

2020-2021 学年上海市黄浦区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似，又 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，那么 $\angle D$ 不可能是（ ）

- A. 40° B. 60° C. 80° D. 100°

2.（4 分）抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 不经过（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.（4 分）对于锐角 α ，下列等式中成立的是（ ）

- A. $\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha$ B. $\cos \alpha = \tan \alpha \cdot \cot \alpha$
C. $\tan \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha$ D. $\cot \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

4.（4 分）已知向量 $\vec{a}$ 与非零向量 $\vec{e}$ 方向相同，且其模为 $|\vec{e}|$ 的 2 倍；向量 $\vec{b}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反，且其模为 $|\vec{e}|$ 的 3 倍，则下列等式中成立的是（ ）

- A. $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b}$ D. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$

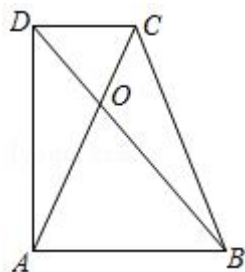
5.（4 分）小明准备画一个二次函数的图象，他首先列表（如下表），但在填写函数值时，

不小心把其中一个蘸上了墨水（表中 ），那么这个被蘸上了墨水的函数值是（ ）

x	$\dots$	-1	0	1	2	3	$\dots$
y	$\dots$		3	4	3	0	$\dots$

- A. -1 B. 3 C. 4 D. 0

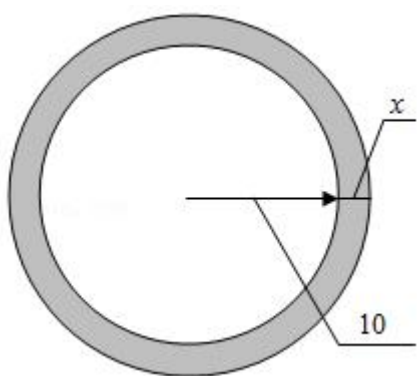
6.（4 分）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，对角线的交点为点 O 。如果梯形 $ABCD$ 的两底边长不变，而腰长发生变化，那么下列量中不变的是（ ）



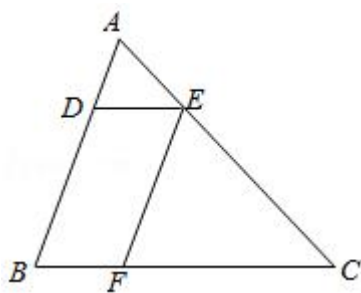
- A. 点 O 到边 AB 的距离 B. 点 O 到边 BC 的距离
C. 点 O 到边 CD 的距离 D. 点 O 到边 DA 的距离

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4分) 已知三角形的三边长为 a 、 b 、 c ，满足 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ ，如果其周长为 36，那么该三角形的最大边长为_____.
8. (4分) 已知线段 MN 的长为 4，点 P 是线段 MN 的黄金分割点，那么较长线段 MP 的长是_____.
9. (4分) 已知一个直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 6，则该三角形的重心到其直角顶点的距离是_____.
10. (4分) 已知一个锐角的正切值比余切值大，且两者之和是 $3\frac{1}{3}$ ，则这个锐角的正切值为_____.
11. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 8$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.
12. (4分) 已知点 P 位于第二象限内， $OP = 5$ ，且 OP 与 x 轴负半轴夹角的正切值为 2，则点 P 的坐标是_____.
13. (4分) 如果视线与水平线之间的夹角为 36° ，那么该视线与铅垂线之间的夹角为_____度.
14. (4分) 已知二次函数图象经过点 $(3, 4)$ 和 $(7, 4)$ ，那么该二次函数图象的对称轴是直线_____.
15. (4分) 如图，一个管道的截面图，其内径（即内圆半径）为 10 分米，管壁厚为 x 分米，假设该管道的截面（阴影）面积为 y 平方分米，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____。（不必写定义域）



16. (4分) 如图，点 D 、 E 、 F 分别位于 $\triangle ABC$ 的三边上，且 $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，如果 $\triangle ADE$ 的面积为 2， $\triangle CEF$ 的面积为 8，那么四边形 $BFED$ 的面积是_____.



17. (4分) 如果抛物线 $y = x^2 + (b+3)x + 2c$ 的顶点为 (b, c) , 那么该抛物线的顶点坐标是_____.

18. (4分) 已知一个矩形的两邻边长之比为 $1:2.5$, 一条平行于边的直线将该矩形分为两个小矩形, 如果所得两小矩形相似, 那么这两个小矩形的相似比为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

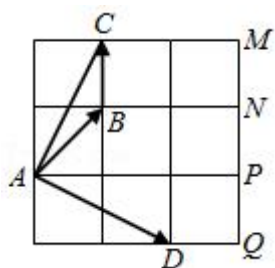
19. (10分) 计算: $3|\tan 30^\circ - 1| + \frac{2}{\cot 30^\circ - 1} - \frac{\sin^2 60^\circ}{\cos^2 45^\circ}$.

20. (10分) 将二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的图象向右平移 3 个单位, 求所得图象的函数解析式; 请结合以上两个函数图象, 指出当自变量 x 在什么取值范围内时, 上述两个函数中恰好其中一个的函数图象是上升的, 而另一个的函数图象是下降的.

21. (10分) 如图, 一个 3×3 的网格, 其中点 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 、 P 、 Q 均为网格点.

(1) 在点 M 、 N 、 P 、 Q 中, 哪个点和点 A 、 B 所构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 请说明理由;

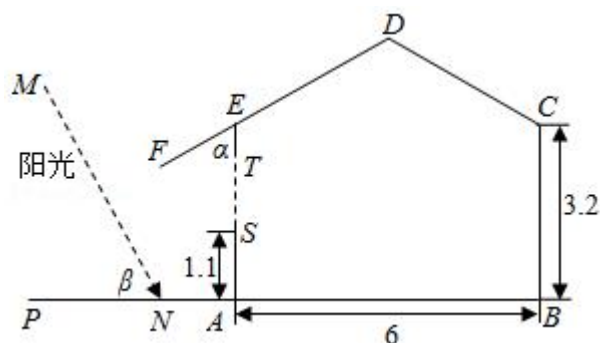
(2) $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 写出向量 $\overrightarrow{AD}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式.



22. (10分) 如图, 是小明家房屋的纵截面图, 其中线段 AB 为屋内地面, 线段 AE 、 BC 为房屋两侧的墙, 线段 CD 、 DE 为屋顶的斜坡. 已知 $AB = 6$ 米, $AE = BC = 3.2$ 米, 斜坡 CD 、 DE 的坡比均为 $1:2$.

