形 D. 圆

6.（4 分）下列四个命题中，真命题是（ ）

- A. 一组对边平行，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形
B. 一组对角相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形
C. 一组邻边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形
D. 一组对边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

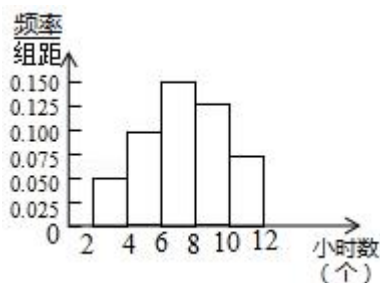
7.（4 分）化简 $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} =$ _____.

8.（4 分）函数 $y = \frac{1}{2x+3}$ 的定义域是_____.

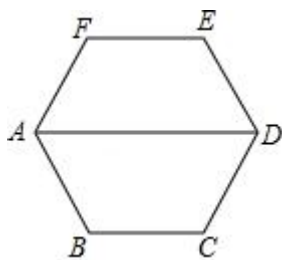
9.（4 分）分解因式 $4x^2 - 4x + 1 =$ _____.

10.（4 分）方程 $\sqrt{x-2} = 3$ 的根是_____.

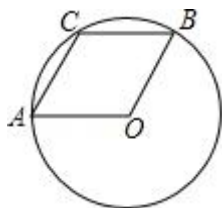
11. (4分) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(1, 3)$, 那么当 $x < 0$ 时, 函数值 y 随自变量 x 的值的增大而_____ (从“增大”或“减小”中选择).
12. (4分) 一个不透明的布袋中有 2 个红球和 4 个黑球, 它们除颜色外其他都相同, 那么从该布袋中随机取出 1 个球恰好是红球的概率为_____.
13. (4分) 半径长为 2 的半圆的弧长为_____ (计算结果保留 π).
14. (4分) 为了调查 A 学校 2400 名学生的某一周阅读课外书籍的时间 t (单位: 时), 一个数学课外活动小组随机调查了 A 学校 120 名学生该周阅读课外书籍的时间 t (单位: 时), 并绘制成如图所示的频率分布直方图 (列频数分布表时, 执行了“每个小组可含最小值, 不含最大值”的约定). 请根据以上信息, 估计 A 学校该周阅读课外书籍的时间位于 $8 \leq t < 10$ 之间的学生人数大约为_____人.



15. (4分) 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, 如果向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AD}$ 用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示为_____.

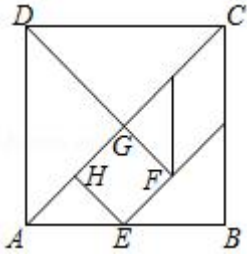


16. (4分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, 其中点 C 是劣弧 $\widehat{AB}$ 的中点. 请添加一个条件, 使得四边形 $AOBC$ 是菱形, 所添加的这个条件可以是_____ (使用数学符号语言表达).



17. (4分) 七巧板由五个等腰直角三角形与两个平行四边形 (其中的一个平行四边形是正方形) 组成. 用七巧板可以拼出丰富多彩的图形, 图中的正方形 $ABCD$ 就是由七巧板拼

成的，那么正方形 $EFGH$ 的面积与正方形 $ABCD$ 的面积比值为_____.



18. (4分) 定义：如果三角形的两个内角 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 满足 $\angle \alpha = 2\angle \beta$ ，那么，我们将这样的三角形称为“倍角三角形”. 如果一个等腰三角形是“倍角三角形”，那么这个等腰三角形的腰长与底边长的比值为_____.

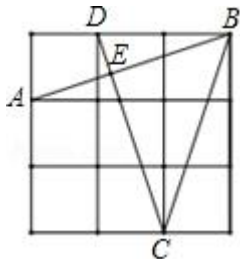
三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10分) 计算： $|\sqrt{3}-1| - \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3})^2$.

20. (10分) 解分式方程： $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

21. (10分) 如图所示的方格纸是由 9 个大小完全一样的小正方形组成的. 点 A 、 B 、 C 、 D 均在方格纸的格点 (即图中小正方形的顶点) 上, 线段 AB 与线段 CD 相交于点 E . 设图中每个小正方形的边长均为 1.

- (1) 求证： $AB \perp CD$;
- (2) 求 $\sin \angle BCD$ 的值.



22. (10 分) 已知汽车燃油箱中的 y (单位: 升) 与该汽车行驶里程数 x (单位: 千米) 是一次函数关系. 贾老师从某汽车租赁公司租借了一款小汽车, 拟去距离出发地 600 公里的目的地旅游 (出发之前, 贾老师往该汽车燃油箱内注满了油). 行驶了 200 千米之后, 汽车燃油箱中的剩余油量为 40 升; 又行驶了 100 千米, 汽车燃油箱中的剩余油量为 30 升.

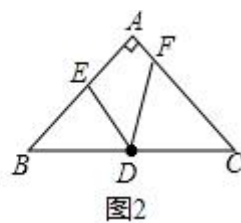
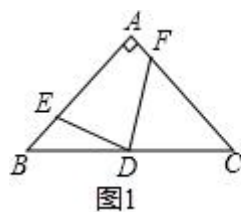
(1) 求 y 关于 x 的函数关系式 (不要求写函数的定义域);

(2) 当汽车燃油箱中的剩余油量为 8 升的时候, 汽车仪表盘上的燃油指示灯就会亮起来. 在燃油指示灯亮起来之前, 贾老师驾驶该车可否抵达目的地? 请通过计算说明.

23. (12 分) 已知: $\triangle ABC$, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 在边 AB 上 (点 E 不与点 A 、 B 重合), 点 F 在边 AC 上, 联结 DE 、 DF .

