

## 2020-2021 学年上海市松江区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）如果两个相似三角形对应边的比为 1: 4，那么它们的周长比是（ ）

- A. 1: 2                      B. 1: 4                      C. 1: 8                      D. 1: 16

2.（4 分）在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， $BC = 2$ ，那么  $AC$  的长为（ ）

- A.  $2\sin\alpha$                       B.  $2\cos\alpha$                       C.  $2\tan\alpha$                       D.  $2\cot\alpha$

3.（4 分）将抛物线  $y = 2x^2$  向右平移 3 个单位，能得到的抛物线是（ ）

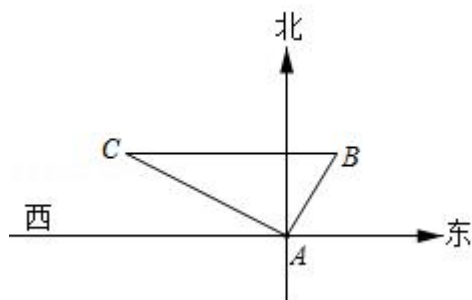
- A.  $y = 2x^2 + 3$                       B.  $y = 2x^2 - 3$                       C.  $y = 2(x + 3)^2$                       D.  $y = 2(x - 3)^2$

2

4.（4 分）已知  $\vec{a} = 2\vec{b}$ ，下列说法中不正确的是（ ）

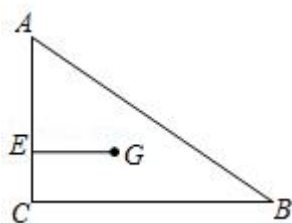
- A.  $\vec{a} - 2\vec{b} = 0$                       B.  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  方向相同  
C.  $\vec{a} \parallel \vec{b}$                       D.  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

5.（4 分）如图，一艘船从  $A$  处向北偏东  $30^\circ$  的方向行驶 10 千米到  $B$  处，再从  $B$  处向正西方向行驶 20 千米到  $C$  处，这时这艘船与  $A$  的距离（ ）



- A. 15 千米                      B. 10 千米                      C.  $10\sqrt{3}$  千米                      D.  $5\sqrt{3}$  千米

6.（4 分）如图，已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心， $GE \perp AC$ ，垂足为  $E$ ，如果  $CB = 8$ ，则线段  $GE$  的长为（ ）



A.  $\frac{5}{3}$

B.  $\frac{7}{3}$

C.  $\frac{8}{3}$

D.  $\frac{10}{3}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 已知  $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ , 则  $\frac{x-y}{y} =$  \_\_\_\_\_.

8. (4 分) 已知线段  $MN$  的长是  $4cm$ , 点  $P$  是线段  $MN$  的黄金分割点, 则较长线段  $MP$  的长是 \_\_\_\_\_  $cm$ .

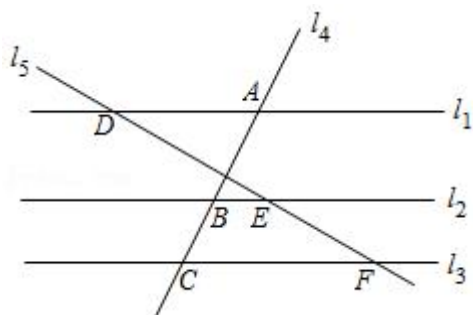
9. (4 分) 计算:  $\sin 30^\circ \cdot \cot 60^\circ =$  \_\_\_\_\_.

10. (4 分) 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $\cos A = \frac{3}{4}$ , 那么  $AB$  的长为 \_\_\_\_\_.

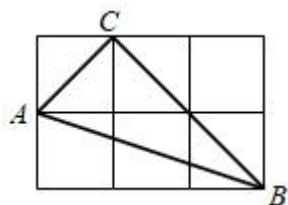
11. (4 分) 一个边长为 2 厘米的正方形, 如果它的边长增加  $x$  ( $x > 0$ ) 厘米, 则面积随之增加  $y$  平方厘米, 那么  $y$  关于  $x$  的函数解析式为 \_\_\_\_\_.

12. (4 分) 已知点  $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 2x + c$  ( $c$  为常数) 上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “>”、“=” 或 “<”).

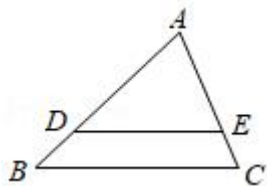
13. (4 分) 如图, 已知直线  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  分别交直线  $l_4$  于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 交直线  $l_5$  于点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 且  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ,  $AB = 4$ ,  $AC = 6$ ,  $DF = 10$ , 则  $DE =$  \_\_\_\_\_.



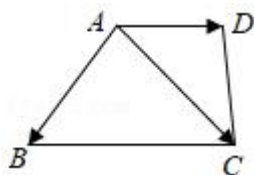
14. (4 分) 如图,  $\triangle ABC$  在边长为 1 个单位的方格纸中,  $\triangle ABC$  的顶点在小正方形顶点位置, 那么  $\angle ABC$  的正弦值为 \_\_\_\_\_.



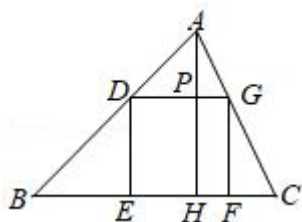
15. (4 分) 如图, 已知点  $D$ 、 $E$  分别在  $\triangle ABC$  的边  $AB$  和  $AC$  上,  $DE \parallel BC$ ,  $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{4}$ , 四边形  $DBCE$  的面积等于 7, 则  $\triangle ADE$  的面积为 \_\_\_\_\_.



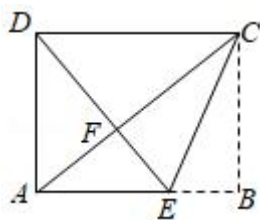
16. (4分) 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $BC = 2AD$ , 设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ , 用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示  $\overrightarrow{AC}$  为\_\_\_\_\_.



17. (4分) 如图, 正方形  $DEFG$  的边  $EF$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上, 顶点  $D$ 、 $G$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上. 已知  $\triangle ABC$  的边  $BC = 16\text{cm}$ , 高  $AH$  为  $10\text{cm}$ , 则正方形  $DEFG$  的边长为  $\text{cm}$ .

