

2020 年上海市普陀区中考数学一模试卷

2020.1

一、选择题（本大题共 6 题，每小题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ ，那么下列等式中，不一定正确的是（ ）

- A. $5x = 3y$ B. $x + y = 8$ C. $\frac{x+y}{y} = \frac{8}{5}$ D. $\frac{x}{y} = \frac{x+3}{y+5}$

2. 下列二次函数中，如果函数图像的对称轴是 y 轴，那么这个函数是（ ）

- A. $y = x^2 + 2x$ B. $y = x^2 + 2x + 1$ C. $y = x^2 + 2$ D. $y = (x-1)^2$

3. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{1}{3}$ ，那么下列说法中正确的是（ ）

- A. $\cos B = \frac{1}{3}$ B. $\cot A = \frac{1}{3}$ C. $\tan A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\cot B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 如果 $k = 0$ ， $\vec{a}$ 是非零向量，那么 $k\vec{a} = 0$
 B. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量，那么 $\vec{e} = 1$
 C. 如果 $|\vec{b}| = |\vec{a}|$ ，那么 $\vec{b} = \vec{a}$ 或 $\vec{b} = -\vec{a}$
 D. 已知非零向量 $\vec{a}$ ，如果向量 $\vec{b} = -5\vec{a}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

5. 如果二次函数 $y = (x-m)^2 + n$ 的图像如图 1 所示，那么一次函数 $y = mx + n$ 的图像经过（ ）

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、三、四象限
 C. 第一、二、四象限 D. 第二、三、四象限

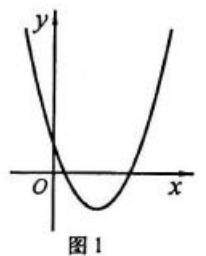


图 1

6. 如图 2，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，如果

$\frac{C_{\triangle ADC}}{C_{\triangle CDB}} = \frac{3}{2}$ ， $AD = 9$ ，那么 BC 的长是（ ）

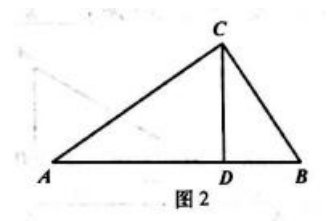


图 2

A.4

B.6

C. $2\sqrt{13}$ D. $3\sqrt{10}$

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 化简： $2\left(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) - (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

8. 抛物线 $y = (a-2)x^2$ 在对称轴左侧的部分是上升的，那么 a 的取值范围是_____.

9. 已知函数 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ ，如果 $x = 2$ ，那么 $f(x) =$ _____.

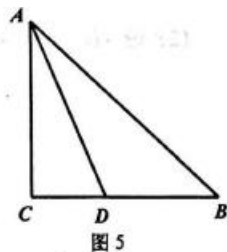
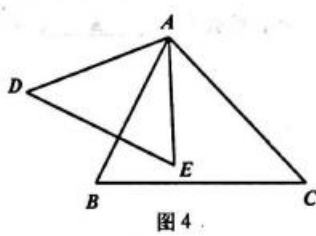
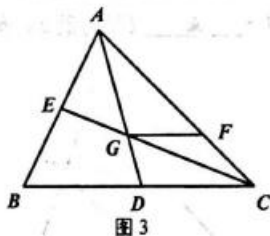
10. 如果抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ 与 x 轴的一个交点的坐标是 $(1, 0)$ ，那么与 x 轴的另一个交点的坐标是_____.

11. 将二次函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 的图像向下平移 m ($m > 0$) 个单位后，它的顶点恰好落在 x 轴上，那么 m 的值等于_____.

12. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cot B = \frac{1}{3}$ ， $BC = 2$ ，那么 $AC =$ _____.

13. 如图 3， $\triangle ABC$ 的中线 AD 、 CE 交于点 G ，点 F 在边 AC 上， $GF \parallel BC$ ，那么 $\frac{GF}{BC}$ 的值是_____.

14. 如图 4，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 中， $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$ ，要使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 相似，还需添加一个条件，这个条件可以是_____（只需填一个条件）



15. 如图 5，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是三角形的角平分线，如果 $AB = 3\sqrt{5}$ ， $AC = 2\sqrt{5}$ ，那么点 D 到直线 AB 的距离等于_____.

16. 如图 6，斜坡 AB 长为 100 米，坡角 $\angle ABC = 30^\circ$ ，现因“改小坡度”工程的需要，将斜

坡 AB 改造成坡度 $i = 1:5$ 的斜坡 BD (A 、 D 、 C 三点的同一条垂线上), 那么由点 A 到点 D 下降了_____米 (结果保留根号)

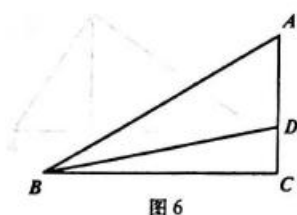


图 6

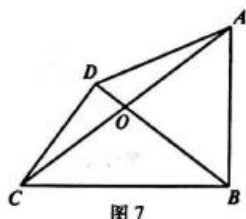


图 7

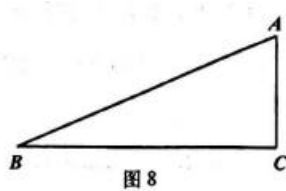


图 8

17. 如图 7, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , $AO = CO$, $CD \perp BD$, 如果 $CD = 3$, $BC = 5$, 那么 $AB =$ _____.