(1) 求屋顶点 D 到地面 AB 的距离;

(2) 已知在墙 AE 距离地面 1.1 米处装有窗 ST , 如果阳光与地面的夹角 $\angle MNP = \beta = 53^\circ$, 为了防止阳光通过窗 ST 照射到屋内, 所以小明请门窗公司在墙 AE 端点 E 处安装一个旋转式遮阳棚 (如图中线段 EF), 公司设计的遮阳棚可作 90° 旋转, 即 $0^\circ < \angle FET = \alpha \leq 90^\circ$, 长度为 1.4 米, 即 $EF = 1.4$ 米. 试问: 公司设计的遮阳棚是否能达到小明的要求? 说说你的理由. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{5} \approx 2.24$, $\sqrt{10} \approx 3.16$, $\sin 53^\circ = 0.8$, $\cos 53^\circ = 0.6$, $\tan 53^\circ = \frac{4}{3}$).



23. (12 分) 某班级的“数学学习小组心得分享课”上, 小智跟同学们分享了关于梯形的两个正确的研究结论:

①如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 过对角线交点的直线与两底分别交于点 M 、 N , 则 $\frac{AM}{DM} = \frac{CN}{BN}$;

②如图 2, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 过两腰延长线交点 P 的直线与两底分别交于点 K 、 L , 则 $\frac{AK}{DK} = \frac{BL}{CL}$.

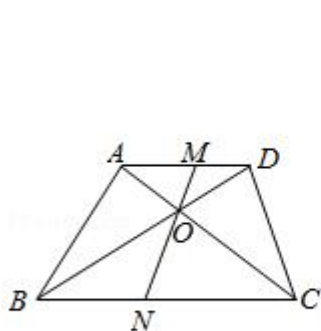


图1

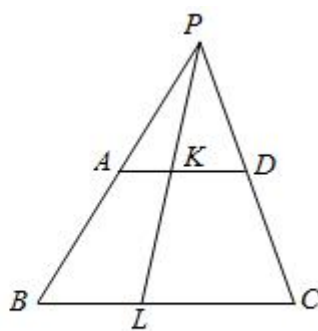


图2

接着小明也跟同学们分享了关于梯形的一个推断:

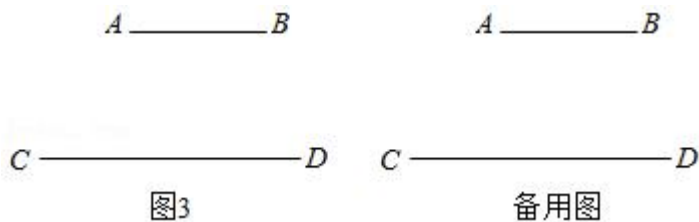
过梯形对角线交点且平行于底边的直线被梯形两腰所截, 截得的线段被梯形对角线的交点平分.

(1) 经讨论, 大家都认为小明所给出的推断是正确的. 请你结合图示 (见答题卷) 写出

已知、求证，并给出你的证明；

(2) 小组还出了一个作图题考同学们：只用直尺将图 3 中两条平行的线段 AB 、 CD 同时平分。请保留作图过程痕迹，并说明你作图方法的正确性（可以直接运用小智和小明得到的正确结论）。

（注意：请务必在试卷的图示中完成作图草稿，在答题卷上直接用 2B 铅笔或水笔完成作图，不要涂改。）



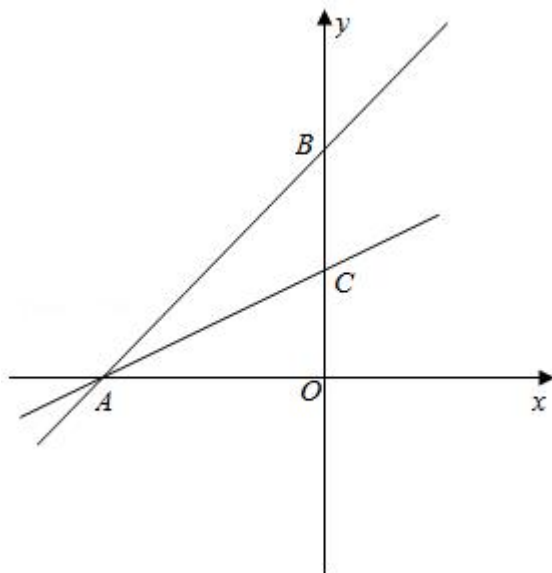
24. (12 分) 如图，平面直角坐标系内直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，点 C 是线段 OB 的中点。

(1) 求直线 AC 的表达式；

(2) 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 C ，且其顶点位于线段 OA 上（不含端点 O 、 A ）。

① 用含 b 的代数式表示 a ，并写出 $\frac{1}{b}$ 的取值范围；

② 设该抛物线与直线 $y = x + 4$ 在第一象限内的交点为点 D ，试问： $\triangle DBC$ 与 $\triangle DAC$ 能否相似？如果能，请求此时抛物线的表达式；如果不能，请说明理由。



25. (14 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD = 4$ ， $CB = CD = 3$ ， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ，点 M 、 N 是边 AB 、 AD 上的动点，且 $\angle MCN = \frac{1}{2} \angle BCD$ ， CM 、 CN 与对角线 BD 分别交于点 P 、 Q 。

2020-2021 学年上海市黄浦区九年级（上）期末数学试卷（一模）

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似，又 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，那么 $\angle D$ 不可能是（ ）

- A. 40° B. 60° C. 80° D. 100°

【分析】根据相似三角形的性质进行解答即可.

【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle D = 40^\circ$ 或 $\angle B = \angle D = 60^\circ$ 或 $\angle C = \angle D = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$ ，

故选：D.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，关键是相似三角形的对应角相等解答.

2.（4 分）抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 不经过（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】根据函数的解析式求出函数图象的顶点坐标和与坐标轴的交点坐标，再逐个判断即可.

【解答】解： $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1 = -(x - 1)(x - 3)$ ，

顶点坐标是 $(2, 1)$ ，即函数图象的顶点在第一象限，

抛物线与 x 轴的交点坐标是 $(1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = -3$ ，

即与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$ ，

所以抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 的图象不经过第二象限，

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数的图象和性质，二次函数图象上点的坐标特征，能熟记二次函数的性质是解此题的关键.

3.（4 分）对于锐角 α ，下列等式中成立的是（ ）

- A. $\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha$ B. $\cos \alpha = \tan \alpha \cdot \cot \alpha$
C. $\tan \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha$ D. $\cot \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

【分析】根据锐角三角函数的定义，分别验证每个选项的正误即可.