(1) 如图 1, 当 $\angle EDF = 90^\circ$ 时, 求证: $BE = AF$;

(2) 如图 2, 当 $\angle EDF = 45^\circ$ 时, 求证: $\frac{DE^2}{DF^2} = \frac{BE}{CF}$.

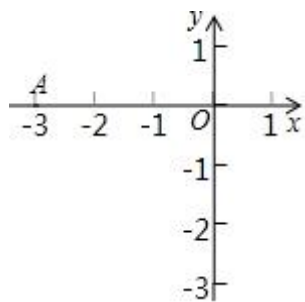


24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知经过点 $A(-3, 0)$ 的抛物线 $y = ax^2 + 2ax - 3$ 与 y 轴交于点 C , 点 B 与点 A 关于该抛物线的对称轴对称, D 为该抛物线的顶点.

(1) 直接写出该抛物线的对称轴以及点 B 的坐标、点 C 的坐标、点 D 的坐标;

(2) 联结 AD 、 DC 、 CB , 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 联结 AC . 如果点 E 在该抛物线上, 过点 E 作 x 轴的垂线, 垂足为 H , 线段 EH 交线段 AC 于点 F . 当 $EF = 2FH$ 时, 求点 E 的坐标.

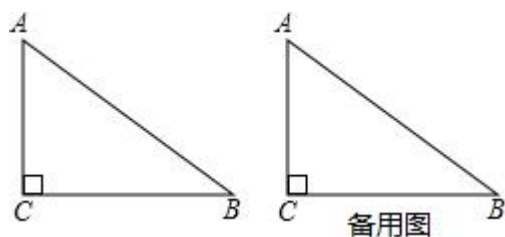


25. (14分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $\cos B = \frac{4}{5}$. 动点 D 从点 A 出发沿着射线 AC 的方向以每秒 1cm 的速度移动, 动点 E 从点 B 出发沿着射线 BA 的方向以每秒 2cm 的速度移动. 已知点 D 和点 E 同时出发, 设它们运动的时间为 t 秒. 联结 BD .

(1) 当 $AD = AB$ 时, 求 $\tan \angle ABD$ 的值;

(2) 以 A 为圆心, AD 为半径画 $\odot A$; 以点 B 为圆心、 BE 为半径画 $\odot B$. 讨论 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的位置关系, 并写出相对应的 t 的值.

(3) 当 $\triangle BDE$ 为直角三角形时, 直接写出 $\tan \angle CBD$ 的值.



2020 年上海市嘉定区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上．】

1.（4 分）下列四个选项，其中的数不是分数的选项是（ ）

- A. $-4\frac{1}{2}$ B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 50%

【分析】依据实数的分类方法进行判断即可．

【解答】解：A、 $-4\frac{1}{2}$ 是分数，与要求不符；

B、 $\frac{22}{7}$ 是分数，与要求不符；

C、 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数，不是分数，与要求相符；

D、 $50\% = \frac{1}{2}$ 是分数，与要求不符．

故选：C．

【点评】本题主要考查的是实数的分类，掌握实数的相关概念和分类方法是解题的关键．

2.（4 分）当 $x \neq 0$ 时，下列运算正确的是（ ）

- A. $x^3 + x^2 = x^5$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $(x^3)^2 = x^9$ D. $x^3 \div x^2 = x$

【分析】分别根据合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加；幂的乘方法则：底数不变，指数相乘；同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减进行计算即可．

【解答】解：A、不能合并，故原题计算错误；

B、 $x^3 \cdot x^2 = x^5$ ，故原题计算错误；

C、 $(x^3)^2 = x^6$ ，故原题计算错误；

D、 $x^3 \div x^2 = x$ ，故原题计算正确；

故选：D．

【点评】此题主要考查了合并同类项、同底数幂的乘除法、幂的乘方，关键是熟练掌握各计算法则．

3.（4 分）下列关于二次函数 $y = x^2 - 3$ 的图象与性质的描述，不正确的是（ ）

- A. 该函数图象的开口向上
 B. 函数值 y 随着自变量 x 的值的增大而增大
 C. 该函数图象关于 y 轴对称
 D. 该函数图象可由函数 $y = x^2$ 的图象平移得到

【分析】根据二次函数的性质逐一判断即可得.

【解答】解：A、由 $a = 1 > 0$ 知抛物线开口向上，此选项描述正确；

B、 $\because$ 抛物线的开口向上且对称轴为 y 轴， $\therefore$ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而证得，故此选项描述错误；

由 $y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$ 知抛物线的顶点坐标为 $(1, 1)$ ，此选项错误；

C、 $\because$ 抛物线的对称轴为 y 轴， $\therefore$ 该函数图象关于 y 轴对称，此选项描述正确；

D、该函数图象可由函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 3 个单位得到，此选项描述正确；

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数的性质，利用二次函数的性质及二次函数图象平移的规律逐一分析四个选项的正误是解题的关键.

4. (4 分) 一组数据：3，4，4，5，如果再添加一个数据 4，那么会发生变化的统计量是 ()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【分析】依据的定义和公式分别计算新旧两组数据的平均数、中位数、众数、方差求解即可.

【解答】解：原数据的 3，4，5，4 的平均数为 $\frac{3+4+5+4}{4} = 4$ ，中位数为 4，众数为 4，

方差为 $\frac{1}{4} \times [(3-4)^2 + (4-4)^2 \times 2 + (5-4)^2] = 0.5$ ；

新数据 3，4，4，4，5 的平均数为 $\frac{3+4+4+4+5}{5} = 4$ ，中位数为 4，众数为 4，方差为 $\frac{1}{5} \times$

$[(3-4)^2 + (4-4)^2 \times 3 + (5-4)^2] = 0.4$ ；

故选：D.

【点评】本题主要考查的是众数、中位数、方差、平均数，熟练掌握相关概念和公式是解题的关键.

