

2020 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

2020.1

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 已知线段 $a = 2$ ， $b = 4$ ，如果线段 b 是线段 a 和 c 的比例中项，那么线段 c 的长度是 (▲).

- (A) 8; (B) 6; (C) $2\sqrt{2}$; (D) 2.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AB = m$ ，那么线段 AC 的长可表示为 (▲).

- (A) $m \cdot \sin \alpha$; (B) $m \cdot \cos \alpha$; (C) $m \cdot \tan \alpha$; (D) $m \cdot \cot \alpha$.

3. 已知一个单位向量 e ，设 a 、 b 是非零向量，那么下列等式中正确的是 (▲).

- (A) $\frac{1}{|a|}a = e$; (B) $|e|a = a$; (C) $|b|e = b$; (D) $\frac{1}{|a|}a = \frac{1}{|b|}b$.

4. 已知二次函数 $y = x^2$ ，如果将它的图像向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，那么所得图像的表达式是 (▲).

- (A) $y = (x+1)^2 + 2$; (B) $y = (x+1)^2 - 2$;
(C) $y = (x-1)^2 + 2$; (D) $y = (x-1)^2 - 2$.

5. 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D = 60^\circ$ ， $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE}$ ，如果 $\angle B = 50^\circ$ ，那么 $\angle E$ 的度数是 (▲).

- (A) 50° ; (B) 60° ; (C) 70° ; (D) 80° .

6. 如图 1，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的两边 BA 、 CA 的延长线上，下列条件能判定 $ED \parallel BC$ 的是 (▲).

- (A) $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$; (B) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$;
(C) $AD \cdot AB = DE \cdot BC$; (D) $AD \cdot AC = AB \cdot AE$.

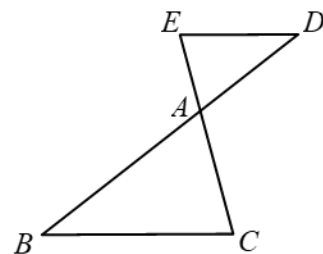


图 1

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 计算： $2(3b - 2a) + (a - 2b) =$ ▲ .

8. 如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，如果 $AE = 5$ ， $EC = 3$ ， $DE = 4$ ，那么线段 BC 的长是 ▲ .

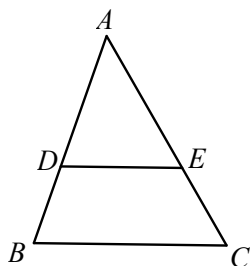


图 2

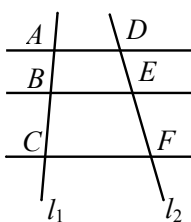


图 3

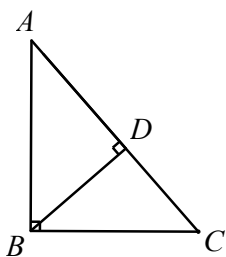


图 4

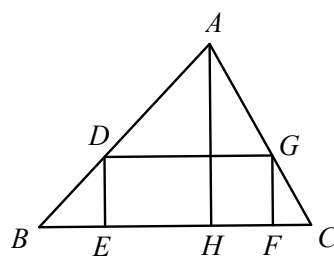


图 5

9. 如图 3, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 如果

$$\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}, DF=15, \text{ 那么线段 } DE \text{ 的长是 } \underline{\quad \blacktriangle \quad}.$$

10. 如果点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 那么 $\frac{BP}{AP}$ 的值是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

11. 写出一个对称轴是直线 $x=1$, 且经过原点的抛物线的表达式 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

12. 如图 4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$, 垂足为点 D , 如果 $BC = 4$, $\sin \angle DBC = \frac{2}{3}$, 那么线段 AB 的长是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

13. 如果等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3$, $\cos \angle B = \frac{1}{3}$, 那么 $\cos \angle A = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 如图 5, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=12$, BC 上的高 $AH=8$, 矩形 $DEFG$ 的边 EF 在边 BC 上, 顶点 D 、 G 分别在边 AB 、 AC 上. 设 $DE=x$, 矩形 $DEFG$ 的面积为 y , 那么 y 关于 x 的函数关系式是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$. (不需写出 x 的取值范围).

15. 如图 6, 将一个装有水的杯子倾斜放置在水平的桌面上, 其截面可看作一个宽 $BC=6$ 厘米, 长 $CD=16$ 厘米的矩形. 当水面触到杯口边缘时, 边 CD 恰有一半露出水面, 那么此时水面高度是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 厘米.