【解答】解：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，设 $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ，

有 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ ， $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ ， $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ ， $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ ，于是：

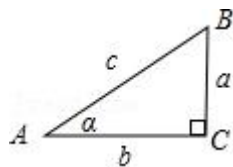
$$A. \quad \cos \alpha \cdot \tan \alpha = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{c} = \sin \alpha, \text{ 因此选项 } A \text{ 符合题意;}$$

$$B. \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \neq \cos \alpha, \text{ 因此选项 } B \text{ 不符合题意;}$$

$$C. \quad \cot \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \cos \alpha, \text{ 因此选项 } C \text{ 不符合题意;}$$

$$D. \quad \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{c^2} \neq \cot \alpha, \text{ 因此选项 } D \text{ 不符合题意;}$$

故选：A.



【点评】本题考查锐角三角函数的定义，理解锐角三角函数的意义是解决问题的关键．

4. (4分) 已知向量 $\vec{a}$ 与非零向量 $\vec{e}$ 方向相同，且其模为 $|\vec{e}|$ 的 2 倍；向量 $\vec{b}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反，且其模 $|\vec{e}|$ 的 3 倍，则下列等式中成立的是 ()

$$A. \quad \vec{a} = \frac{2}{3} \vec{b}$$

$$B. \quad \vec{a} = -\frac{2}{3} \vec{b}$$

$$C. \quad \vec{a} = \frac{3}{2} \vec{b}$$

$$D. \quad \vec{a} = -\frac{3}{2} \vec{b}$$

【分析】根据平面向量的性质进行一一判断．

【解答】解：根据题意知， $\vec{a} = 2\vec{e}$ ， $\vec{b} = -3\vec{e}$ ．则 $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$ ，观察选项，只有选项 B 符合

题意．

故选：B.

【点评】此题考查了平面向量的知识．此题比较简单，注意掌握单位向量的知识．

5. (4分) 小明准备画一个二次函数的图象，他首先列表（如下表），但在填写函数值时，

不小心把其中一个蘸上了墨水（表中 ），那么这个被蘸上了墨水的函数值是 ()

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...		3	4	3	0	...

$$A. \quad -1$$

$$B. \quad 3$$

$$C. \quad 4$$

$$D. \quad 0$$

【分析】由图表可知， $x = 0$ 和 2 时的函数值相等，然后根据二次函数的对称性求解即可．

【解答】解：∵ $x=0$ 、 $x=2$ 时的函数值都是3相等，

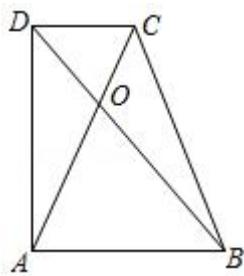
∴此函数图象的对称轴为直线 $x=\frac{0+2}{2}=1$.

∴这个被蘸上了墨水的函数值是0，

故选：D.

【点评】本题主要考查了二次函数的应用，二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键.

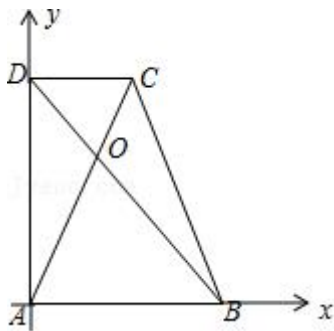
6. (4分) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AB\parallel CD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，对角线的交点为点 O . 如果梯形 $ABCD$ 的两底边长不变，而腰长发生变化，那么下列量中不变的是()



- A. 点 O 到边 AB 的距离
B. 点 O 到边 BC 的距离
C. 点 O 到边 CD 的距离
D. 点 O 到边 DA 的距离

【分析】以 AB 所在直线为 x 轴， AD 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系，根据梯形 $ABCD$ 的两底边长不变，腰长发生变化，可以设 $AB=3$ ， $DC=2$ ， $AD=b$ ，得 $A(0, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $D(0, b)$ ， $C(2, b)$ ，可得直线 AC 和 BD 解析式，然后求出交点 O 的坐标，进而可得结论.

【解答】解：如图，以 AB 所在直线为 x 轴， AD 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系，



∵梯形 $ABCD$ 的两底边长不变，腰长发生变化，

∴设 $AB=3$ ， $DC=2$ ， $AD=b$ ，

∴ $A(0, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $D(0, b)$ ， $C(2, b)$ ，

∴直线 AC 解析式为： $y_{AC}=\frac{b}{2}x$ ，

直线 BD 解析式为: $y_{BD} = -\frac{b}{3}x + b$,

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{b}{2}x \\ y = -\frac{b}{3}x + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{5}b \end{cases},$$

$\therefore$ 点 O 到边 DA 的距离为 $\frac{6}{5}$,

所以点 O 到边 DA 的距离不变.

故选: D .

【点评】 本题考查了直角梯形, 解决本题的关键是掌握直角梯形的性质.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知三角形的三边长为 a 、 b 、 c , 满足 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, 如果其周长为 36, 那么该三角形的最大边长为 16.

【分析】 设 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$, 则 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$, 根据周长的定义得到 $2k + 3k + 4k = 36$,

解得 $k = 4$, 然后计算出 a 、 b 、 c , 从而得到最大边长.

【解答】 解: 设 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$, 则 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$,

$\therefore$ 三角形的周长为 36,

$\therefore a + b + c = 36$, 即 $2k + 3k + 4k = 36$, 解得 $k = 4$,

$\therefore a = 8$, $b = 12$, $c = 16$,

即该三角形的最大边长为 16.

故答案为 16.

【点评】 本题考查了比例线段: 对于四条线段 a 、 b 、 c 、 d , 如果其中两条线段的比 (即它们的长度比) 与另两条线段的比相等, 如 $a : b = c : d$ (即 $ad = bc$), 我们就说这四条线段是成比例线段, 简称比例线段.

8. (4 分) 已知线段 MN 的长为 4, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 那么较长线段 MP 的长是 $2\sqrt{5} - 2$.

【分析】 根据黄金分割的概念得到 $MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN$, 把 $MN = 4$ 代入计算即可.