5. (4 分) 下列图形，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

- A. 线段 B. 矩形 C. 等腰梯形 D. 圆

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念判断即可.

【解答】解：A、线段是轴对称图形也是中心对称图形；

B、矩形是轴对称图形也是中心对称图形；

C、等腰梯形是轴对称图形但不是中心对称图形；

D、圆是轴对称图形也是中心对称图形；

故选：C.

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

6. (4 分) 下列四个命题中，真命题是 ()

A. 一组对边平行，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

B. 一组对角相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

C. 一组邻边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

D. 一组对边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

【分析】根据平行四边形的判定进行判断即可.

【解答】解：A、一组对边平行，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形，是真命题；

B、一组对角相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形不一定是平行四边形，原命题是假命题；

C、一组邻边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形不一定是平行四边形，原命题是假命题；

D、一组对边相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形不一定是平行四边形，原命题是假命题；

故选：A.

【点评】本题考查了命题与定理和平行四边形的判定，解题的关键是了解平行四边形的几个判定定理，难度不大.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 化简 $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{5}{x}$.

【分析】原式利用同分母分式的加法法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{5}{x}$ ，

故答案为： $\frac{5}{x}$

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8. (4分) 函数 $y = \frac{1}{2x+3}$ 的定义域是 $x \neq -\frac{3}{2}$ ．

【分析】根据题目中的函数解析式，可知 $2x+3 \neq 0$ ，从而可以求得 x 的取值范围．

【解答】解： $\because$ 函数 $y = \frac{1}{2x+3}$ ，

$\therefore 2x+3 \neq 0$ ，

解得， $x \neq -\frac{3}{2}$ ，

故答案为： $-\frac{3}{2}$ ．

【点评】本题考查反比例函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答．

9. (4分) 分解因式 $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ ．

【分析】直接利用完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 分解即可．

【解答】解： $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ ．

【点评】本题考查用公式法进行因式分解的能力，要会熟练运用完全平方公式分解因式．

10. (4分) 方程 $\sqrt{x-2} = 3$ 的根是 $x = 11$ ．

【分析】把方程两边平方，再解整式方程，然后进行检验确定原方程的解．

【解答】解：两边平方得 $x - 2 = 9$ ，解得 $x = 11$ ，

经检验 $x = 11$ 为原方程的解．

故答案为 $x = 11$ ．

【点评】本题考查了无理方程：解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法．常用的方法有：乘方法，配方法，因式分解法，设辅助元素法，利用比例性质法等．用乘方法（即将方程两边各自乘同次方来消去方程中的根号）来解无理方程，往往会产生增根，应注意验根．

11. (4分) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(1, 3)$ ，那么当 $x < 0$ 时，函数值 y 随自变量 x 的值的增大而 减小 （从“增大”或“减小”中选择）．

【分析】根据题意，利用待定系数法解出 $k = 3$ ，再根据 k 值的正负确定函数值的增减性．

【解答】解：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(1, 3)$,

所以 $k = 1 \times 3 = 3 > 0$,

所以当 $x < 0$ 时, y 的值随自变量 x 值的增大而减小.

故答案为：减小.

【点评】本题考查了运用待定系数法求反比例函数的表达式和反比例函数的性质，解题时注意：当 $k > 0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

12. (4分) 一个不透明的布袋中有 2 个红球和 4 个黑球，它们除颜色外其他都相同，那么从该布袋中随机取出 1 个球恰好是红球的概率为 $\frac{1}{3}$.

【分析】由布袋中有 2 个红球和 3 个黑球，它们除颜色外其他都相同，直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解： $\because$ 布袋中有 2 个红球和 4 个黑球，它们除颜色外其他都相同，

$\therefore$ 从布袋中取出 1 个球恰好是红球的概率为： $\frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

13. (4分) 半径长为 2 的半圆的弧长为 2π (计算结果保留 π).

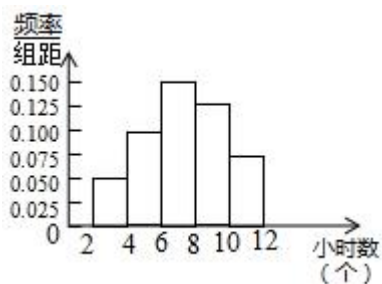
【分析】根据弧长的计算公式计算即可.

【解答】解：由弧长公式得， $\frac{180 \cdot \pi \times 2}{180} = 2\pi$,

故答案为： 2π .

【点评】本题考查了弧长的计算，熟练掌握弧长的计算公式是解题的关键.

14. (4分) 为了调查 A 学校 2400 名学生的某一周阅读课外书籍的时间 t (单位：时)，一个数学课外活动小组随机调查了 A 学校 120 名学生该周阅读课外书籍的时间 t (单位：时)，并绘制成如图所示的频率分布直方图 (列频数分布表时，执行了“每个小组可含最小值，不含最大值”的约定). 请根据以上信息，估计 A 学校该周阅读课外书籍的时间位于 $8 \leq t < 10$ 之间的学生人数大约为 600 人.



