

2020 年上海市徐汇区中考数学一模试卷

答案解析版

一、选择题：

1. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x - 3$ ，那么下列关于该函数的判断正确的是（ ）

- A. 该函数图像有最高点 $(0, -3)$ B. 该函数图像有最低点 $(0, -3)$
C. 该函数图像在 x 轴的下方； D. 该函数图像在对称轴左侧是下降的.

【答案】 C

【解析】

【分析】

根据题目中的函数解析式和二次函数的性质可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题.

【详解】 $\because$ 二次函数 $y = -x^2 + 2x - 3 = -(x-1)^2 - 2$,

$\therefore$ 该函数图象有最高点 $(1, -2)$ ，故选项 A 错误，选项 B 错误；

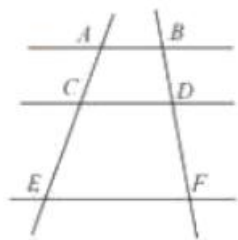
该函数图象在 x 轴下方，故选项 C 正确；

该函数图象在对称轴左侧是上升的，故选项 D 错误；

故选：C.

【点睛】 本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质、二次函数的最值，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

2. 如图， $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AC = 2$ ， $AE = 5$ ， $BD = 1.5$ ，那么下列结论正确的是（ ）



A. $DF = \frac{15}{4}$

B. $EF = \frac{15}{4}$

C. $CD = \frac{15}{4}$

D. $BF = \frac{15}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据平行线分线段成比例定理判断即可.

【详解】 $\because AB \parallel CD \parallel FF$, $AC=2$, $AE=5$, $BD=1.5$,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$$

$$\text{即 } \frac{2}{5-2} = \frac{1.5}{DF}$$

$$\text{解得: } DF = \frac{9}{4}$$

$$\therefore BF = BD + DF = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

故选: D.

【点睛】本题考查的是平行线分线段成比例定理,灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键.

3. 线段 AB 内一点 P , 且 $AP^2 = AB \cdot BP$, $AB=1$, 则 $AP=(\quad)$

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

B. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

设 $AP=x$ ，则 $BP=1-x$ ，根据 $AP^2 = AB \cdot BP$ ，列方程求出 x 值即可.

【详解】设 $AP=x$ ，则 $BP=1-x$ ，

$$\because AP^2 = AB \cdot BP$$

$$\therefore x^2=1-x,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} \quad (\text{舍去}), \quad x_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

故选 C.

【点睛】本题考查比例线段.根据已知列出方程是解题关键.

4. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 5$ ，那么下列结论正确的是（ ）

$$\text{A. } \sin A = \frac{3}{4} \quad \text{B. } \cos A = \frac{4}{5} \quad \text{C. } \cot A = \frac{5}{4} \quad \text{D. } \tan A = \frac{4}{3}$$

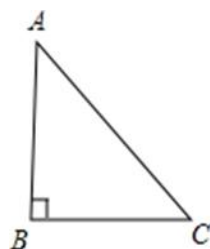
【答案】B

【解析】

【分析】

根据题意画出图形，再根据勾股定理求出 AB 的长，直接利用锐角三角函数关系分别求出即可.

【详解】如图所示：



$$\because \angle ACB=90^\circ, \quad BC=3, \quad AC=5,$$

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}, \quad \text{故选项 A 错误;}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}, \text{ 故选项 B 正确;}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}, \text{ 故选项 C 错误;}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}, \text{ 故选项 D 错误.}$$

故选：B.

5. 跳伞运动员小李在 200 米的空中测得地面上的着落点 A 的俯角为 60° ，那么此时小李离着落点 A 的距离是（ ）

- A. 200 米 B. 400 米 C. $\frac{200}{3}\sqrt{3}$ 米 D. $\frac{400}{3}\sqrt{3}$ 米

【答案】D

【解析】

【分析】

已知直角三角形的一个锐角和直角边求斜边，运用三角函数定义解答．

【详解】根据题意，此时小李离着落点 A 的距离是 $\frac{200}{\sin 30^\circ} = \frac{400\sqrt{3}}{3}$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用--仰角俯角问题，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形．

6. 下列命题中，假命题是（ ）

- A. 凡有内角为 30° 的直角三角形都相似 B. 凡有内角为 45° 的等腰三角形都相似
C. 凡有内角为 60° 的直角三角形都相似 D. 凡有内角为 90° 的等腰三角形都相似

【答案】B

【解析】

【分析】

根据相似三角形的判定定理对各小题分析判断即可判断.

【详解】A、凡有内角为 30° 的直角三角形都相似，所以 A 选项的命题为真命题；

B、凡有内角为 45° 的等腰三角形不一定相似，所以 B 选项的命题为假命题；

C、凡有内角为 60° 的直角三角形都相似所以 C 选项的命题为真命题；

D、凡有内角为 90° 的等腰三角形都相似，所以 D 选项的命题为真命题.

故选：B.

【点睛】题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

二、填空题

7. 计算： $2\sin 60^\circ - \cot 30^\circ \cdot \tan 45^\circ =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】

根据特殊角三角函数值，可得实数的运算，根据实数的运算，可得答案.

【详解】 $2\sin 60^\circ - \cot 30^\circ \cdot \tan 45^\circ$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times 1$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 0.$$

故答案为：0.

【点睛】 本题考查了特殊角三角函数值，熟记特殊角三角函数值是解题关键.

8. 已知线段 $a = 4$, $c = 9$, 那么 a 和 c 的比例中项 $b =$ _____.