【解答】解：∵线段 MN 的长为 4，点 P 是线段 MN 的黄金分割点， $MP > NP$ ，

$$\therefore MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 4 = 2\sqrt{5} - 2,$$

故答案为： $2\sqrt{5} - 2$ 。

【点评】本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍。

9. (4 分) 已知一个直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 6，则该三角形的重心到其直角顶点的距离是 $\sqrt{5}$ 。

【分析】先根据勾股定理求出斜边的长度，再利用重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2:1 求解可得答案。

【解答】解：∵直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 6，

$$\therefore \text{斜边的长度为 } \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{该三角形的重心到其直角顶点的距离是 } \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} = \sqrt{5},$$

故答案为： $\sqrt{5}$ 。

【点评】本题主要考查三角形的重心和勾股定理，解题的关键是掌握重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2:1 及勾股定理。

10. (4 分) 已知一个锐角的正切值比余切值大，且两者之和是 $3\frac{1}{3}$ ，则这个锐角的正切值为 3 。

【分析】设这个锐角的正切值为 t ，根据余切的定义得到这个锐角的余切值为 $\frac{1}{t}$ ，则 $t + \frac{1}{t} = 3\frac{1}{3}$ ，解分式方程得到 $t_1 = 3$ ， $t_2 = \frac{1}{3}$ ，然后利用锐角的正切值比余切值大确定 t 的值。

【解答】解：设这个锐角的正切值为 t ，则这个锐角的余切值为 $\frac{1}{t}$ ，

$$\text{根据题意得 } t + \frac{1}{t} = 3\frac{1}{3},$$

$$\text{整理得 } 3t^2 - 10t + 3 = 0, \text{ 解得 } t_1 = 3, t_2 = \frac{1}{3},$$

经检验 $t_1 = 3$ ， $t_2 = \frac{1}{3}$ 都为原方程的解，

因为一个锐角的正切值比余切值大，

所以 $t = 3$ 。

即这个锐角的正切值为 3.

故答案为 3.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$. 锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ 的正切，记作 $\tan A$. 锐角 A 的邻边 b 与对边 a 的比叫做 $\angle A$ 的余切，记作 $\cot A$.

11. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 8$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 $10\sqrt{3}$.

【分析】首先作过 $AH \perp BC$ ，再利用 $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 5$ ，求出 $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ，即可得出结果.

【解答】解：过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ，如图所示：

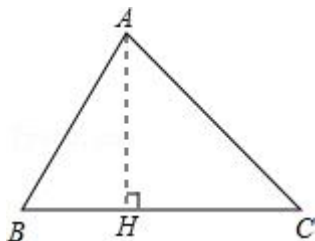
在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $\angle AHB = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 5$ ，

$$\therefore \sin B = \frac{AH}{AB},$$

$$\therefore AH = AB \cdot \sin B = 5 \times \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times 8 = 10\sqrt{3}.$$

故答案为： $10\sqrt{3}$.



【点评】本题考查了解直角三角形以及三角形面积熟练掌握锐角三角函数定义是解题的关键.

12. (4 分) 已知点 P 位于第二象限内， $OP = 5$ ，且 OP 与 x 轴负半轴夹角的正切值为 2，则点 P 的坐标是 $(-\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$.

【分析】过点 P 作 $PA \perp x$ 轴于点 A ，根据 $OP = 5$ ， $\tan \alpha = 2$ 可求出 OA 、 AP 的数量关系，再根据勾股定理可求出 PA ，由此即可得出点 P 的坐标.

【解答】解：过点 P 作 $PA \perp x$ 轴于点 A ，如图所示.

$$\therefore \tan \alpha = 2,$$

$$\therefore \frac{AP}{AO} = 2, \text{ 则 } AP = 2AO.$$

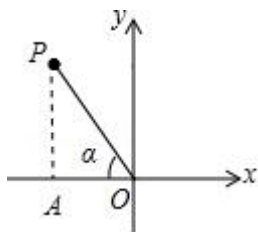
$$\therefore OP = 5,$$

$$\therefore AO = \sqrt{5},$$

$$\therefore PA = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (-\sqrt{5}, 2\sqrt{5}).$$

故答案是: $(-\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$.



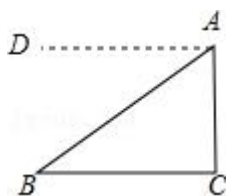
【点评】 本题主要考查了勾股定理和解直角三角形，通过解直角三角形得到 $AP = 2AO$ 是解题的关键.

13. (4分) 如果视线与水平线之间的夹角为 36° ，那么该视线与铅垂线之间的夹角为 54 或 126 度.

【分析】 根据题意画出图形进而求出即可.

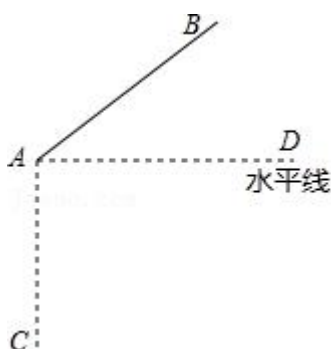
【解答】 解：如图所示：当俯角是 36° 时，

$\therefore$ 视线 AB 与水平线 AD 之间的夹角为 36° ，



$\therefore$ 视线 AB 与铅垂线 AC 之间的夹角为 $90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ ，

如图所示，当仰角是 36° 时，



$\therefore$ 视线 AB 与水平线 AD 之间的夹角为 36° ，

$\therefore$ 视线 AB 与铅垂线 AC 之间的夹角为 $90^\circ + 36^\circ = 126^\circ$ ，

故答案为：54 或 126.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，解决本题的关键是掌握仰角与俯角的定义.

14. (4 分) 已知二次函数图象经过点 (3, 4) 和 (7, 4), 那么该二次函数图象的对称轴是直线 $x = 5$.

【分析】 根据二次函数图象具有对称性, 由二次函数的图象经过 (0, 3)、(4, 3) 两点, 可以得到该二次函数的图象对称轴.

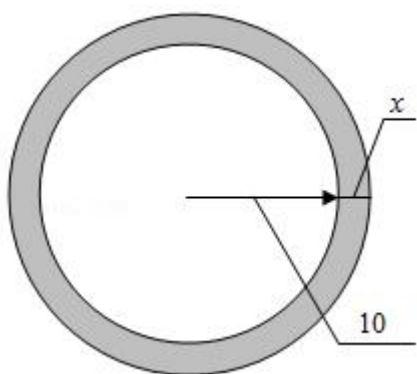
【解答】 解: $\because$ 二次函数图象经过点 (3, 4) 和 (7, 4),

$\therefore$ 该二次函数的图象对称轴为直线: $x = \frac{3+7}{2} = 5$,

故答案为: $x = 5$.

【点评】 本题考查二次函数的性质, 解题的关键是明确二次函数的性质, 二次函数的图象关于对称轴对称.

15. (4 分) 如图, 一个管道的截面图, 其内径 (即内圆半径) 为 10 分米, 管壁厚为 x 分米, 假设该管道的截面 (阴影) 面积为 y 平方分米, 那么 y 关于 x 的函数解析式是 $y = \pi x^2 + 20\pi x$. (不必写定义域)



【分析】 根据圆环面积等于大圆面积减去小圆面积, 求解即可.

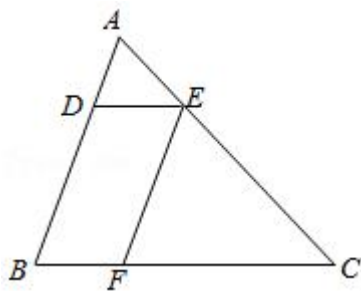
【解答】 解: 由题意, $y = \pi \cdot (10+x)^2 - \pi \cdot 10^2$,

$\therefore y = \pi x^2 + 20\pi x$.

