

2020 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

2019.12

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 把抛物线 $y = x^2$ 向左平移 1 个单位后得到的抛物线是（ ）

- A. $y = (x+1)^2$ B. $y = (x-1)^2$ C. $y = x^2 + 1$ D. $y = x^2 - 1$

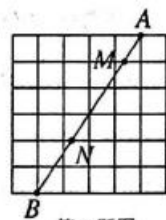
2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $AC=2$ ， $\cos A = \frac{3}{4}$ ，那么 AB 的长是（ ）

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{2}{3}\sqrt{7}$

3. 已知 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 都是非零向量，下列结论中不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是（ ）

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$ ， $\vec{b} = 2\vec{c}$
C. $\vec{a} = 2\vec{b}$ D. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

4. 如图，在 6×6 的正方形网格中，联结小正方形中两个顶点 A 、 B ，如果线段 AB 与网格线的其中两个交点为 M 、 N ，那么 $AM:MN:NB$ 的值是（ ）



第 4 题图

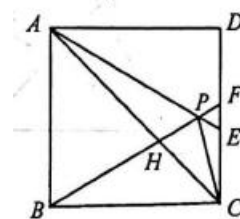
- A. $3:5:4$ B. $3:6:5$ C. $1:3:2$ D. $1:4:2$

5. 广场上水池中的喷头微露水面，喷出的水线呈一条抛物线，水线上水珠的高度 y （米）关于水珠和喷头的水平距离 x （米）的函数解析式是 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6x$ ($0 \leq x \leq 4$)，那么水珠的高度达到最大时，水珠与喷头的水平距离是（ ）

- A. 1 米 B. 2 米 C. 5 米 D. 6 米

6. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $\triangle ABP$ 是等边三角形， AP 、 BP 的延长线分别交边 CD 于点 E 、 F ，联结 AC 、 CP 、 AC 与 BF 相交于点 H ，下列结论中错误的是（ ）

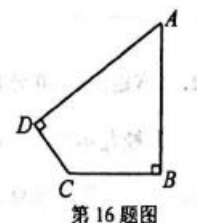
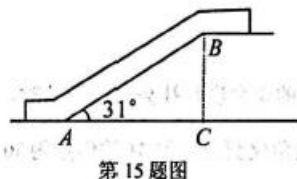
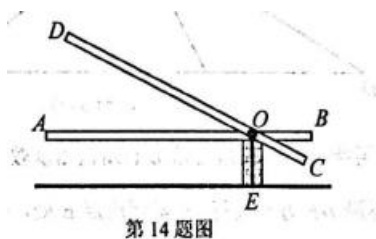
- A. $AE = 2DE$ B. $\triangle CFP \sim \triangle APH$
C. $\triangle CFP \sim \triangle APC$ D. $CP^2 = PH \cdot PB$



第 6 题图

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $\cot \alpha = \sqrt{3}$, 那么锐角 $\alpha =$ _____ 度
8. 如果抛物线 $y = -x^2 + 3x - 1 + m$ 经过原点, 那么 $m =$ _____
9. 二次函数 $y = x^2 + 5x - 1$ 的图像与 y 轴的交点坐标为 _____
10. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = (x-2)^2$ 上的两点, 如果 $x_1 < x_2 < 2$, 那么 y_1 _____ y_2 (填“>”、“<”或“=”)
11. 在比例尺为 1: 8000 000 地图上测得甲、乙两地间的图上距离为 4 厘米, 那么甲、乙两地间的实际距离为 _____ 千米
12. 已知点 P 是线段 AB 上的一点, 且 $BP^2 = AP \cdot AB$, 如果 $AB = 10\text{cm}$, 那么 $BP =$ _____ cm
13. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作 $MN \parallel BC$ 分别交边 AB 、 AC 于点 M 、 N , 那么 $S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} =$ _____
14. 如图, 某小区门口的栏杆从水平位 AB 绕固定点 O 旋转到位置 DC , 已知栏杆 AB 的长为 3.5 米, OA 的长为 3 米, 点 C 到 AB 的距离为 0.3 米, 支柱 OE 的高为 0.6 米, 那么栏杆端点 D 离地面的距离为 _____ 米
15. 如图, 某商店营业大厅自动扶梯 AB 的坡角为 31° , AB 的长为 12 米, 那么大厅两层之间 BC 的高度为 _____ 米 (结果保留一位小数) 【参考数据: $\sin 31^\circ = 0.515$, $\cos 31^\circ = 0.867$, $\tan 31^\circ = 0.601$ 】
16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 2$, $\tan A = \frac{4}{3}$, 那么 $CD =$ _____



17. 定义: 我们知道, 四边形的一条对角线把这个四边形分成两个三角形, 如果这两个三角

形相似但不全等，我们就把这条对角线叫做这个四边形的相似对角线，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 是它的相似对角线， $\angle ABC=70^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，那么 $\angle ADC=$ _____度

18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $AB=a$ ，将 $\triangle ABC$ 沿着斜边 BC 翻折，点 A 在点 A_1 处，点 D 、 E 分别为边 AC 、 BC 的中点，联结 DE 并延长交 A_1B 所在直线于点 F ，联结 A_1E ，如果 $\triangle A_1EF$ 为直角三角形时，那么 $a=$ _____

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 4 分）

抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 中，函数值 y 与自变量 x 之间的部分对应关系如下表：

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-4	-1	0	-1	-4	...