【分析】根据直方图给出的数据先求出 $8 \leq t < 10$ 的频率，再用该校的总人数乘以 $8 \leq t < 10$ 的频率即可得出答案．

【解答】解：∵ 组距是 2，

∴ $8 \leq t < 10$ 的频率是 $0.125 \times 2 = 0.25$ ，

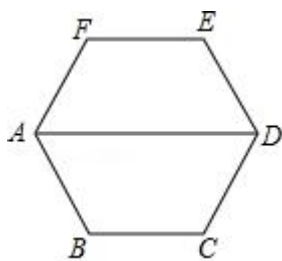
∵ A 学校共有 2400 名学生，

∴ A 学校该周阅读课外书籍的时间位于 $8 \leq t < 10$ 之间的学生人数大约为： $2400 \times 0.25 = 600$ （人）；

故答案为：600．

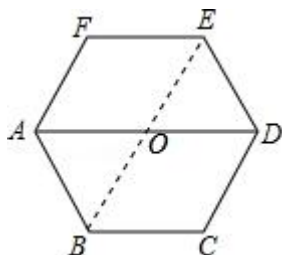
【点评】本题考查了频数分布直方图和用样本估计总体，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．

- 15.（4 分）如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中，如果向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{AD}$ 用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示为 $2\vec{a} + 2\vec{b}$ ．



【分析】如图，连接 BE 交 AD 于 O ．则 $\triangle AOB$ 是等边三角形， $OA = OD$ ，根据三角形法则求出 $\overrightarrow{AO}$ 即可解决问题．

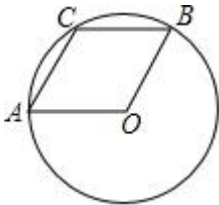
【解答】解：如图，连接 BE 交 AD 于 O ．



$\because ABCDEF$ 是正六边形,
 $\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形, $AO = OD$,
 $\therefore \angle FAO = \angle AOB = 60^\circ$, $OB = AB = AF$,
 $\therefore AF \parallel OB$,
 $\therefore \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AF} = \vec{b}$,
 $\therefore \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{a} + \vec{b}$,
 $\therefore AD = 2AO$,
 $\therefore \overrightarrow{AD} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$,
 故答案为 $2\vec{a} + 2\vec{b}$.

【点评】 本题考查正多边形与圆，平面向量，等边三角形的判定和性质，平行线的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

16. (4 分) 如图，点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上，其中点 C 是劣弧 $\widehat{AB}$ 的中点．请添加一个条件，使得四边形 $AOBC$ 是菱形，所添加的这个条件可以是 $AC = AO$ 或 $AC = OA$ 或 $\angle AOB = 120^\circ$ 或 $OA \parallel CB$ 等 (使用数学符号语言表达)．



【分析】 利用圆心角、弧、弦的关系得到 $AC = BC$ ，然后根据菱形的判定方法添加条件．

【解答】 解： $\because$ 点 C 是劣弧 $\widehat{AB}$ 的中点，

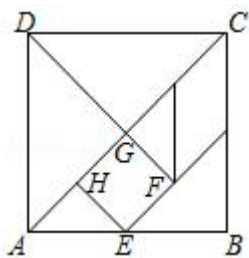
$\therefore AC = BC$,
 $\therefore$ 当添加 $AC = OA$ 时， $OA = OB = AC = BC$ ，四边形 $OACB$ 为菱形；
 当添加 $\angle AOB = 120^\circ$ 时，四边形 $OACB$ 为菱形；
 当添加 $OA \parallel CB$ 时，四边形 $OACB$ 为菱形．

故答案为 $AC = AO$ 或 $AC = OA$ 或 $\angle AOB = 120^\circ$ 或 $OA \parallel CB$ 等．

【点评】 本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了菱形的性质．

17. (4 分) 七巧板由五个等腰直角三角形与两个平行四边形 (其中的一个平行四边形是正

方形)组成.用七巧板可以拼出丰富多彩的图形,图中的正方形 $ABCD$ 就是由七巧板拼成的,那么正方形 $EFGH$ 的面积与正方形 $ABCD$ 的面积比值为 $\frac{1}{8}$.



【分析】 四边形 $EFGH$ 是正方形, $\triangle AEH$ 是等腰直角三角形, 即可得出 $AH = HE = HG$, 设 $AH = HG = 1$, 则 $AG = 2$, 即可得到正方形 $EFGH$ 的面积为 1, 正方形 $ABCD$ 的面积为 8, 进而得出结论.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $EFGH$ 是正方形, $\triangle AEH$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore AH = HE = HG$,

设 $AH = HG = 1$, 则 $AG = 2$, 正方形 $EFGH$ 的面积为 1,

$\because \triangle ADG$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AD = \sqrt{2}AG = 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的面积为 8,

$\therefore$ 正方形 $EFGH$ 的面积与正方形 $ABCD$ 的面积比值为 $\frac{1}{8}$,

故答案为: $\frac{1}{8}$.

【点评】 本题主要考查了正方形的性质以及等腰直角三角形的性质, 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质.

18. (4 分) 定义: 如果三角形的两个内角 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 满足 $\angle \alpha = 2\angle \beta$, 那么, 我们将这样的三角形称为“倍角三角形”. 如果一个等腰三角形是“倍角三角形”, 那么这个等腰三角形的腰长与底边长的比值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

【分析】 若等腰三角形的三个内角 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 、 $\angle \beta$, 利用 $\angle \alpha + 2\angle \beta = 180^\circ$ 和 $\angle \alpha = 2\angle \beta$ 得 $\beta = 45^\circ$, 此“倍角三角形”为等腰直角三角形, 从而得到腰长与底边长的比值; 若等腰三角形的三个内角 $\angle \alpha$ 、 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$, 利用 $2\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$ 和 $\angle \alpha = 2\angle \beta$ 得 $\beta = 36^\circ$, 如图, $\angle B = \angle C = 72^\circ$, $\angle A = 36^\circ$, 作 $\angle ABC$ 的平分线 BD , 则 $\angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$, 易得 $DA = DB = CB$, 再证明 $\triangle BDC \sim \triangle ACB$, 利用相似比得到 $BC:AC = CD:BC$, 等量

代换得到 $BC: AC = (AC - BC): BC$ ，然后解关于 AC 的方程 $AC^2 - AC \cdot BC - BC^2 = 0$ 得 AC 与 BC 的比值即可。