故答案为: $y = \pi x^2 + 20\pi x$.

【点评】 本题考查圆的面积, 函数关系式等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

16. (4 分) 如图, 点 D 、 E 、 F 分别位于 $\triangle ABC$ 的三边上, 且 $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 如果 $\triangle ADE$ 的面积为 2, $\triangle CEF$ 的面积为 8, 那么四边形 $BFED$ 的面积是 8.



【分析】证明 $\angle AED = \angle C$, $\angle ADE = \angle EFC$ 推知 $\triangle ADE \sim \triangle EFC$. 首先运用相似三角形的性质求出 $AE:EC$ 的值, 进而求出 $AE:AC$ 的值; 设 $S_{\text{四边形}BFED} = S$; 证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 列出方程 $\frac{2}{2+8+S}$, 求出 S 问题即可解决.

【解答】解: $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB$,

$$\therefore \angle AED = \angle C, \angle ADE = \angle B, \angle EFC = \angle B,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle EFC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle EFC.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2,$$

$$\text{而 } S_{\triangle ADE} = 2, S_{\triangle CEF} = 8,$$

$$\therefore AE:EC = 1:2,$$

$$\text{设 } AE = k, \text{ 则 } EC = 2k, AC = 3k.$$

$$\text{则 } AE:AC = k:3k = 1:3,$$

$$\text{设 } S_{\text{四边形}BFED} = S;$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

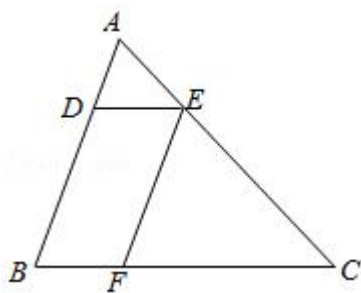
$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\text{即 } \frac{2}{2+8+S} = \frac{1}{9},$$

$$\text{解得: } S = 8,$$

$$\text{即四边形 } BFED \text{ 的面积为 } 8.$$

$$\text{故答案是: } 8.$$



【点评】考查了相似三角形的判定与性质，该题以三角形为载体，以相似三角形的判定及其性质的应用为核心构造而成；解题的关键是灵活运用有关定理来分析、判断、推理或解答．

17. (4分) 如果抛物线 $y = x^2 + (b+3)x + 2c$ 的顶点为 (b, c) ，那么该抛物线的顶点坐标是 $(-1, 1)$ ．

【分析】根据二次函数的顶点公式求出 b 、 c 的值即可．

【解答】解：根据顶点公式： $b = -\frac{b+3}{2 \times 1}$ ，

解得： $b = -1$ ，

$$c = \frac{4 \times 2c - (b+3)^2}{4 \times 1} = \frac{8c - 4}{4},$$

解得： $c = 1$ ．

所以抛物线的顶点坐标是 $(-1, 1)$

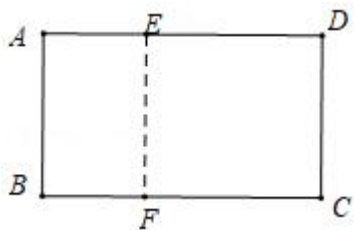
故答案为： $(-1, 1)$ ．

【点评】此题主要考查了根据二次函数的顶点公式求值，熟练记忆二次函数顶点公式是解题关键．

18. (4分) 已知一个矩形的两邻边长之比为 $1:2.5$ ，一条平行于边的直线将该矩形分为两个小矩形，如果所得两小矩形相似，那么这两个小矩形的相似比为 2 或 $\frac{1}{2}$ 或 1 ．

【分析】如图，设 $AB = a$ ， $AD = 2.5a$ ， $AE = x$ ，则 $DE = 2.5a - x$ ．利用相似多边形的性质，构建方程求解，另外两个矩形全等也符合题意．

【解答】解：如图，设 $AB = a$ ， $AD = 2.5a$ ， $AE = x$ ，则 $DE = 2.5a - x$ ．



∵ 矩形 $ABFE \sim$ 矩形 $EDCF$,

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{EF}{DE},$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{a}{2.5a-x},$$

整理得, $x^2 - 2.5xa + a^2 = 0$,

解得 $x = 2a$ 或 $0.5a$,

∴ 矩形 $ABFE$ 与矩形 $EDCF$ 相似, 相似比为 2:1 或 1:2,

当 E, F 分别是 AD, BC 的中点时, 两个矩形全等, 也符合题意, 相似比为: 1:1

故答案为: 2:1 或 1:2 或 1:1.

【点评】 本题考查相似多边形的性质, 解题的关键是学会利用参数构建方程求解, 属于中考常考题型.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $3|\tan 30^\circ - 1| + \frac{2}{\cot 30^\circ - 1} - \frac{\sin^2 60^\circ}{\cos^2 45^\circ}$.

【分析】 直接利用特殊角的三角函数值结合二次根式的性质化简得出答案.

【解答】 解: 原式 $= 3(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}$

$$= 3 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 - \frac{3}{2}$$
$$= \frac{5}{2}.$$

【点评】 此题主要考查了实数运算以及特殊角的三角函数值, 正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 将二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的图象向右平移 3 个单位, 求所得图象的函数解析式; 请结合以上两个函数图象, 指出当自变量 x 在什么取值范围内时, 上述两个函数中恰好其中一个的函数图象是上升的, 而另一个的函数图象是下降的.

【分析】 根据平移的规律得到平移后的解析式, 然后根据二次函数的性质即可求得.

【解答】 解: ∵ $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$,

∴ 将二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的图象向右平移 3 个单位, 得到函数 $y = (x+1-3)^2 + 2$, 即 $y = (x-2)^2 + 2$,

∴ 二次函数 $y = (x+1)^2 + 2$ 的图象在 $x > -1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 二次函数 $y = (x-2)^2 + 2$ 的图象在 $x < 2$ 时, y 随 x 的增大而减小,

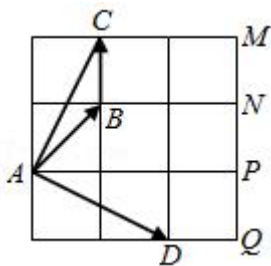
$\therefore$ 当 $-1 < x < 2$ 时, 两个函数中恰好其中一个的函数图象是上升的, 而另一个的函数图象是下降的.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

21. (10 分) 如图, 一个 3×3 的网格, 其中点 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 、 P 、 Q 均为网格点.