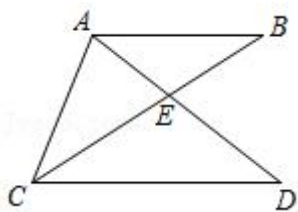


18. (4分) 如图, 已知矩形纸片  $ABCD$ , 点  $E$  在边  $AB$  上, 且  $BE = 1$ , 将  $\triangle CBE$  沿直线  $CE$  翻折, 使点  $B$  落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处, 联结  $DF$ , 如果点  $D$ 、 $F$ 、 $E$  在同一直线上, 则线段  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



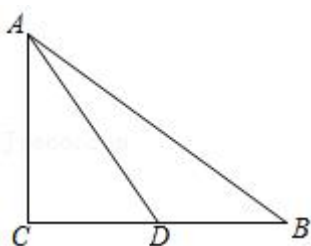
### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 用配方法把二次函数  $y = 3x^2 - 6x + 5$  化为  $y = a(x+m)^2 + k$  的形式, 并指出这个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.
20. (10分) 如图, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $AD$ 、 $BC$  相交于点  $E$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 4$ ,  $BC = 9$ , 联结  $AC$ .
- (1) 求线段  $CD$  的长;
  - (2) 如果  $AE = 3$ , 求线段  $AC$  的长.



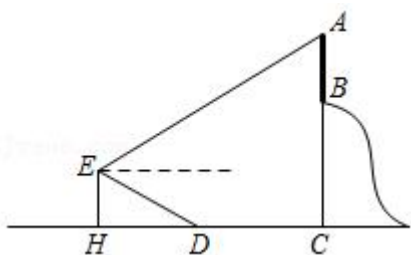
21. (10分) 如图, 已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ , 点  $D$  在边  $BC$  上,  $BD = 4$ , 联结  $AD$ ,  $\tan \angle DAC = \frac{2}{3}$ .

- (1) 求边  $AC$  的长;
- (2) 求  $\cot \angle BAD$  的值.



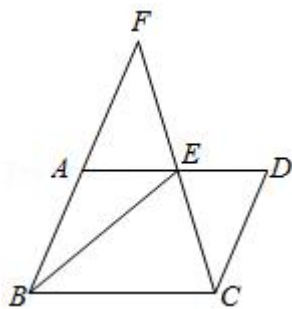
22. (10分) 如图, 垂直于水平面的  $5G$  信号塔  $AB$  建在垂直于水平面的悬崖边  $B$  点处 (点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  在同一直线上). 某测量员从悬崖底  $C$  点出发沿水平方向前行  $60$  米到  $D$  点, 再沿斜坡  $DE$  方向前行  $65$  米到  $E$  点 (点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  在同一平面内), 在点  $E$  处测得  $5G$  信号塔顶端  $A$  的仰角为  $37^\circ$ , 悬崖  $BC$  的高为  $92$  米, 斜坡  $DE$  的坡度  $i = 1:2.4$ .

- (1) 求斜坡  $DE$  的高  $EH$  的长;
  - (2) 求信号塔  $AB$  的高度.
- (参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ .)



23. (12分) 如图, 已知在  $\square ABCD$  中,  $E$  是边  $AD$  上一点, 联结  $BE$ 、 $CE$ , 延长  $BA$ 、 $CE$  相交于点  $F$ ,  $CE^2 = DE \cdot BC$ .

- (1) 求证:  $\angle EBC = \angle DCE$ ;
- (2) 求证:  $BE \cdot EF = BF \cdot AE$ .



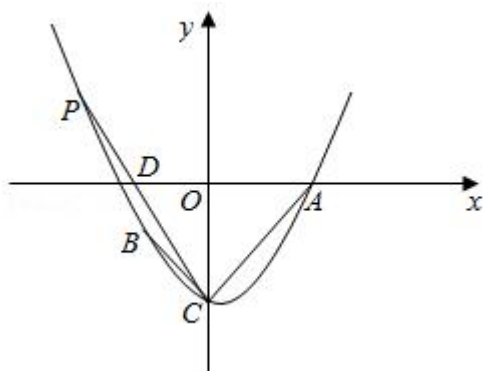
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 2$  经过点  $A(2, 0)$  和  $B(-1, -1)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ .

(1) 求这个抛物线的表达式;

(2) 如果点  $P$  是抛物线位于第二象限上一点,  $PC$  交  $x$  轴于点  $D$ ,  $\frac{PD}{DC} = \frac{2}{3}$ .

①求  $P$  点坐标;

②点  $Q$  在  $x$  轴上, 如果  $\angle QCA = \angle PCB$ , 求点  $Q$  的坐标.

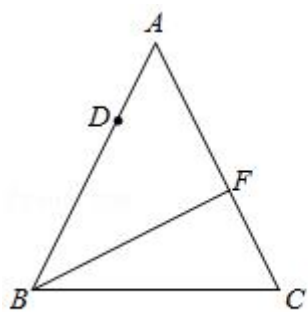


25. (14 分) 如图, 已知在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5\sqrt{5}$ ,  $\tan \angle ABC = 2$ ,  $BF \perp AC$ , 垂足为  $F$ , 点  $D$  是边  $AB$  上一点 (不与  $A, B$  重合).

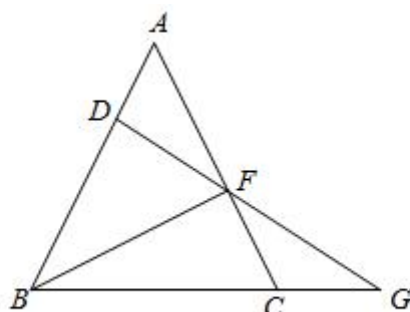
(1) 求边  $BC$  的长;

(2) 如图 2, 延长  $DF$  交  $BC$  的延长线于点  $G$ , 如果  $CG = 4$ , 求线段  $AD$  的长;

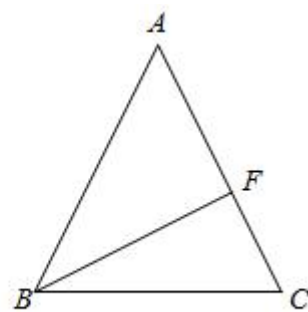
(3) 过点  $D$  作  $DE \perp BC$ , 垂足为  $E$ ,  $DE$  交  $BF$  于点  $Q$ , 联结  $DF$ , 如果  $\triangle DQF$  和  $\triangle ABC$  相似, 求线段  $BD$  的长.