【解答】解：若等腰三角形的三个内角 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 、 $\angle \beta$ ，

$$\because \angle \alpha + 2\angle \beta = 180^\circ, \quad \angle \alpha = 2\angle \beta,$$

$$\therefore 4\angle \beta = 180^\circ, \quad \text{解得 } \beta = 45^\circ,$$

$\therefore$ 此“倍角三角形”为等腰直角三角形，

$$\therefore \text{腰长与底边长的比值为 } \frac{\sqrt{2}}{2};$$

若等腰三角形的三个内角 $\angle \alpha$ 、 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ ，

$$\because 2\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ, \quad \angle \alpha = 2\angle \beta,$$

$$\therefore 5\angle \beta = 180^\circ, \quad \text{解得 } \beta = 36^\circ,$$

如图， $\angle B = \angle C = 72^\circ$ ， $\angle A = 36^\circ$ ，作 $\angle ABC$ 的平分线 BD ，则 $\angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$ ，

$$\therefore DA = DB,$$

$$\because \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle C,$$

$$\therefore BD = BC,$$

即 $DA = DB = CB$ ，

$$\because \angle CBD = \angle A, \quad \angle BCD = \angle ACB,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore BC: AC = CD: BC,$$

即 $BC: AC = (AC - BC): BC$ ，

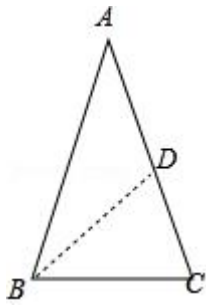
$$\text{整理得 } AC^2 - AC \cdot BC - BC^2 = 0, \quad \text{解得 } AC = \frac{1+\sqrt{5}}{2}BC,$$

$$\text{即 } \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}+1}{2},$$

$$\text{此时腰长与底边长的比值为 } \frac{\sqrt{5}+1}{2},$$

综上所述，这个等腰三角形的腰长与底边长的比值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 。

$$\text{故答案为 } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$



【点评】 本题考查了黄金分割：把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$)，且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项（即 $AB:AC = AC:BC$ ），叫做把线段 AB 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点．其中 $AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB \approx 0.618AB$ ，并且线段 AB 的黄金分割点有两个．也考查了等腰三角形的性质．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）计算： $|\sqrt{3}-1|-\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}+(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{3})^2$.

【分析】 先根据二次根式的乘法法则和二次根式的性质计算，再利用绝对值和完全平方公式计算，然后合并即可．

【解答】 解：原式 $= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{2 \times 6} + 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 3$
 $= \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 3$
 $= \sqrt{3}.$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算，先把二次根式化为最简二次根式，然后合并同类二次根式即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

20.（10 分）解分式方程： $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

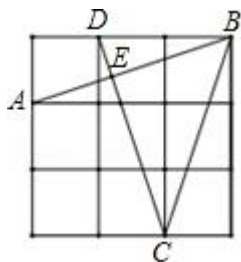
【解答】 解：去分母得： $(x+2)^2 - 16 = x - 2$ ，
 整理得： $x^2 + 3x - 10 = 0$ ，即 $(x-2)(x+5) = 0$ ，
 解得： $x = 2$ 或 $x = -5$ ，
 经检验 $x = 2$ 是增根，分式方程的解为 $x = -5$ ．

【点评】 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．

21. (10分) 如图所示的方格纸是由9个大小完全一样的小正方形组成的. 点 A 、 B 、 C 、 D 均在方格纸的格点(即图中小正方形的顶点)上, 线段 AB 与线段 CD 相交于点 E . 设图中每个小正方形的边长均为1.

(1) 求证: $AB \perp CD$;

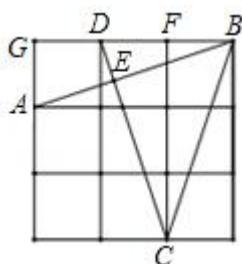
(2) 求 $\sin \angle BCD$ 的值.



【分析】 (1) 证明 $\triangle BAG \cong \triangle CDF$ (SAS), 可得 $\angle BAG = \angle CDF$, 根据同角的余角相等可得结论;

(2) 根据勾股定理先计算 CD 和 BC 的长, 根据面积法可得 BE 的长, 最后由三角函数定义可得结论.

【解答】 (1) 证明: 如图,



$$\because AG = DF = 1, \angle G = \angle CFD = 90^\circ, BG = CF = 3,$$

$$\therefore \triangle BAG \cong \triangle CDF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAG = \angle CDF,$$

$$\text{又} \because \angle BAG + \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = 180^\circ - (\angle CDF + \angle ABG) = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp CD;$$

$$(2) \text{解: 在 Rt}\triangle CFD \text{ 中, } \because DF = 1, CF = 3,$$

$$\therefore CD = \sqrt{1+3^2} = \sqrt{10},$$

$$\text{同理, } BC = \sqrt{10},$$

$$\because S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot CF = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3,$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}CD \cdot BE = \frac{\sqrt{10}}{2}BE,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{2}BE = 3,$$

$$\text{解得 } BE = \frac{3}{5}\sqrt{10},$$

$$\therefore \sin \angle BCD = \frac{BE}{BC} = \frac{3}{5}.$$

【点评】 本题考查网格型问题，还考查了三角形全等的性质和判定，勾股定理和三角函数，解题的关键是根据面积法和数形结合的思想解决问题，属于中考常考题型.