(1) 在点 M 、 N 、 P 、 Q 中, 哪个点和点 A 、 B 所构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 请说明理由;

(2) $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 写出向量 $\overrightarrow{AD}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式.



【分析】 (1) 利用勾股定理求出三角形的边长, 再利用三边成比例两三角形相似证明即可.

(2) 利用三角形法则求解即可.

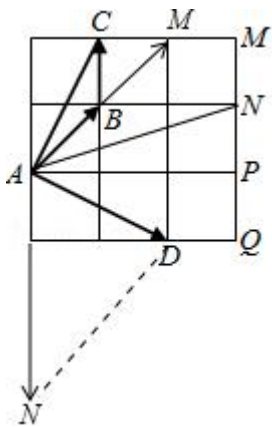
【解答】 解: (1) $\triangle NAB \sim \triangle ACB$.

理由: $\because AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $AC = \sqrt{5}$, $BN = 2$, $AN = \sqrt{10}$,

$$\therefore \frac{NA}{AC} = \frac{AB}{CB} = \frac{BN}{BA} = \sqrt{2},$$

$\therefore \triangle NAB \sim \triangle ACB$.

(2) 如图, 向量 $\overrightarrow{AD}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分向量分别为 $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AM}$, 则 $\overrightarrow{AN} = -3\vec{b}$, $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a}$.



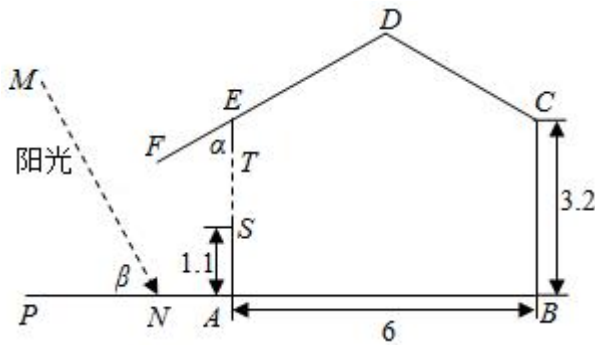
【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质, 平面向量等知识, 解题的关键是熟练掌握

基本知识，属于中考常考题型．

22. (10 分) 如图，是小明家房屋的纵截面图，其中线段 AB 为屋内地面，线段 AE 、 BC 为房屋两侧的墙，线段 CD 、 DE 为屋顶的斜坡．已知 $AB = 6$ 米， $AE = BC = 3.2$ 米，斜坡 CD 、 DE 的坡比均为 $1:2$ ．

(1) 求屋顶点 D 到地面 AB 的距离；

(2) 已知在墙 AE 距离地面 1.1 米处装有窗 ST ，如果阳光与地面的夹角 $\angle MNP = \beta = 53^\circ$ ，为了防止阳光通过窗 ST 照射到屋内，所以小明请门窗公司在墙 AE 端点 E 处安装一个旋转式遮阳棚（如图中线段 EF ），公司设计的遮阳棚可作 90° 旋转，即 $0^\circ < \angle FET = \alpha \leq 90^\circ$ ，长度为 1.4 米，即 $EF = 1.4$ 米．试问：公司设计的遮阳棚是否能达到小明的要求？说说你的理由．（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$ ， $\sqrt{10} \approx 3.16$ ， $\sin 53^\circ = 0.8$ ， $\cos 53^\circ = 0.6$ ， $\tan 53^\circ = \frac{4}{3}$ ）．



【分析】 (1) 通过作辅助线，利用斜面的坡比为 $1:2$ ，求出 DH ，进而求出 DG 即可；

(2) 过点 S 作 MN 的平行线交 AB 于 R ，过 E 作 $EQ \perp SR$ ，在 $\text{Rt}\triangle QES$ 中，求出 QE ，比较 QE 与 EF 的大小即可得出答案．

【解答】 解：(1) 连接 EC ，则四边形 $ABCE$ 是矩形，

过点 D 作 $DH \perp AB$ ，垂足为 H ，交 EC 于点 G ，

$\because$ 斜坡 CD 、 DE 的坡比均为 $1:2$ ，

$$\therefore \frac{DG}{EG} = \frac{1}{2} = \frac{DG}{CG},$$

$$\text{又} \because EG = CG = AH = BH = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore DG = 1.5,$$

$$\therefore DH = 1.5 + 3.2 = 4.7 \text{ (米)},$$

即屋顶点 D 到地面 AB 的距离为 4.7 米；

(2) 公司设计的遮阳棚能够达到小明的要求，理由如下：

过点 S 作 MN 的平行线交 AB 于 R ，过 E 作 $EQ \perp SR$ ，垂足为 Q ，

则 $\angle QES = \angle SRA = \angle MNP = \angle \beta = 53^\circ$ ，

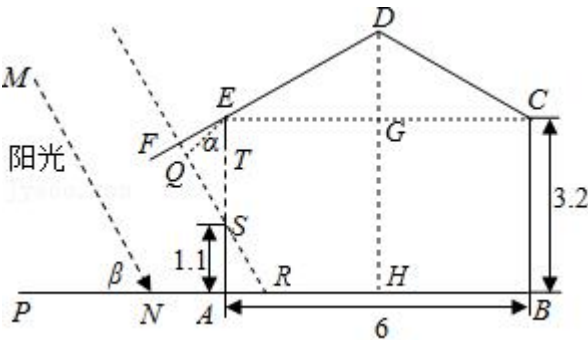
在 $\text{Rt}\triangle QES$ 中， $ES = AE - AS = 3.2 - 1.1 = 2.1$ ， $\angle QES = 53^\circ$ ，

$\therefore QE = ES \cdot \cos \angle QES = 2.1 \times \cos 53^\circ = 1.26$ （米），

$\because 1.26 < 1.4$ ，即 $QE < EF$ ，

$\therefore$ 公司设计的遮阳棚能够达到小明的要求，

答：公司设计的遮阳棚能够达到小明的要求。



【点评】 本题考查解直角三角形，理解坡比的意义、构造直角三角形是解决问题的关键。

23.（12分）某班级的“数学学习小组心得分享课”上，小智跟同学们分享了关于梯形的两个正确的研究结论：

①如图1，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过对角线交点的直线与两底分别交于点 M 、 N ，

则 $\frac{AM}{DM} = \frac{CN}{BN}$ ；

②如图2，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过两腰延长线交点 P 的直线与两底分别交于点 K 、 L ，则 $\frac{AK}{DK} = \frac{BL}{CL}$ 。