（1）求该抛物线的表达式；

（2）如果将该抛物线平移，使它的顶点移到点 $M(2, 4)$ 的位置，那么其平移的方法是_____。

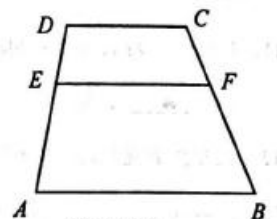
20. （本题满分 10 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 4 分）

如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB=12$ ， $CD=7$ ，点 E 在边 AD 上， $\frac{DE}{AE} = \frac{2}{3}$ ，

过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交边 BC 于点 F 。

（1）求线段 EF 的长；

（2）设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，联结 AF ，请用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AF}$ 。



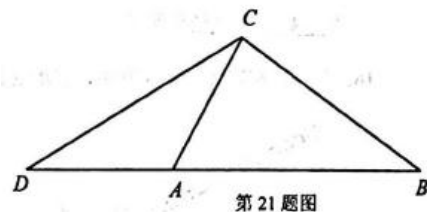
第 20 题图

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\sin B = \frac{3}{5}$, 延长边 BA 至点 D , 使 $AD = AC$, 联结 CD .

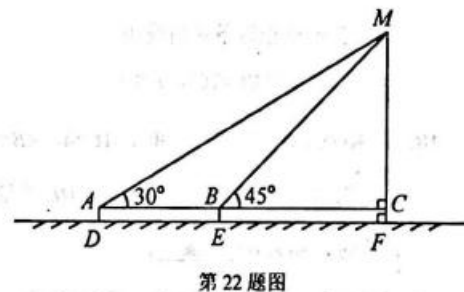
(1) 求 $\angle D$ 的正切值;

(2) 联边 AC 的中点 E , 联结 BE 并延长交边 CD 于点 F , 求 $\frac{CF}{FD}$ 的值.



22. (本题满分 10 分)

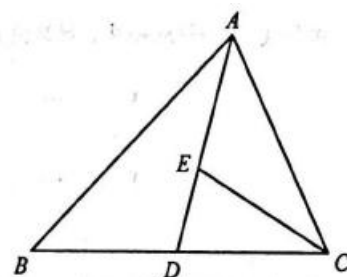
某校九年级数学兴趣小组的学生进行社会实践活动时, 想利用所学的解直角三角形的知识测量教学楼的高度, 他们先在点 D 处用测角仪测得楼顶 M 的仰角为 30° , 再沿 DF 方向前行 40 米到达点 E 处, 在点 E 处测得楼顶 M 的仰角为 45° , 已知测角仪的高 AD 为 1.5 米, 请根据他们的测量数据求此楼 MF 的高 (结果精确到 0.1m, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{6} \approx 2.449$)



23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\angle DAC = \angle B$ ，点 E 在边 AD 上， $CE = CD$.

- (1) 求证： $\frac{AC}{AB} = \frac{BD}{AD}$
- (2) 求证： $AC^2 = 2AE \cdot AD$.

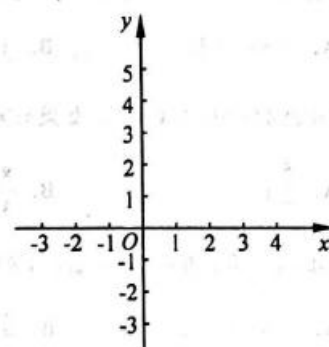


第 23 题图

24. (本题满分 12 分，每小题各 6 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = mx^2 - 2mx + 4$ ($m \neq 0$) 与轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧)，且 $AB = 6$.

- (1) 求这条抛物线的对称轴及表达式；
- (2) 在 y 轴上取点 $E(0, 2)$ ，点 F 为第一象限内抛物线上一点，联结 BF 、 EF ，如果 $S_{\text{四边形} OEFB} = 10$ ，求点 F 的坐标；
- (3) 在第 (2) 小题的条件下，点 F 在抛物线对称轴右侧，点 P 在 x 轴上且在点 B 左侧，如果直线 PF 与 y 轴的夹角等于 $\angle EBF$ ，求点 P 的坐标.



第 24 题图

25. (本题满分 14 分，第 (1) 小题 3 分，第 (2) 小题 5 分，第 (3) 小题 6 分)

已知在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ，点 P 是直线 AB 上任意一点，联结 PC ，在 $\angle PCD$ 内部作射线 CQ 与对角线 BD 交于点 Q (与 B 、 D 不重合)，且 $\angle PCQ = 30^\circ$.

- (1) 如图，当点 P 在边 AB 上时，如果 $BP=3$ ，求线段 PC 的长；
- (2) 当点 P 在射线 BA 上时，设 $BP=x$ ， $CQ=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式及定义域；
- (3) 联结 PQ ，直线 PQ 与直

线 BC 交于点 E ，如果 $\triangle QCE$ 与 $\triangle BCP$ 相似，求线段 BP 的长.