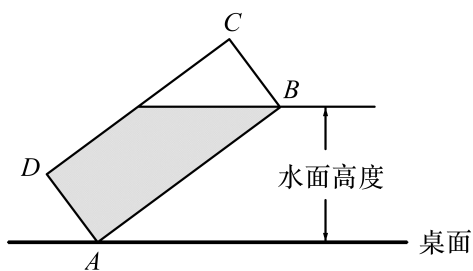


图 6

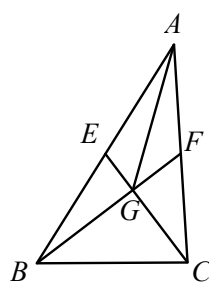


图 7

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=12$, $AC=9$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 如果 $AE=6$, 那么线段 AD 的长是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

17. 如图 7, 在 $\triangle ABC$ 中, 中线 BF 、 CE 交于点 G , 且 $CE \perp BF$, 如果 $AG = 5$, $BF = 6$, 那么线段 CE 的长是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

18. 如图 8, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 在边 BC 上, $\angle DAE = \angle B = 30^\circ$, 且 $\frac{AD}{AE} = \frac{3}{2}$,

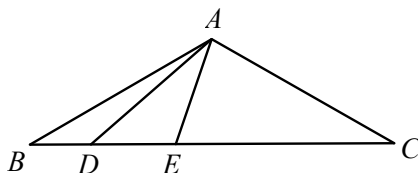


图 8

那么 $\frac{DE}{BC}$ 的值是 ▲ .

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算： $\frac{\cos 30}{\tan 60 - \sin 60} - \cot 45$

20. (本题满分 10 分)

已知，如图 9，点 E 在平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 上，且 $\frac{DE}{CE} = \frac{1}{2}$ ，设 $AB = a$ ， $AD = b$ 。

(1) 用 a 、 b 表示 AE ；(直接写出答案)

(2) 设 $AE = c$ ，在答题卷中所给的图上画出 $a - 3c$ 的结果。

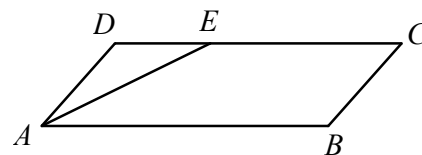


图 9

21. (本题满分 10 分)

某数学小组在郊外的水平空地上对无人机进行测高实验。如图 10，两台测角仪分别放在 A 、 B 位置，且离地面高均为 1 米 (即 $AD = BE = 1$ 米)，两台测角仪相距 50 米 (即 $AB = 50$ 米)。在某一时刻无人机位于点 C (点 C 与点 A 、 B 在同一平面内)， A 处测得其仰角为 30° ， B 处测得其仰角为 45° 。(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sin 40^\circ \approx 0.64$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.84$)

(1) 求该时刻无人机的离地高度；(单位：米，结果保留整数)

(2) 无人机沿水平方向向左飞行 2 秒后到达点 F (点 F 与点 A 、 B 、 C 在同一平面内)，此时于 A 处测得无人机的仰角为 40° ，求无人机水平飞行的平均速度。(单位：米/秒，结果保留整数)

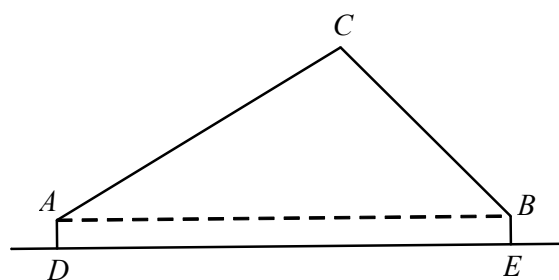
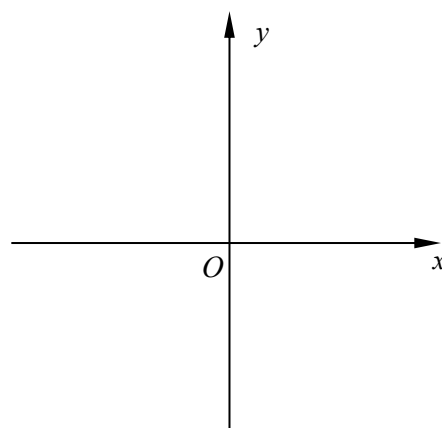


图 10

22. (本题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2$, 其顶点为 A .

- (1) 写出这条抛物线的开口方向、顶点 A 的坐标, 并说明它的变化情况;
- (2) 直线 BC 平行于 x 轴, 交这条抛物线于 B 、 C 两点 (点 B 在点 C 左侧), 且 $\cot \angle ABC = 2$, 求点 B 坐标.