(图 1)



(图 2)



(备用图)

## 2020-2021 学年上海市松江区九年级（上）期末数学试卷（一模）

### 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）如果两个相似三角形对应边的比为 1：4，那么它们的周长比是（ ）

- A. 1：2                      B. 1：4                      C. 1：8                      D. 1：16

【分析】直接利用相似三角形的性质得出答案．

【解答】解：∵两个相似三角形对应边的比为 1：4，

∴它们的周长比是：1：4．

故选：B．

【点评】此题主要考查了相似三角形的性质，正确掌握相关性质是解题关键．

2.（4 分）在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， $BC = 2$ ，那么  $AC$  的长为（ ）

- A.  $2\sin\alpha$                       B.  $2\cos\alpha$                       C.  $2\tan\alpha$                       D.  $2\cot\alpha$

【分析】根据锐角三角函数的意义求解后，再做出判断即可．

【解答】解：∵ $\cot A = \frac{AC}{BC}$ ， $BC = 2$ ，

∴ $AC = BC \cdot \cot\alpha = 2\cot\alpha$ ，

故选：D．

【点评】本题考查锐角三角函数，掌握锐角三角函数的意义是解决问题的关键．

3.（4 分）将抛物线  $y = 2x^2$  向右平移 3 个单位，能得到的抛物线是（ ）

- A.  $y = 2x^2 + 3$                       B.  $y = 2x^2 - 3$                       C.  $y = 2(x + 3)^2$                       D.  $y = 2(x - 3)^2$

2

【分析】根据“左加右减、上加下减”的原则进行解答即可．

【解答】解：由“左加右减”的原则可知，抛物线  $y = 2x^2$  向右平移 3 个单位，能得到的抛物线是  $y = 2(x - 3)^2$ ．

故选：D．

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键．

4.（4 分）已知  $\vec{a} = 2\vec{b}$ ，下列说法中不正确的是（ ）

A.  $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{0}$

B.  $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同

C.  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

D.  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

【分析】根据平面向量的性质进行一一判断.

【解答】解：A、由 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 得到： $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{0}$ ，故本选项说法不正确.

B、由 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 知， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同，故本选项说法正确.

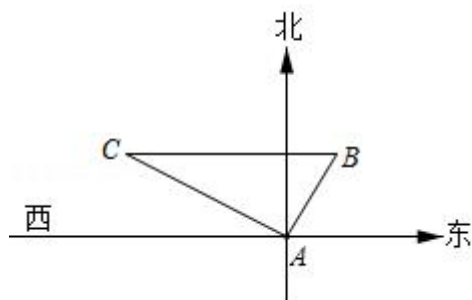
C、由 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 知， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同，则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，故本选项说法正确.

D、由 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 知， $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ ，故本选项说法正确.

故选：A.

【点评】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

5. (4分) 如图，一艘船从A处向北偏东 $30^\circ$ 的方向行驶10千米到B处，再从B处向正西方向行驶20千米到C处，这时这艘船与A的距离( )



A. 15 千米

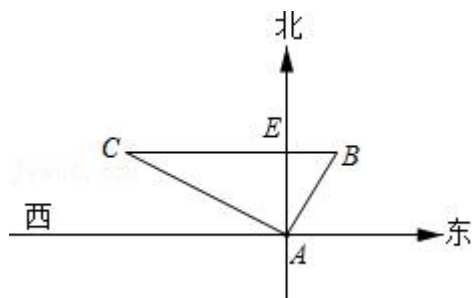
B. 10 千米

C.  $10\sqrt{3}$  千米

D.  $5\sqrt{3}$  千米

【分析】根据直角三角形的三角函数得出AE, BE, 进而得出CE, 利用勾股定理得出AC即可.

【解答】解：如图，



$\because BC \perp AE,$

$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$

$\because \angle EAB = 30^\circ$  ,  $AB = 10$  千米,

$\therefore BE = 5$  米,  $AE = 5\sqrt{3}$  千米,

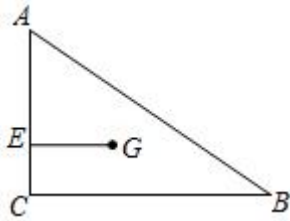
$\therefore CE = BC - BE = 20 - 5 = 15$  (千米),

$\therefore AC = \sqrt{CE^2 + AE^2} = \sqrt{15^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10\sqrt{3}$  (千米),

故选: C.

**【点评】**此题考查解直角三角形的应用,关键是根据直角三角形的三角函数得出  $AE$ ,  $BE$  解答.

6. (4分) 如图, 已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$  , 点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心,  $GE \perp AC$ , 垂足为  $E$ , 如果  $CB = 8$ , 则线段  $GE$  的长为 ( )



A.  $\frac{5}{3}$

B.  $\frac{7}{3}$

C.  $\frac{8}{3}$

D.  $\frac{10}{3}$

**【分析】**延长  $AG$  交  $BC$  于  $D$ , 如图, 利用三角形重心的性质得到  $CD = BD = 4$ ,  $AG = 2GD$ , 再证明  $GE \parallel CD$ , 则可判断  $\triangle AEG \sim \triangle ACD$ , 然后利用相似比可求出  $EG$  的长.

**【解答】**解: 延长  $AG$  交  $BC$  于  $D$ , 如图,

$\because$  点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心,

$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}BC = 4$ ,  $AG = 2GD$ ,

$\because GE \perp AC$ ,

$\therefore \angle AEG = 90^\circ$  ,

而  $\angle C = 90^\circ$  ,

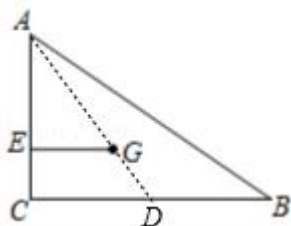
$\therefore GE \parallel CD$ ,

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle ACD$ ,

$$\therefore \frac{EG}{CD} = \frac{AG}{AD} = \frac{AG}{AG+GD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore EG = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}.$$

故选: C.



【点评】 本题考查了三角形的重心：三角形的重心是三角形三边中线的交点；重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1． 也考查了相似三角形的判定与性质．

## 二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）已知  $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ ，则  $\frac{x-y}{y} = \underline{-\frac{2}{3}}$ ．

【分析】 根据题意，设  $x = 5k$ ， $y = 3k$ ，代入即可求得  $\frac{x-y}{y}$  的值．

【解答】 解：由题意，设  $x = 5k$ ， $y = 3k$ ，

$$\therefore \frac{x-y}{y} = \frac{5k-3k}{3k} = \frac{2}{3}.$$

故答案为：  $\frac{2}{3}$ ．

【点评】 本题考查了比例的基本性质，是基础题．已知几个量的比值时，常用的解法是：设一个未知数，把题目中的几个量用所设的未知数表示出来，实现消元．

8.（4 分）已知线段  $MN$  的长是  $4cm$ ，点  $P$  是线段  $MN$  的黄金分割点，则较长线段  $MP$  的长是  $\underline{(2\sqrt{5}-2)} cm$ ．

【分析】 根据黄金分割的概念得到  $MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN$ ，把  $MN = 4cm$  代入计算即可．

【解答】 解：  $\because P$  是线段  $MN$  的黄金分割点，

$$\therefore MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN,$$

而  $MN = 4cm$ ，

$$\therefore MP = 4 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = (2\sqrt{5}-2) cm.$$

故答案为  $(2\sqrt{5}-2)$ ．

【点评】 本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  倍．

9. (4分) 计算:  $\sin 30^\circ \cdot \cot 60^\circ = \underline{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ .