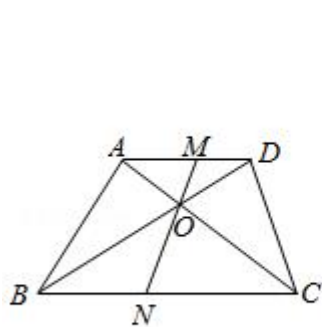


图1

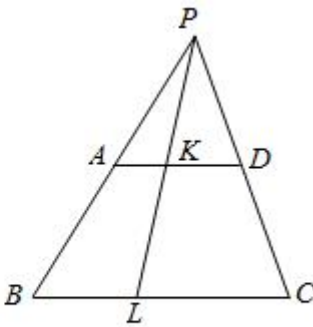


图2

接着小明也跟同学们分享了关于梯形的一个推断：

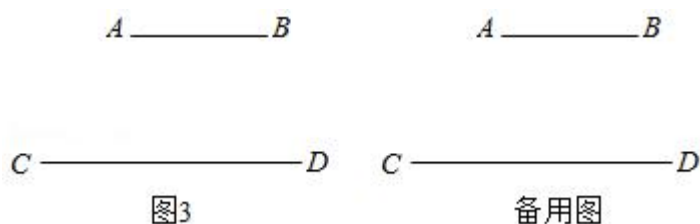
过梯形对角线交点且平行于底边的直线被梯形两腰所截，截得的线段被梯形对角线的交

点平分.

(1) 经讨论, 大家都认为小明所给出的推断是正确的. 请你结合图示 (见答题卷) 写出已知、求证, 并给出你的证明;

(2) 小组还出了一个作图题考同学们: 只用直尺将图 3 中两条平行的线段 AB 、 CD 同时平分. 请保留作图过程痕迹, 并说明你作图方法的正确性 (可以直接运用小智和小明得到的正确结论).

(注意: 请务必在试卷的图示中完成作图草稿, 在答题卷上直接用 2B 铅笔或水笔完成作图, 不要涂改.)

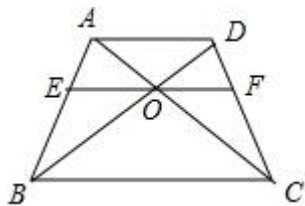


【分析】 (1) 写出已知, 求证, 证明即可.

(2) 连接 CA , DB , 延长 CA 交 DB 延长线于点 F , 连接 AD , BC 交于点 F , 作直线 EF 交 AB 于点 M , 交 CD 于点 N , 点 M , N 即为所求作.

【解答】 解: (1) 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 交于点 O , EF 经过点 O , 且 $EF \parallel BC$,

求证: $OE = OF$.



证明: $\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle ABC, \triangle DOF \sim \triangle DBC,$$

$$\therefore \frac{OE}{BC} = \frac{AO}{AC}, \frac{OF}{BC} = \frac{DO}{DB},$$

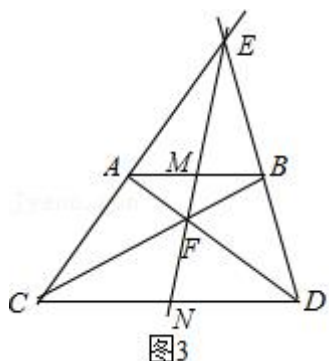
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{DO}{DB},$$

$$\therefore \frac{EO}{BC} = \frac{OF}{BC},$$

$$\therefore EO = OF.$$

(2) 如图 3 中, 点 M, N 即为所求作.



【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质, 梯形等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

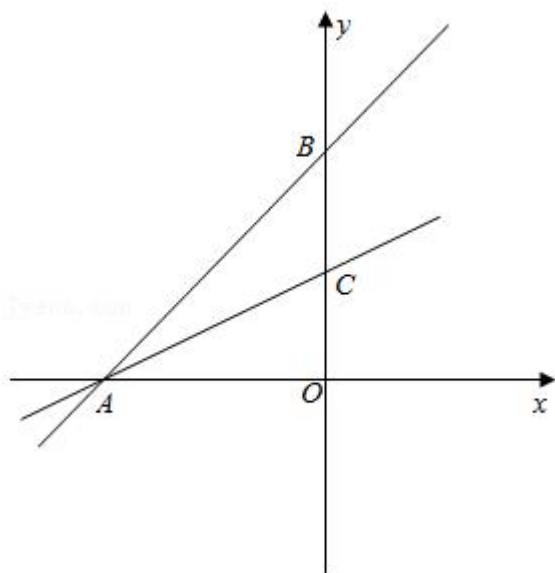
24. (12 分) 如图, 平面直角坐标系内直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B , 点 C 是线段 OB 的中点.

(1) 求直线 AC 的表达式;

(2) 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 C , 且其顶点位于线段 OA 上 (不含端点 O, A).

①用含 b 的代数式表示 a , 并写出 $\frac{1}{b}$ 的取值范围;

②设该抛物线与直线 $y = x + 4$ 在第一象限内的交点为点 D , 试问: $\triangle DBC$ 与 $\triangle DAC$ 能否相似? 如果能, 请求此时抛物线的表达式; 如果不能, 请说明理由.



【分析】 (1) 求出 A, C 两点坐标, 利用待定系数法解决问题即可.

(2) ①根据顶点的纵坐标为 0, 对称轴在线段 OA 上, 构建方程与不等式即可解决问题.

②能相似. 利用相似三角形的性质构建方程, 求出点 D 的坐标, 再利用待定系数法解决

问题即可.

【解答】解: (1) $\because$ 直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ,

$$\therefore A(-4, 0), B(0, 4),$$

$$\therefore OA = OB = 4,$$

$$\therefore BC = OC = 2,$$

$$\therefore C(0, 2),$$

设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\text{则有} \begin{cases} n=2 \\ -4m+n=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 2.$$

$$(2) \text{ ①由题意, } \begin{cases} c=2 \\ b^2-4ac=0 \\ -4 < -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases},$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}b^2, 1 > \frac{1}{b} > 0.$$

②能相似. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $\angle AOC = 90^\circ$, $OA = 4$, $OC = 2$,

$$\therefore AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore \triangle DBC$ 与 $\triangle DAC$ 相似, $\angle CDB = \angle ADC$,

$\therefore$ 当 $\angle BCD = \angle DAC$ 时, $\triangle DCB \sim \triangle DAC$,

$$\therefore \frac{DC}{DA} = \frac{CB}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$\therefore$ 点 D 在直线 $y = x + 4$ 上,

$\therefore$ 可以假设 $D(t, t+4)$,

$$\therefore \frac{\sqrt{t^2 + (t+4-2)^2}}{\sqrt{(t+4)^2 + (t+4)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

解得 $t = 1$ 或 $-\frac{3}{2}$ (舍弃),

经检验, $t = 1$ 是方程的根,

$$\therefore D(1, 5),$$

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过 $D(1, 5)$,

$$\therefore a + b + 2 = 5,$$

$$\therefore a + b = 3,$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}b^2,$$