22. (10分) 已知汽车燃油箱中的 y (单位: 升) 与该汽车行驶里程数 x (单位: 千米) 是一次函数关系. 贾老师从某汽车租赁公司租借了一款小汽车, 拟去距离出发地 600 公里的目的地旅游 (出发之前, 贾老师往该汽车燃油箱内注满了油). 行驶了 200 千米之后, 汽车燃油箱中的剩余油量为 40 升; 又行驶了 100 千米, 汽车燃油箱中的剩余油量为 30 升.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式 (不要求写函数的定义域);

(2) 当汽车燃油箱中的剩余油量为 8 升的时候, 汽车仪表盘上的燃油指示灯就会亮起来. 在燃油指示灯亮起来之前, 贾老师驾驶该车可否抵达目的地? 请通过计算说明.

【分析】 (1) 利用待定系数法解答即可;

(2) 把 $y = 8$ 代入 (1) 的结论解答即可.

【解答】 解: (1) 设 y 关于 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ 由题意, 得
$$\begin{cases} 40 = 200k + b \\ 30 = 300k + b \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{10} \\ b = 60 \end{cases}$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{10}x + 60$;

(2) 当 $y = 8$ 时, $8 = -\frac{1}{10}x + 60$,

解得 $x = 520$.

$\because 520 < 600$,

$\therefore$ 在燃油指示灯亮起来之前, 贾老师驾驶该车不能抵达目的地.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 已知函数值求自变量的值, 读懂题目信息, 理解

剩余油量的表示是解题的关键.

23. (12分) 已知: $\triangle ABC$, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 在边 AB 上 (点 E 不与点 A 、 B 重合), 点 F 在边 AC 上, 联结 DE 、 DF .

(1) 如图 1, 当 $\angle EDF=90^\circ$ 时, 求证: $BE=AF$;

(2) 如图 2, 当 $\angle EDF=45^\circ$ 时, 求证: $\frac{DE^2}{DF^2}=\frac{BE}{CF}$.

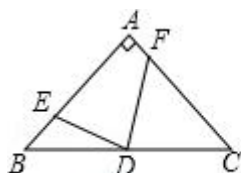


图1

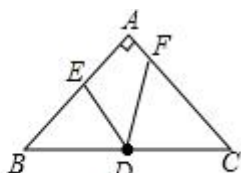


图2

【分析】 (1) 连接 AD , 证 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ (ASA), 即可得出结论;

(2) 证明 $\triangle BDE \sim \triangle CFD$. 得出 $\frac{BE}{CD} = \frac{BD}{CF} = \frac{DE}{DF}$, 得出 $\frac{BE}{CD} \cdot \frac{BD}{CF} = (\frac{DE}{DF})^2$, 由 $BD=CD$, 即可得出结论.

【解答】 证明: (1) 连接 AD , 如图 1 所示:

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ,$$

$\because$ 点 D 是边 BC 的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC = BD, AD \perp BC, \angle BAD = \angle CAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle CAD,$$

$$\because \angle EDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF + \angle ADE = 90^\circ$$

$$\because \angle BDE + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ADF,$$

$$\text{在 } \triangle BDE \text{ 和 } \triangle ADF \text{ 中, } \begin{cases} \angle B = \angle CAD \\ BD = AD \\ \angle BDE = \angle ADF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ADF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = AF;$$

$$(2) \because \angle BDF = \angle BDE + \angle EDF, \angle BDF = \angle C + \angle CFD,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle EDF = \angle C + \angle CFD.$$

又 $\because \angle C = \angle EDF = 45^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle CFD$,

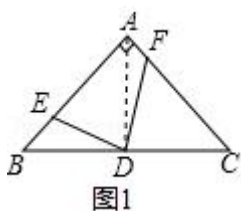
$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CFD$.

$$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{BD}{CF} = \frac{DE}{DF},$$

$$\therefore \frac{BE}{CD} \cdot \frac{BD}{CF} = \left(\frac{DE}{DF}\right)^2,$$

又 $\because BD = CD$,

$$\therefore \frac{DE^2}{DF^2} = \frac{BE}{CF}.$$



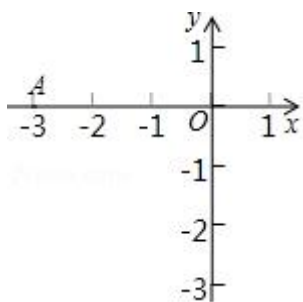
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的性质等知识；熟练掌握等腰直角三角形的性质，证明三角形全等和三角形相似是解题的关键.

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知经过点 $A(-3, 0)$ 的抛物线 $y = ax^2 + 2ax - 3$ 与 y 轴交于点 C , 点 B 与点 A 关于该抛物线的对称轴对称, D 为该抛物线的顶点.

(1) 直接写出该抛物线的对称轴以及点 B 的坐标、点 C 的坐标、点 D 的坐标;

(2) 联结 AD 、 DC 、 CB , 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 联结 AC . 如果点 E 在该抛物线上, 过点 E 作 x 轴的垂线, 垂足为 H , 线段 EH 交线段 AC 于点 F . 当 $EF = 2FH$ 时, 求点 E 的坐标.



【分析】 (1) 该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{-2a}{2a} = -1$, 而点 $A(-3, 0)$, 求出点 B 的坐标, 进而求解;

(2) 将四边形 $ABCD$ 的面积分解为 $\triangle DAM$ 、梯形 $DMOC$ 、 $\triangle BOC$ 的面积和，即可求解；

(3) 设点 $E(x, x^2+2x-3)$ ，则点 $F(x, -x-1)$ ，求出 EF 、 FH 长度的表达式，即可求解。

【解答】 解：(1) $\because$ 该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{-2a}{2a} = -1$ ，而点 $A(-3, 0)$ ，

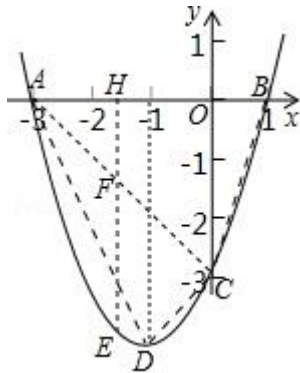
$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(1, 0)$ ，