【分析】直接利用特殊角的三角函数值化简得出答案.

【解答】解: 原式  $= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$   
 $= \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

故答案为:  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值, 正确化简各数是解题关键.

10. (4分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $\cos A = \frac{3}{4}$ , 那么  $AB$  的长为 8.

【分析】根据锐角三角函数的意义求解后, 再做出判断即可.

【解答】解:  $\because \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$ ,  $AC = 6$ ,

$\therefore AB = \frac{AC}{\cos A} = 8$ ,

故答案为: 8.

【点评】本题考查锐角三角函数, 掌握锐角三角函数的意义是解决问题的关键.

11. (4分) 一个边长为 2 厘米的正方形, 如果它的边长增加  $x$  ( $x > 0$ ) 厘米, 则面积随之增加  $y$  平方厘米, 那么  $y$  关于  $x$  的函数解析式为  $y = x^2 + 4x$ .

【分析】根据“面积的增加量就是边长增加前后的两个正方形的面积差”可得答案.

【解答】解: 由题意得,

$y = (2+x)^2 - 2^2 = x^2 + 4x$ ,

故答案为:  $y = x^2 + 4x$ .

【点评】本题考查函数关系式, 理解题目中的数量关系是解决问题的关键.

12. (4分) 已知点  $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 2x + c$  ( $c$  为常数) 上, 则  $y_1$   $\leq$   $y_2$  (填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”).

【分析】先求得开口方向和对称轴, 再根据二次函数的性质进行判断即可.

【解答】解:  $\because y = x^2 - 2x + c$ ,

$\therefore$  抛物线的开口向上, 对称轴是直线  $x = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$ ,

$\therefore$  在对称轴的右侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

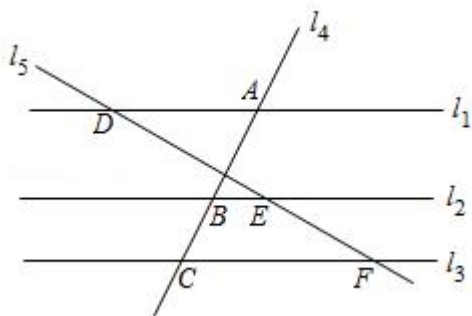
$\because 1 < 2 < 3$ ,

$\therefore y_1 < y_2$ ,

故答案为：< .

**【点评】** 本题考查了二次函数图象上点的坐标特点和二次函数的性质，能熟练掌握二次函数的性质是解此题的关键.

13. (4分) 如图，已知直线  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  分别交直线  $l_4$  于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，交直线  $l_5$  于点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，且  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ， $DF = 10$ ，则  $DE = \underline{\frac{20}{3}}$ .

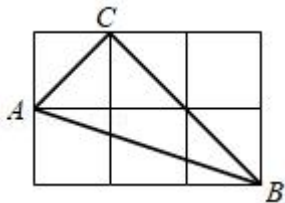


**【分析】** 直接根据平行线分线段成比例定理得到  $\frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$ ，然后根据比例的性质可计算出  $DE$  的长.

**【解答】** 解：  $\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，  
 $\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$ ，即  $\frac{DE}{10} = \frac{4}{6}$ ，  
 $\therefore DE = \frac{20}{3}$ .  
故答案为  $\frac{20}{3}$ .

**【点评】** 本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

14. (4分) 如图， $\triangle ABC$  在边长为 1 个单位的方格纸中， $\triangle ABC$  的顶点在小正方形顶点位置，那么  $\angle ABC$  的正弦值为  $\underline{\frac{\sqrt{5}}{5}}$ .



**【分析】** 根据题意和图形，可以求得  $AC$ 、 $BC$  和  $AB$  的长，然后根据勾股定理的逆定理可以判断  $\triangle ACB$  的形状，然后即可求得  $\angle ABC$  的正弦值.

**【解答】** 解：由图可得，  
 $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ， $BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

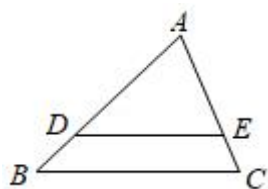
$\therefore \triangle ACB$  是直角三角形,

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

故答案为:  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**【点评】** 本题考查勾股定理的逆定理、解直角三角形, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

15. (4分) 如图, 已知点  $D$ 、 $E$  分别在  $\triangle ABC$  的边  $AB$  和  $AC$  上,  $DE \parallel BC$ ,  $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{4}$ , 四边形  $DBCE$  的面积等于 7, 则  $\triangle ADE$  的面积为 9.



**【分析】** 由  $DE \parallel BC$  可判定  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ , 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方, 可得  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{9}{16}$ , 从而求得  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\text{四边形}DBCE}} = \frac{9}{7}$ , 即可求得  $\triangle ADE$  的面积

为 9.

**【解答】** 解:  $\because DE \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{9}{16},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\text{四边形}DBCE}} = \frac{9}{7},$$

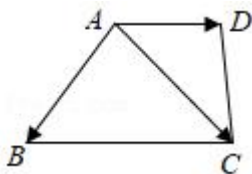
$\because$  四边形  $DBCE$  的面积等于 7,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = 9.$$

故答案为: 9.

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定与性质, 熟练掌握相关性质及定理是解题的关键.

16. (4分) 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $BC = 2AD$ , 设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ , 用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示  $\overrightarrow{AC}$  为  $\vec{a} + 2\vec{b}$ .



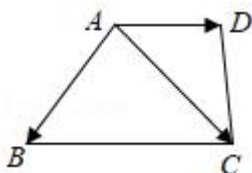
【分析】根据梯形的性质和三角形法则解答.