23. (本题满分 12 分)

已知: 如图 11, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 C 分别作 AD 、 AB 的垂线, 交边 AD 、 AB 延长线于点 E 、 F .

- (1) 求证: $AD \cdot DE = AB \cdot BF$;
- (2) 联结 AC , 如果 $\frac{CF}{DE} = \frac{AC}{CD}$, 求证: $\frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AF}{BF}$.

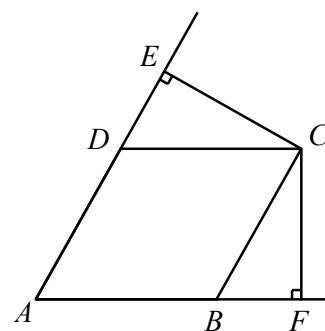
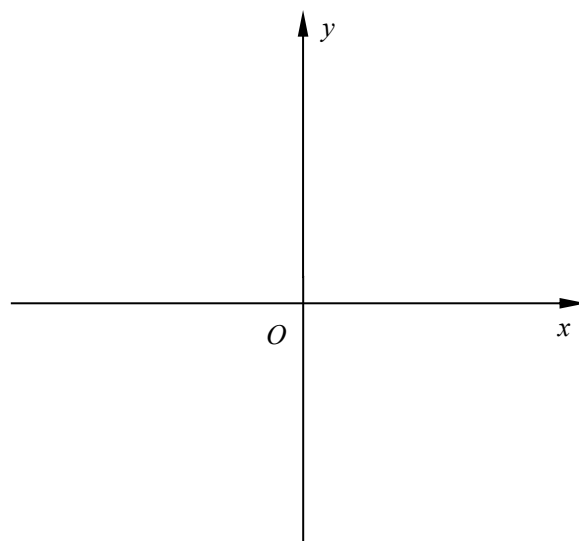


图 11

24. (本题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，平移一条抛物线，如果平移后的新抛物线经过原抛物线顶点，且新抛物线的对称轴是 y 轴，那么新抛物线称为原抛物线的“影子抛物线”.

- (1) 已知原抛物线表达式是 $y = x^2 - 2x + 5$ ，求它的“影子抛物线”的表达式；
- (2) 已知原抛物线经过点 $(1, 0)$ ，且它的“影子抛物线”的表达式是 $y = -x^2 + 5$ ，求原抛物线的表达式；
- (3) 小明研究后提出：“如果两条不重合的抛物线交 y 轴于同一点，且它们有相同的“影子抛物线”，那么这两条抛物线的顶点一定关于 y 轴对称.”你认为这个结论成立吗？请说明理由.



25. (本题满分 14 分)

如图 12， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，点 D 与点 B 分别位于直线 AC 的两侧，且 $AD=AC$ ，联结 BD 、 CD ， BD 交直线 AC 于点 E .

(1) 当 $\angle CAD=90^\circ$ 时, 求线段 AE 的长.

(2) 过点 A 作 $AH \perp CD$, 垂足为点 H , 直线 AH 交 BD 于点 F ,

①当 $\angle CAD < 120^\circ$ 时, 设 $AE = x$, $y = \frac{S_{BCE}}{S_{AEF}}$ (其中 S_{BCE} 表示 $\triangle BCE$ 的面积, S_{AEF} 表

示 $\triangle AEF$ 的面积), 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

②当 $\frac{S_{BCE}}{S_{AEF}} = 7$ 时, 请直接写出线段 AE 的长.

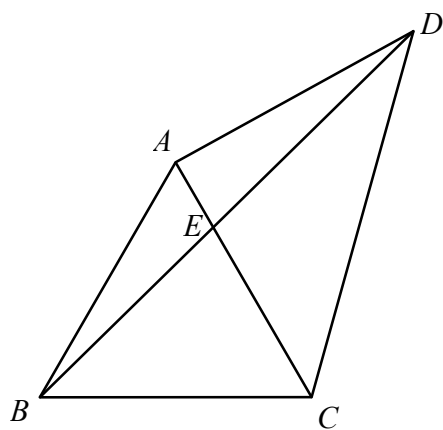
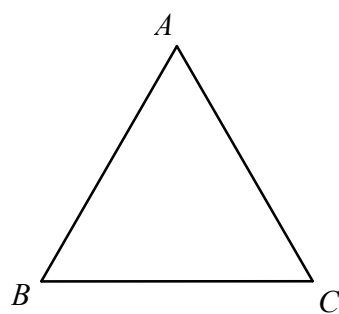


图 12



备用图