$\because c = -3$ ，故点 C 的坐标为 $(0, -3)$ ，

$\because$ 函数的对称轴为 $x = -1$ ，故点 D 的坐标为 $(-1, -4)$ ；

(2) 过点 D 作 $DM \perp AB$ ，垂足为 M ，

则 $OM = 1$ ， $DM = 4$ ， $AM = 2$ ， $OB = 1$ ，



$$\therefore S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} AM \cdot DM = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$$

$$\therefore S_{\text{梯形}OCDM} = \frac{1}{2} (OC + DM) \cdot OM = \frac{1}{2} (3 + 4) \times 1 = \frac{7}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ADM} + S_{\text{梯形}OCDM} + S_{\triangle OBC} = 4 + \frac{7}{2} + \frac{3}{2} = 9;$$

(3) 设直线 AC 的表达式为： $y = kx + b$ ，则 $\begin{cases} b = -3 \\ -3k + b = 0 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} k = -1 \\ b = -3 \end{cases}$ ，

故直线 AC 的表达式为： $y = -x - 3$ ，

将点 A 的坐标代入抛物线表达式得： $9a - 6a - 3 = 0$ ，解得： $a = 1$ ，

故抛物线的表达式为： $y = x^2 + 2x - 3$ ，

设点 $E(x, x^2 + 2x - 3)$ ，则点 $F(x, -x - 3)$ ，

则 $EF = (-x - 3) - (x^2 + 2x - 3) = -x^2 - 3x$ ， $FH = x + 3$ ，

$\therefore EF = 2FH$ ，

$\therefore -x^2 - 3x = 2(x+3)$, 解得: $x = -2$ 或 -3 (舍去 -3),

故 $m = -2$,

故点 E 的坐标为: $(-2, -3)$.

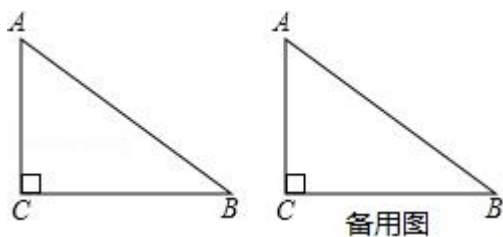
【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.

25. (14 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $\cos B = \frac{4}{5}$. 动点 D 从点 A 出发沿着射线 AC 的方向以每秒 1cm 的速度移动, 动点 E 从点 B 出发沿着射线 BA 的方向以每秒 2cm 的速度移动. 已知点 D 和点 E 同时出发, 设它们运动的时间为 t 秒. 联结 BD .

(1) 当 $AD = AB$ 时, 求 $\tan \angle ABD$ 的值;

(2) 以 A 为圆心, AD 为半径画 $\odot A$; 以点 B 为圆心、 BE 为半径画 $\odot B$. 讨论 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的位置关系, 并写出相对应的 t 的值.

(3) 当 $\triangle BDE$ 为直角三角形时, 直接写出 $\tan \angle CBD$ 的值.

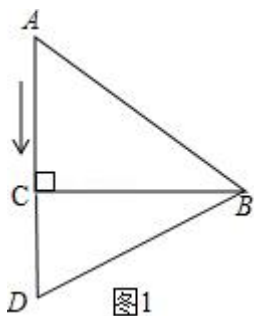


【分析】 (1) 先根据三角函数定义可得 $BC = 4$, 由勾股定理计算 $AC = 3$, 最后证明 $\angle ABD = \angle D$, 计算 $\angle D$ 的正切即可;

(2) 分情况讨论, 根据两圆外离, 外切, 相交, 内切, 内含的定义可得结论;

(3) 当 $\triangle BDE$ 为直角三角形时, 分 D 在线段 AC 上和射线 AC 上两种情况, 再分 $\angle BDE = 90^\circ$ 和 $\angle DBE = 90^\circ$ 分别画图, 根据三角形相似和三角函数列比例式可解决问题.

【解答】 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中,



$$\because \angle ACB = 90^\circ, AB = 5, \cos B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BC = AB \cdot \cos \angle ABC = 5 \times \frac{4}{5} = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

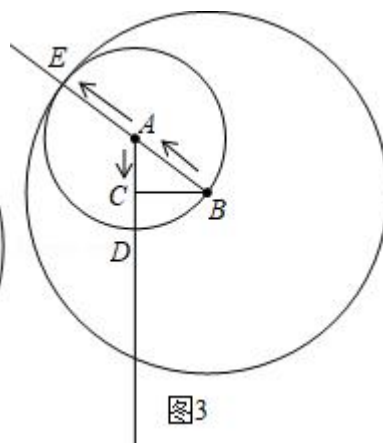
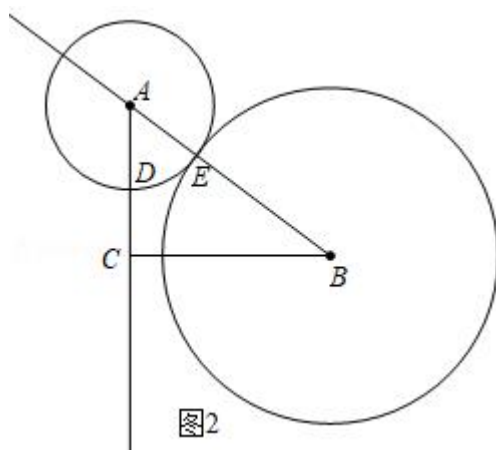
当 $AD = AB = 5$ 时, $\angle ABD = \angle D$,

$$\therefore CD = AD - AC = 5 - 3 = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \tan \angle D = \frac{BC}{CD} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \tan \angle D = 2;$$