【解答】解：如图，在梯形  $ABCD$  中， $\because AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD} = 2\vec{b},$$

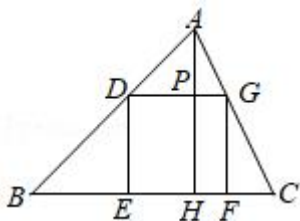
$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + 2\vec{b},$$

故答案是： $\vec{a} + 2\vec{b}$ .



【点评】此题考查了平面向量的知识以及梯形的性质. 注意利用图形求解是关键.

17. (4分) 如图，正方形  $DEFG$  的边  $EF$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上，顶点  $D$ 、 $G$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上. 已知  $\triangle ABC$  的边  $BC = 16\text{cm}$ ，高  $AH$  为  $10\text{cm}$ ，则正方形  $DEFG$  的边长为  $\frac{80}{13}\text{cm}$ .



【分析】设正方形  $DEFG$  的边长为  $x\text{cm}$ ，则  $DE = PH = x\text{cm}$ ，所以  $AP = (10 - x)\text{cm}$ ，再证明  $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，则利用相似比得到  $\frac{x}{16} = \frac{10-x}{10}$ ，然后根据比例的性质求出  $x$ .

【解答】解：如图，设正方形  $DEFG$  的边长为  $x\text{cm}$ ，则  $DE = PH = x\text{cm}$ ，

$$\therefore AP = AH - PH = (10 - x)\text{cm},$$

$$\because DG \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC,$$

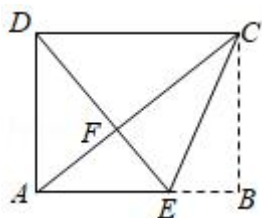
$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AP}{AH}, \text{ 即 } \frac{x}{16} = \frac{10-x}{10},$$

$$\therefore x = \frac{80}{13} (\text{cm}),$$

故答案为 $\frac{80}{13}$ .

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；也考查了正方形的性质.

18. (4分) 如图，已知矩形纸片  $ABCD$ ，点  $E$  在边  $AB$  上，且  $BE = 1$ ，将  $\triangle CBE$  沿直线  $CE$  翻折，使点  $B$  落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处，联结  $DF$ ，如果点  $D$ 、 $F$ 、 $E$  在同一直线上，则线段  $AE$  的长为  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .



【分析】 根据矩形的性质得到  $AD = BC$ ， $\angle ADC = \angle B = \angle DAE = 90^\circ$ ，根据折叠的性质得到  $CF = BC$ ， $\angle CFE = \angle B = 90^\circ$ ， $EF = BE = 1$ ， $DC = DE$ ，证明  $\triangle AEF \sim \triangle DEA$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解：  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore AD = BC, AB = CD, \angle ADC = \angle B = \angle DAE = 90^\circ,$$

$\because$  把  $\triangle BCE$  沿直线  $CE$  对折，使点  $B$  落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处，

$$\therefore CF = BC, \angle CFE = \angle B = 90^\circ, EF = BE = 1, \angle CEB = \angle CEF,$$

$\because$  矩形  $ABCD$  中， $DC \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DCE = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle DCE,$$

$$\therefore DC = DE,$$

设  $AE = x$ ，则  $AB = CD = DE = x+1$ ，

$$\because \angle AFE = \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle AEF = \angle DEA,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DEA,$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{DE}{AE},$$

$$\therefore \frac{x}{1} = \frac{x+1}{x},$$

$$\text{解得 } x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

**【点评】** 本题考查了翻折变换（折叠问题），平行线的性质，相似三角形的判定和性质，矩形的性质，正确的识别图形是解题的关键。

### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）用配方法把二次函数  $y = 3x^2 - 6x + 5$  化为  $y = a(x+m)^2 + k$  的形式，并指出这个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标。

**【分析】** 利用配方法把一般式化为顶点式，根据二次函数的性质解答。

$$\text{【解答】解: } y = 3x^2 - 6x + 5$$

$$= 3(x^2 - 2x) + 5$$

$$= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 5$$

$$= 3(x - 1)^2 + 2,$$

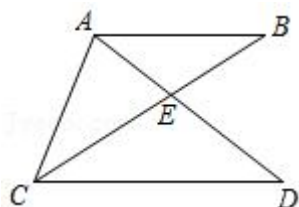
开口向上，对称轴为直线  $x = 1$ ，顶点  $(1, 2)$ 。

**【点评】** 本题考查的是二次函数三种形式的转化、二次函数的性质，掌握配方法、二次函数的性质是解题的关键。

20.（10 分）如图，已知  $AB \parallel CD$ ， $AD$ 、 $BC$  相交于点  $E$ ， $AB = 6$ ， $BE = 4$ ， $BC = 9$ ，联结  $AC$ 。

（1）求线段  $CD$  的长；

（2）如果  $AE = 3$ ，求线段  $AC$  的长。



**【分析】**（1）证明  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ，由相似三角形的性质得出  $\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{CE}$ ，则可得出答案；

（2）由相似三角形的性质求出  $DE = \frac{15}{4}$ ，证明  $\triangle ABC \sim \triangle ECD$ ，由相似三角形的性质得

出  $\frac{AB}{AC} = \frac{CE}{DE}$ ，则可求出答案。

【解答】解：(1)  $\because AB \parallel CD$ ,

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BE}{CE},$$

$$\because AB = 6, BE = 4, BC = 9,$$

$$\therefore \frac{6}{CD} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CD = \frac{15}{2};$$

$$(2) \because AE = 3, \triangle ABE \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE},$$

$$\therefore \frac{3}{DE} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore DE = \frac{15}{4},$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \frac{CE}{DC} = \frac{5}{\frac{15}{2}} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{CE}{DC},$$

$$\because AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ECD,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{CE}{DE},$$

$$\therefore \frac{6}{AC} = \frac{5}{\frac{15}{4}},$$

$$\therefore AC = \frac{9}{2}.$$

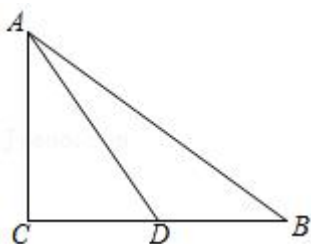
【点评】本题考查了平行线的性质，相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

21. (10分) 如图，已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ ，点  $D$  在边  $BC$  上， $BD$

$$= 4, \text{ 联结 } AD, \tan \angle DAC = \frac{2}{3}.$$

(1) 求边  $AC$  的长;

(2) 求  $\cot \angle BAD$  的值.