18. 如图 8, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $\sin B = \frac{5}{13}$, 点 P 为边 BC 上一点, $PC = 3$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 P 旋转得到 $\triangle A'B'C'$ (点 A 、 B 、 C 分别与点 A' 、 B' 、 C' 对应), 使 $B'C' \parallel AB$, 边 $A'C'$ 与边 AB 交于点 G , 那么 $A'G$ 的长等于_____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) [请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. (本题满分 10 分)

计算: $\frac{2\sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ}{\tan^2 60^\circ - 4\cos 45^\circ}$

20. (本题满分 10 分)

如图 9, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, $AD:AB = 1:3$.

(1) 当 $DE = 5$ 时, 求 FC 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CF} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{FE} =$ _____, $\overrightarrow{EA} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)

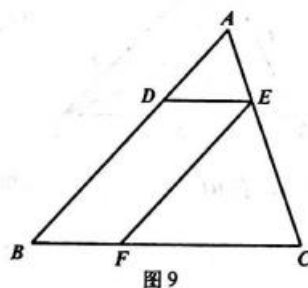


图 9

21. (本题满分 10 分)

如图 10, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 P 、 D 分别在边 BC 、 AC 上, $PA \perp AB$, 垂足为点 A ,
 $DP \perp BC$, 垂足为点 P , $\frac{AP}{PD} = \frac{BP}{CD}$.

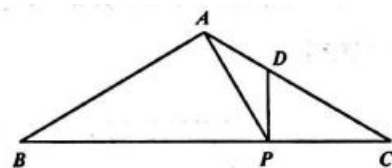


图 10

(1) 求证: $\angle APD = \angle C$;

(2) 如果 $AB = 3$, $DC = 2$, 求 AP 的长.

22. (本题满分 10 分)

函数 $y = \frac{m}{x}$ 与函数 $y = \frac{x}{k}$ (m 、 k 为不等于零的常数) 的图像有一个公共点 $A(3, k-2)$,

其中正比例函数 y 的值随 x 的值增大而减小, 求这两个函数的解析式.

23. (本题满分 12 分)

已知: 如图 11, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$.

(1) 求证: $\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$;

(2) 设 $\triangle OAB$ 的面积为 S , $\frac{CD}{AB} = k$, 求证: $S_{\text{四边形}ABCD} = (k+1)^2 S$.

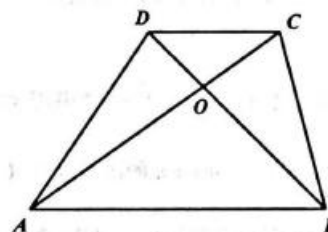


图 11

24. (本题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 12), 已知抛物线 $y = ax^2 + \left(a + \frac{8}{3}\right)x + c (a \neq 0)$ 经过点 $A(-3, -2)$, 与 y 轴交于点 $B(0, -2)$, 抛物线的顶点为点 C , 对称轴与 x 轴交于点 D .

(1) 求抛物线的表达式及点 C 的坐标;

(2) 点 E 是 x 轴正半轴上的一点, 如果 $\angle AED = \angle BCD$, 求点 E 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 P 是位于 y 轴左侧抛物线上的一点, 如果 $\triangle PAE$ 是以 AE 为直角边的直角三角形, 求点 P 的坐标.

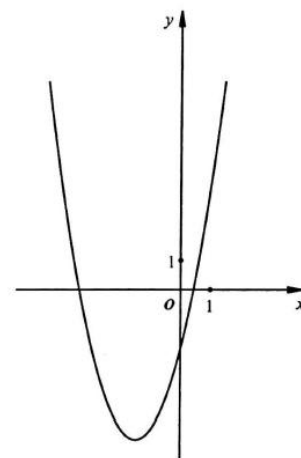


图 12

25. (本题满分 14 分)

如图 13, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle C = 90^\circ$, $AD = 2$, $BC = 5$, $DC = 3$, 点 E 在边 BC 上, $\tan \angle AEC = 3$, 点 M 是射线 DC 上一个动点 (不与点 D 、 C 重合), 联结 BM 交射线 AE 于点 N , 设 $DM = x$, $AN = y$.

(1) 求 BE 的长;

- (2) 当动点 M 在线段 DC 上时，试求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出函数的定义域；
- (3) 当动点 M 运动时，直线 BM 与直线 AE 的夹角等于 45° ，请直接写出这时线段 DM 的长.

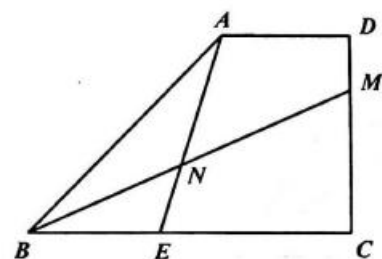
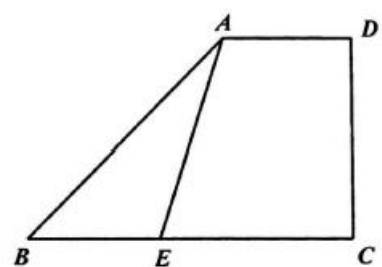


图 13



备用图