(2) 如图 2, $\odot A$ 经过点 E , 两圆外切,



由题意得: $AD = t, BE = 2t$,

$$\therefore t + 2t = 5,$$

$$\text{解得: } t = \frac{5}{3},$$

①当两圆外离时, 由题意得 $5 > 3t$, 解得 $0 < t < \frac{5}{3}$;

②当两圆外切时, 如图 2, $t = \frac{5}{3}$;

③当两圆相交时, 由题意得 $t < 5 < 3t$, 解得 $\frac{5}{3} < t < 5$;

④当两圆内切时, 如图 3, 由题意得 $2t - t = 5$, 解得 $t = 5$;

⑤当两圆内含时, 由题意得 $0 \leq 5 < t$, 解得 $t > 5$;

(3) ①当 D 在线段 AC 上, 且 $\angle BED = 90^\circ$ 时, 如图 4,

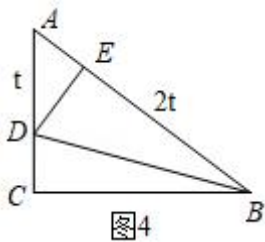


图4

$$\because \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即 } \frac{3}{5} = \frac{5-2t}{t},$$

$$\text{解得: } t = \frac{25}{13},$$

$$\therefore CD = 3 - \frac{25}{13} = \frac{14}{13},$$

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{7}{26};$$

②当D在线段AC上, 且 $\angle BDE = 90^\circ$, 如图5, 过E作 $EF \parallel BC$, 交AC于F,

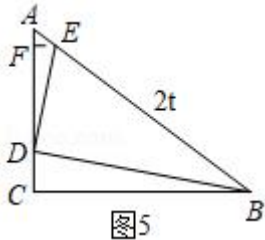


图5

$$\therefore AE = 5 - 2t,$$

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}, \text{ 即 } \frac{5-2t}{5} = \frac{AF}{3} = \frac{EF}{4},$$

$$\therefore AF = 3 - \frac{6}{5}t, \quad EF = 4 - \frac{8}{5}t,$$

$$\because AD = t,$$

$$\therefore CD = 3 - t, \quad DF = AD - AF = t - (3 - \frac{6}{5}t) = \frac{11}{5}t - 3,$$

$$\because \angle BDE = \angle EDF + \angle CDB = \angle CDB + \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle CBD,$$

$$\because \angle EFD = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EFD \sim \triangle DCB,$$

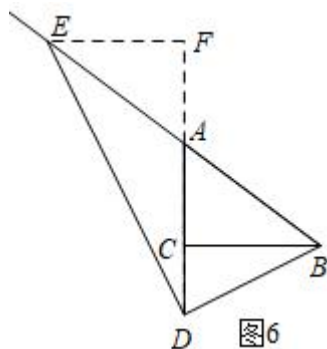
$$\therefore \frac{EF}{DC} = \frac{FD}{CB}, \text{ 即 } \frac{4 - \frac{8}{5}t}{3 - t} = \frac{\frac{11}{5}t - 3}{4},$$

$$\therefore 4(4 - \frac{8}{5}t) = (3 - t)(\frac{11}{5}t - 3),$$

解得： $t_1 = 5$ (舍), $t_2 = \frac{25}{11}$,

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BC} = \frac{3 - \frac{25}{11}}{4} = \frac{2}{11};$$

③当 D 在线段 AC 的延长线上, 且 $\angle BDE = 90^\circ$ 时, 如图 6, 过 E 作 $EF \perp AC$, 交 CA 的延长线于 F ,



$\because EF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}, \text{ 即 } \frac{2t-5}{5} = \frac{AF}{3} = \frac{EF}{4},$$

$$\therefore AF = \frac{6}{5}t - 3, \quad EF = \frac{8}{5}t - 4,$$

$\because AD = t$,

$$\therefore CD = t - 3, \quad DF = AD + AF = t + \left(\frac{6}{5}t - 3\right) = \frac{11}{5}t - 3,$$

同理得 $\triangle EFD \sim \triangle DCB$,

$$\therefore \frac{EF}{DC} = \frac{FD}{CB}, \text{ 即 } \frac{\frac{8}{5}t - 4}{t - 3} = \frac{\frac{11}{5}t - 3}{4},$$

$$\therefore 4\left(\frac{8}{5}t - 4\right) = (t - 3)\left(\frac{11}{5}t - 3\right),$$

解得： $t_1 = 5$, $t_2 = \frac{25}{11}$ (舍),

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{CB} = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2};$$

④当 D 在线段 AC 的延长线上, 且 $\angle DBE = 90^\circ$ 时, 如图 7,

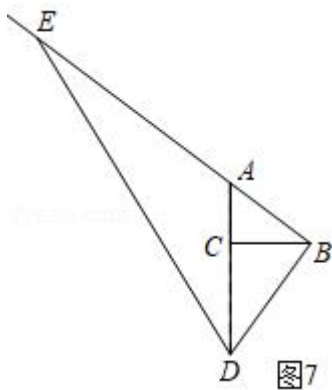


图7

$$\because \angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle CDB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CDB,$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \tan \angle CDB = \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{CD}, \text{ 即 } \frac{3}{4} = \frac{4}{t-3},$$

$$\text{解得: } t = \frac{25}{3},$$

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BC} = \frac{4}{3};$$

综上, $\tan \angle CBD$ 的值是 $\frac{7}{26}$ 或 $\frac{2}{11}$ 或 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{4}{3}$.

【点评】此题是圆和三角形的综合题, 主要考查了相似三角形的性质和判定, 两圆的位置关系, 解直角三角形, 动点运动问题, 是中考压轴题, 难度偏大, 正确利用相似三角形的判定进行解答是解题关键.