【分析】（1）根据题意和锐角三角函数，可以求得  $AC$  的长；

（2）根据（1）中的结果，可以得到  $AC$ 、 $CD$  的长，然后根据勾股定理可以得到  $AD$  的长，再根据等面积法可以求得  $DE$  的长，从而可以求得  $AE$  的长，然后即可得到  $\cot \angle BAD$  的值．

【解答】解：（1）设  $AC = 3x$ ，

$$\because \angle C = 90^\circ, \sin \angle ABC = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AB = 5x, BC = 4x,$$

$$\because \tan \angle DAC = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CD = 2x,$$

$$\because BD = 4, BC = CD + BD,$$

$$\therefore 4x = 2x + 4,$$

解得  $x = 2$ ，

$$\therefore AC = 3x = 6;$$

（2）作  $DE \perp AB$  于点  $E$ ，

由（1）知， $AB = 5x = 10$ ， $AC = 6$ ， $BD = 4$ ，

$$\therefore \frac{AB \cdot DE}{2} = \frac{BD \cdot AC}{2},$$

$$\therefore \frac{10 \times DE}{2} = \frac{4 \times 6}{2},$$

$$\text{解得 } DE = \frac{12}{5},$$

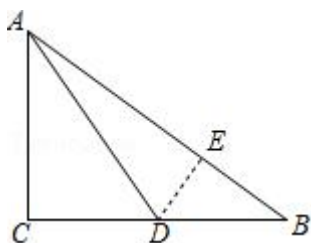
$$\because AC = 6, CD = 2x = 4, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13},$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{34}{5},$$

$$\therefore \cot \angle BAD = \frac{AE}{DE} = \frac{\frac{34}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{17}{6},$$

即  $\cot \angle BAD$  的值是  $\frac{17}{6}$ .



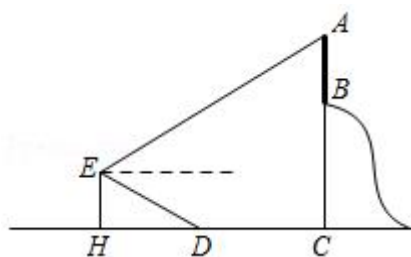
**【点评】** 本题考查解直角三角形、锐角三角函数、勾股定理，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

22. (10分) 如图，垂直于水平面的5G信号塔AB建在垂直于水平面的悬崖边B点处(点A、B、C在同一直线上). 某测量员从悬崖底C点出发沿水平方向前行60米到D点，再沿斜坡DE方向前行65米到E点(点A、B、C、D、E在同一平面内)，在点E处测得5G信号塔顶端A的仰角为 $37^\circ$ ，悬崖BC的高为92米，斜坡DE的坡度*i*=1:2.4.

(1) 求斜坡DE的高EH的长;

(2) 求信号塔AB的高度.

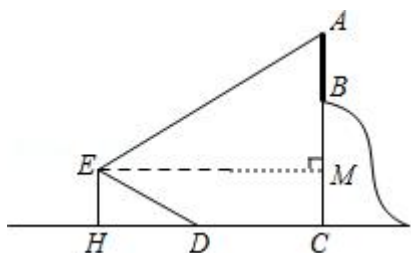
(参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ .)



**【分析】** (1) 过点E作  $EM \perp DC$  交DC的延长线于点M，根据斜坡DE的坡度(或坡比)  $i = 1:2.4$  可设  $EH = x$ ，则  $DH = 2.4x$ ，利用勾股定理求出x的值，进而可得出EH;

(2) 结合(1)得DH的长，故可得出CH的长. 由矩形的判定定理得出四边形EHCM是矩形，故可得出  $EM = HC$ ， $CM = EH$ ，再由锐角三角函数的定义求出AM的长，进而可得出答案.

**【解答】** 解: (1) 过点E作  $EM \perp AC$  于点M,



$\because$  斜坡  $DE$  的坡度 (或坡比)  $i = 1:2.4$ ,  $DE = 65$  米,  $CD = 60$  米,

$\therefore$  设  $EH = x$ , 则  $DH = 2.4x$ .

在  $\text{Rt}\triangle DEH$  中,

$$\because EH^2 + DH^2 = DE^2, \text{ 即 } x^2 + (2.4x)^2 = 65^2,$$

解得,  $x = 25$  (米) (负值舍去),

$\therefore EH = 25$  米;

答: 斜坡  $DE$  的高  $EH$  的长为 25 米;

$$(2) \because DH = 2.4x = 60 \text{ (米)},$$

$$\therefore CH = DH + DC = 60 + 60 = 120 \text{ (米)}.$$

$$\because EM \perp AC, AC \perp CD, EH \perp CD,$$

$\therefore$  四边形  $EHCM$  是矩形,

$$\therefore EM = CH = 120 \text{ 米}, CM = EH = 25 \text{ 米}.$$

在  $\text{Rt}\triangle AEM$  中,

$$\because \angle AEM = 37^\circ,$$

$$\therefore AM = EM \cdot \tan 37^\circ \approx 120 \times 0.75 = 90 \text{ (米)},$$

$$\therefore AC = AM + CM = 90 + 25 = 115 \text{ (米)}.$$

$$\therefore AB = AC - BC = 115 - 92 = 23 \text{ (米)}.$$

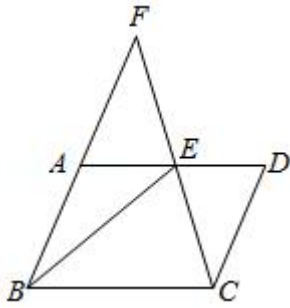
答: 信号塔  $AB$  的高度为 23 米.

**【点评】** 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题、坡度坡角问题, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

23. (12 分) 如图, 已知在  $\square ABCD$  中,  $E$  是边  $AD$  上一点, 联结  $BE$ 、 $CE$ , 延长  $BA$ 、 $CE$  相交于点  $F$ ,  $CE^2 = DE \cdot BC$ .

(1) 求证:  $\angle EBC = \angle DCE$ ;

(2) 求证:  $BE \cdot EF = BF \cdot AE$ .