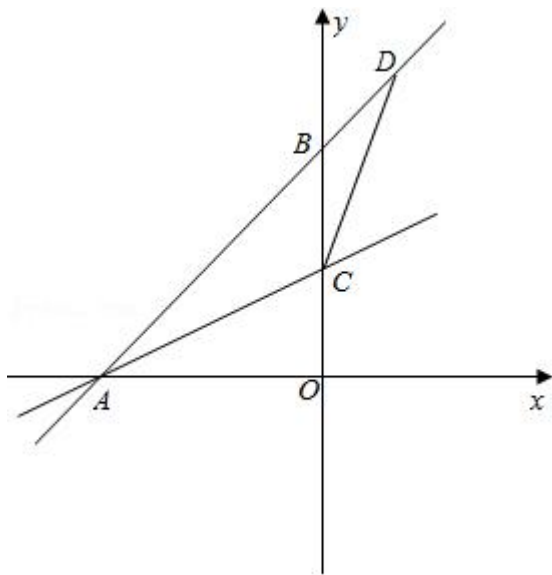
$$\therefore 3 - b = \frac{1}{8}b^2,$$

$$\therefore b^2 + 8b - 24 = 0,$$

$$\therefore b = -4 + 2\sqrt{10} \text{ 或 } -4 - 2\sqrt{10} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore a = 7 - 2\sqrt{10},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = (7 - 2\sqrt{10})x^2 + (-4 + 2\sqrt{10})x + 2.$$



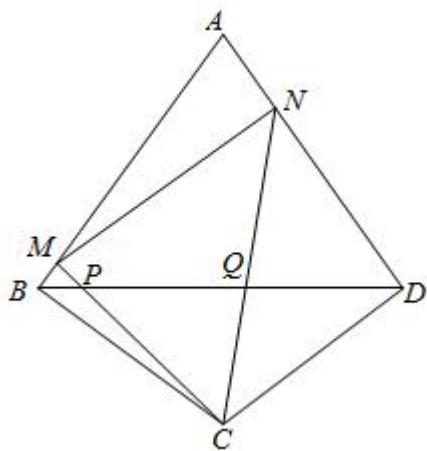
【点评】 本题属于二次函数综合题, 考查了二次函数的性质, 一次函数的性质, 相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会利用参数构建方程或不等式解决问题, 属于中考压轴题.

25. (14 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD = 4$, $CB = CD = 3$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, 点 M 、 N 是边 AB 、 AD 上的动点, 且 $\angle MCN = \frac{1}{2} \angle BCD$, CM 、 CN 与对角线 BD 分别交于点 P 、 Q .

(1) 求 $\sin \angle MCN$ 的值;

(2) 当 $DN = DC$ 时, 求 $\angle CNM$ 的度数;

(3) 试问：在点 M 、 N 的运动过程中，线段比 $\frac{PQ}{MN}$ 的值是否发生变化？如不变，请求出这个值；如变化，请至少给出两个可能的值，并说明点 N 相应的位置。



【分析】(1) 如图，连接 AC 交 BD 于 H 。利用勾股定理求出 AC ，证明 $\angle MCN = \angle ACB$ 即可解决问题。

(2) 延长 AD 到 E ，使得 $DE = BM$ ，连接 CE 。证明 $\triangle MCN \cong \triangle ECN$ (SAS)，可得 $\angle CNM = \angle CNE$ ，即可解决问题。

(3) $\frac{PQ}{MN} = \frac{3}{5}$ ，值不变。利用相似三角形的相似比等于对应高的比解决问题即可。

【解答】解：(1) 如图，连接 AC 交 BD 于 H 。

$$\because AB = AD, CB = CD,$$

$$\therefore AC \text{ 垂直平分线段 } BD,$$

$$\therefore BH = DH,$$

$$\because AB = 4, BC = 3, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$$\therefore CB = CD, CH \perp BD,$$

$$\therefore \angle BCH = \angle DCH,$$

$$\therefore \sin \angle BCH = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5},$$

$$\because \angle MCN = \frac{1}{2} \angle BCD = \angle BCH,$$

$$\therefore \sin \angle MCN = \frac{4}{5}.$$

(2) 如图，延长 AD 到 E ，使得 $DE = BM$ ，连接 CE 。

$$\because BM = DE, \angle CBM = \angle CDE = 90^\circ, BC = DC,$$

$$\therefore \triangle CBM \cong \triangle CDE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BCM = \angle DCE, CM = CE,$$

$$\therefore \angle MCE = \angle BCD,$$

$$\because \angle MCN = \frac{1}{2} \angle BCD,$$

$$\therefore \angle MCN = \angle ECN,$$

$$\because CM = CE, CN = CN,$$

$$\therefore \triangle MCN \cong \triangle ECN \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle CNM = \angle CNE,$$

$$\because DN = DC, \angle NDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CND = \angle DCN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CNM = 45^\circ.$$

$$(3) \frac{PQ}{MN} = \frac{3}{5}, \text{ 值不变.}$$

$$\text{理由: } \because \angle CHD = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CDH = 90^\circ, \angle ADH + \angle CDH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADH,$$

$$\because \angle MCN = \frac{1}{2} \angle BCD = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle MCN = \angle ADH,$$

$$\because \angle PQC = \angle NQD,$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle QND,$$

$$\because \angle CNE = \angle CNM,$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle CNM,$$

$$\because \angle PCQ = \angle NCM,$$

$$\therefore \triangle PCQ \sim \triangle CNM,$$

$$\because \triangle NCM \cong \triangle NCE,$$

$$\therefore \triangle PCQ \sim \triangle NCE, MN = NE,$$

$$\because CH \perp PQ, CD \perp NE,$$

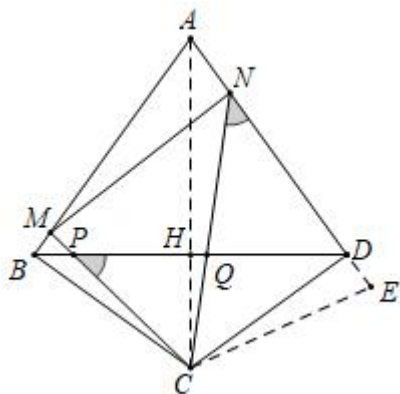
$$\therefore \frac{PQ}{NE} = \frac{CH}{CD} = \sin \angle CDH,$$

$$\because \angle CDH + \angle ADH = 90^\circ, \quad \angle CAD + \angle CDH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle CAD,$$

$$\therefore \sin \angle CDH = \sin \angle CAD = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore \frac{PQ}{MN} = \frac{PQ}{NE} = \frac{3}{5}.$$



【点评】本题属于四边形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题.