【分析】（1）通过证明  $\triangle DEC \sim \triangle ECB$ ，可得结论；

（2）通过证明  $\triangle ABE \sim \triangle EBF$ ，可得  $\triangle ABE \sim \triangle EBF$ ，可得结论．

【解答】证明：（1） $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCE,$$

$$\because CE^2 = DE \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{CE}{BC},$$

$$\therefore \triangle DEC \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle DCE;$$

$$(2) \because AD \parallel BC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EBC, \angle F = \angle ECD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle F,$$

$$\text{又} \because \angle ABE = \angle EBF,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle EBF,$$

$$\therefore \frac{BE}{BF} = \frac{EF}{AE},$$

$$\therefore BE \cdot EF = BE \cdot AE.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，平行四边形的性质，熟练运用相似三角形的判定定理是本题的关键．

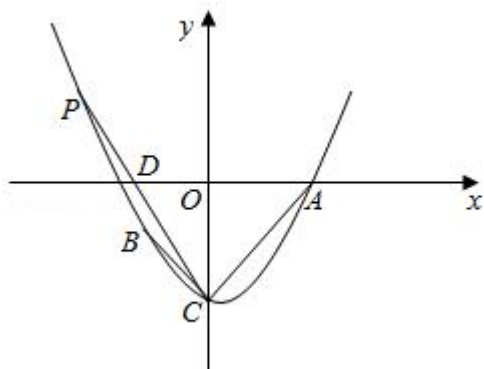
24. (12分) 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 + bx - 2$  经过点  $A(2, 0)$  和  $B(-1, -1)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ ．

(1) 求这个抛物线的表达式；

(2) 如果点  $P$  是抛物线位于第二象限上一点， $PC$  交  $x$  轴于点  $D$ ， $\frac{PD}{DC} = \frac{2}{3}$ ．

①求  $P$  点坐标；

②点  $Q$  在  $x$  轴上, 如果  $\angle QCA = \angle PCB$ , 求点  $Q$  的坐标.



【分析】(1) 由待定系数法可求解析式;

(2) ①过点  $P$  作  $PE \perp x$  轴于  $E$ , 由平行线分线段成比例可求  $PE$  的长, 代入解析式可求解;

②分两种情况讨论, 利用全等三角形的性质和相似三角形的性质可求解.

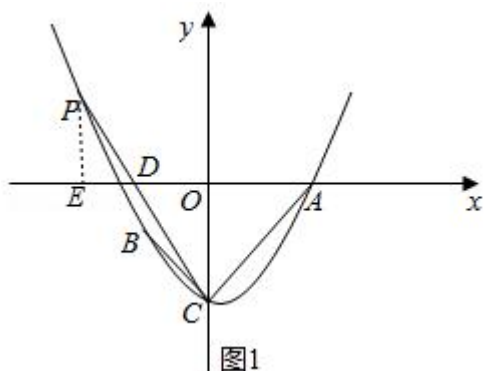
【解答】解: (1)  $\because$  抛物线  $y = ax^2 + bx - 2$  经过点  $A(2, 0)$  和  $B(-1, -1)$ ,

$$\therefore \begin{cases} -1 = a - b - 2 \\ 0 = 4a + 2b - 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为: } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2;$$

(2) ①如图 1, 过点  $P$  作  $PE \perp x$  轴于  $E$ ,



$\because$  抛物线  $y = ax^2 + bx - 2$  与  $y$  轴交于点  $C$ ,

$\therefore$  点  $C(0, -2)$ ,

$\therefore OC = 2$ ,

$\because PE \parallel OC$ ,

$$\therefore \text{点 } P \left( -2, \frac{4}{3} \right);$$

$$\because \angle Q'CA = \angle PCB,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle DCQ' = 90^\circ, \\
&\therefore \angle CDO + \angle DQ'C = 90^\circ, \quad \angle DCO + \angle CDO = 90^\circ, \\
&\therefore \angle DQ'C = \angle DCO, \\
&\text{又} \because \angle DOC = \angle Q'OC = 90^\circ, \\
&\therefore \triangle DOC \sim \triangle COQ', \\
&\therefore \frac{DO}{CO} = \frac{CO}{Q'O}, \\
&\therefore 4 = \frac{6}{5} \times Q'O, \\
&\therefore Q'O = \frac{10}{3}, \\
&\therefore \text{点 } Q' \left( \frac{10}{3}, 0 \right),
\end{aligned}$$

综上所述：点  $Q$  坐标为  $\left( \frac{6}{5}, 0 \right)$  或  $\left( \frac{10}{3}, 0 \right)$ .

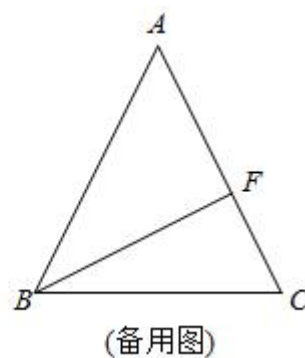
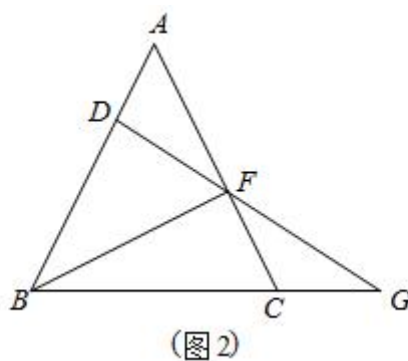
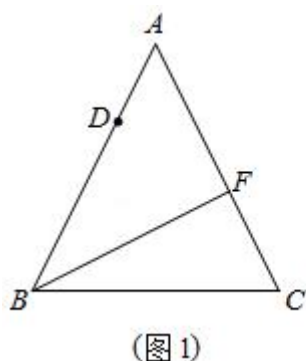
**【点评】** 本题二次函数综合题，考查了待定系数法求解析式，二次函数的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质等知识，灵活运用这些知识解决问题是解题的关键.

25. (14 分) 如图，已知在等腰  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 5\sqrt{5}$ ， $\tan \angle ABC = 2$ ， $BF \perp AC$ ，垂足为  $F$ ，点  $D$  是边  $AB$  上一点（不与  $A, B$  重合）.

(1) 求边  $BC$  的长；

(2) 如图 2，延长  $DF$  交  $BC$  的延长线于点  $G$ ，如果  $CG = 4$ ，求线段  $AD$  的长；

(3) 过点  $D$  作  $DE \perp BC$ ，垂足为  $E$ ， $DE$  交  $BF$  于点  $Q$ ，联结  $DF$ ，如果  $\triangle DQF$  和  $\triangle ABC$  相似，求线段  $BD$  的长.



**【分析】** (1) 先利用等腰三角形的性质判断出  $BC = 2BH$ ，再用三角函数和勾股定理求出  $BH$ ，即可得出结论；

(2) 先利用勾股定理和三角函数求出  $CF$ ，再判断出  $\triangle CFK \sim \triangle AFD$  和  $\triangle CGK \sim \triangle BGD$ ，

得出比例式，即可得出结论；

(3) 先求出  $BF = 4\sqrt{5}$ ，再判断出  $\triangle BEQ \sim \triangle BFC$ ，得出  $\frac{EQ}{BQ} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，设  $EQ = \sqrt{5}m$ ，则  $BQ = 5m$ ， $BE = 2\sqrt{5}m$ ，进而表示出  $BD = 10m$ ， $DQ = 3\sqrt{5}m$ ， $\angle DQF = \angle C$ ，再分两种情况，利用相似得出比例式表示出  $FQ$ ，最后用  $BF = 4\sqrt{5}$  建立方程求出  $m$ ，即可得出结论。

【解答】解 (1) 如图 1，过点  $A$  作  $DH \perp BC$  于  $H$ ，

$$\therefore \angle AHB = 90^\circ,$$

$$\because AB = AC = 5\sqrt{5},$$

$$\therefore BC = 2BH,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AHB \text{ 中, } \tan \angle ABC = \frac{AH}{BH} = 2,$$

$$\therefore AH = 2BH,$$

根据勾股定理得， $AH^2 + BH^2 = AB^2$ ，

$$\therefore (2BH)^2 + BH^2 = (5\sqrt{5})^2,$$

$$\therefore BH = 5,$$

$$\therefore BC = 2BH = 10;$$

$$(2) \because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because \tan \angle ABC = 2,$$

$$\therefore \tan \angle ACB = 2,$$

由 (1) 知， $BC = 10$ ，

$$\because BF \perp AC,$$

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BFC \text{ 中, } \tan \angle ACB = \frac{BF}{CF} = 2,$$

$$\therefore BF = 2CF,$$

根据勾股定理得， $BF^2 + CF^2 = BC^2$ ，

$$\therefore (2CF)^2 + CF^2 = 10^2,$$

$$\therefore CF = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AF = AC - CF = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5},$$

如图 2，过点  $C$  作  $CK \parallel AB$  交  $FG$  于  $K$ ，

$$\therefore \triangle CFK \sim \triangle AFD,$$

$$\therefore \frac{CK}{AD} = \frac{CF}{AF},$$

$$\therefore \frac{CK}{AD} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \triangle CGK \sim \triangle BGD,$$

$$\therefore \frac{CK}{BD} = \frac{CG}{BG},$$

$$\therefore CG = 4,$$

$$\therefore \frac{CK}{BD} = \frac{4}{10+4} = \frac{2}{7},$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{3}{7},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{3}{10},$$

$$\therefore AD = \frac{3}{10}AB = \frac{3}{10} \times 5\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2};$$

(3) 如备用图,

在  $\text{Rt}\triangle BFC$  中, 根据勾股定理得,  $BF = \sqrt{BC^2 - CF^2} = \sqrt{10^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4\sqrt{5}$ ,

$$\because DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle BEQ = 90^\circ = \angle BFC,$$

$$\because \angle EBQ = \angle FBC,$$

$$\therefore \triangle BEQ \sim \triangle BFC,$$

$$\therefore \frac{EQ}{CF} = \frac{BQ}{BC},$$

$$\because CF = 2\sqrt{5}, BC = 10,$$

$$\therefore \frac{EQ}{2\sqrt{5}} = \frac{BQ}{10},$$

$$\therefore \frac{EQ}{BQ} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \text{设 } EQ = \sqrt{5}m, \text{ 则 } BQ = 5m,$$

根据勾股定理得,  $BE = 2\sqrt{5}m$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BEQ$  中,  $\tan \angle ABC = \frac{DE}{BE} = 2$ ,

$$\therefore DE = 2BE = 4\sqrt{5}m,$$

根据勾股定理得,  $BD = 10m$ ,

$$\therefore DQ = DE - EQ = 3\sqrt{5}m,$$

$$\because DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle BEQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF + \angle BQE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BQE = \angle DQF,$$

$$\therefore \angle CBF + \angle DQF = 90^\circ,$$

$$\because \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DQF = \angle C,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \angle DQF,$$

$$\therefore \triangle DQF \text{ 和 } \triangle ABC \text{ 相似},$$

$$\therefore \text{①当 } \triangle DQF \sim \triangle ACB \text{ 时},$$

$$\therefore \frac{DQ}{AC} = \frac{QF}{BC},$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{5}m}{5\sqrt{5}} = \frac{QF}{10},$$

$$\therefore QF = 6m,$$

$$\because BF = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore 5m + 6m = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore m = \frac{4\sqrt{5}}{11},$$

$$\therefore BD = 10m = \frac{40\sqrt{5}}{11},$$

$$\text{②当 } \triangle DQF \sim \triangle BCA \text{ 时}, \frac{DQ}{BC} = \frac{FQ}{AC},$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{5}m}{10} = \frac{FQ}{5\sqrt{5}},$$

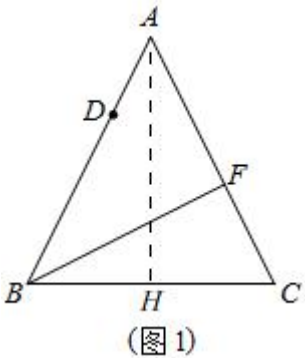
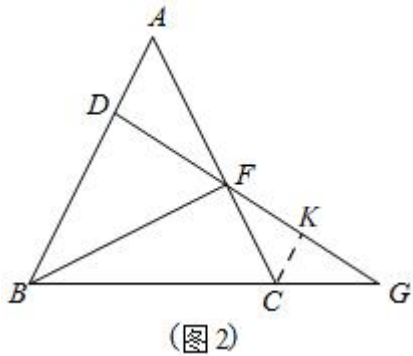
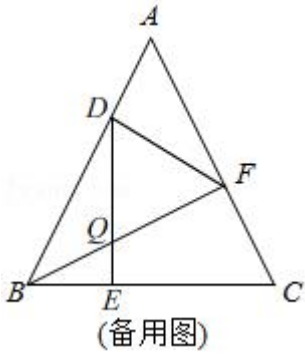
$$\therefore FQ = \frac{15}{2}m,$$

$$\therefore \frac{15}{2}m + 5m = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore m = \frac{8\sqrt{5}}{25},$$

$$\therefore BD = 10m = \frac{16\sqrt{5}}{5},$$

即  $BD$  的长为  $\frac{40\sqrt{5}}{11}$  或  $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ .



**【点评】**此题是相似形综合题，主要考查了等腰三角形的性质，锐角三角函数，勾股定理，相似三角形的判定和性质，利用方程的思想解决问题是解本题的关键．