【答案】 6;

【解析】

【分析】

根据比例中项的定义可得 $b^2 = ac$, 从而易求 b .

【详解】 $\because b$ 是 a 、 c 的比例中项,

$$\therefore b^2 = ac,$$

$$\text{即 } b^2 = 36,$$

$$\therefore b = 6 \text{ (负数舍去),}$$

故答案是 6.

【点睛】 本题考查了比例线段, 解题的关键是理解比例中项的含义.

9. 如果两个相似三角形的对应高比是 $\sqrt{3} : 2$, 那么它们的相似比是_____.

【答案】 $\sqrt{3} : 2$

【解析】

【分析】

根据相似三角形对应高的比等于相似比解答.

【详解】 $\because$ 两个相似三角形的对应高比是 $\sqrt{3} : 2$,

$$\therefore \text{它们的相似比是 } \sqrt{3} : 2,$$

故答案为: $\sqrt{3} : 2$.

【点睛】 本题考查的是相似三角形的性质, 掌握相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比是解题的关键.

10. 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A'B'C'D'$ 是相似图形, 点 A, B, C, D 分别与 A', B', C', D' 对应,

已知 $BC = 3$, $CD = 2.4$, $B'C' = 2$, 那么 $C'D'$ 的长是_____.

【答案】 1.6

【解析】

【分析】

相似多边形的对应边成比例, 根据相似多边形的性质即可解决问题.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$,

$$\therefore CD : C'D' = BC : B'C',$$

$$\because BC = 3, CD = 2.4, B'C' = 2,$$

$$\therefore C'D' = 1.6,$$

故答案为: 1.6.

【点睛】 本题考查相似图形, 解题的关键是熟练掌握相似多边形的性质.

11. 已知二次函数 $y = 2(x + 2)^2$, 如果 $x > -2$, 那么 y 随 x 的增大而_____.

【答案】 增大

【解析】

【分析】

由二次函数解析式可求得其对称轴, 结合二次函数的增减性可求得答案.

【详解】 $\because y = 2(x + 2)^2$,

$\therefore$ 抛物线开口向上, 且对称轴为 $x = -2$,

$\therefore$ 在对称轴右侧 y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x > -2$ 时, y 随 x 的增大而增大,

故答案为: 增大.

【解答】 解:

【点评】 本题主要考查二次函数的性质，掌握二次函数的增减性是解题的关键.

12.同一时刻，高为 12 米的学校旗杆的影长为 9 米，一座铁塔的影长为 21 米，那么此铁塔的高是_____米.

【答案】 28

【解析】

【分析】

根据成比例关系可知，旗杆高比上旗杆的影长等于铁塔的高比上铁塔的影长，代入数据即可得出答案.

【详解】 设铁塔高度为 x ，有 $\frac{12}{9} = \frac{x}{21}$ ，

解得： $x=28$ ，

答：铁塔的高是 28 米，

故答案为：28.

【点睛】 本题考查了相似三角形的应用，解题关键是知道在同一时刻同一地点任何物体的高与其影子长比值是相同的.

13.一山坡的坡度 $i=1:3$ ，小刚从山坡脚下点 P 处上坡走了 $50\sqrt{10}$ 米到达点 N 处，那么他上升的高度是_____米.

【答案】 50

【解析】

【分析】

设坡面的铅直高度为 x 米，根据坡度的概念用 x 表示出坡面的水平宽度，根据勾股定理计算即可.

【详解】 设坡面的铅直高度为 x 米，

∵山坡的坡度 $i=1:3$,

∴坡面的水平宽度为 $3x$ 米,

由勾股定理得, $(3x)^2 + x^2 = (50\sqrt{10})^2$,

解得, $x=50$,

则他上升的高度是 50 米,

故答案为: 50.

【点睛】 本题考查的是解直角三角形的应用-坡度坡角问题, 掌握坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比是解题的关键.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AB=6, AC=4, BC=5, AD=2, AE=3$,

那么 DE 的长是_____.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】

通过证明 $\triangle AED \sim \triangle ABC$, 可得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 即可求解.

【详解】 ∵ $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

∴ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, 且 $\angle DAE = \angle BAC$,

∴ $\triangle AED \sim \triangle ABC$,

∴ $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$,

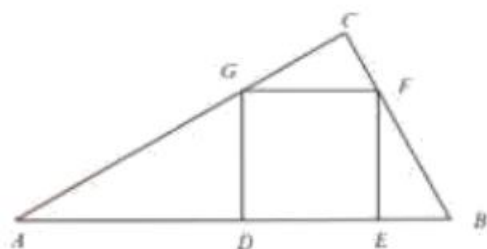
∴ $DE = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$,

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点睛】 本题考查相似三角形的判定和性质, 解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题.

15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC=2, BC=1$, 正方形 $DEFG$ 内接于 $\triangle ABC$,

点 G 、 F 分别在边 AC 、 BC 上，点 D 、 E 在斜边 AB 上，那么正方形 $DEFG$ 的边长是 _____.



【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{7}$

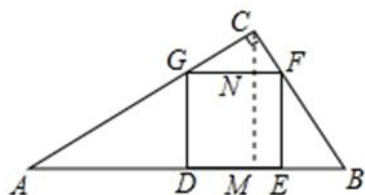
【解析】

【分析】

作 $CM \perp AB$ 于 M ，交 GF 于 N ，由勾股定理得出 $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，由面积法求出

$CM = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$ ，证明 $\triangle CGF \sim \triangle CAB$ ，得出 $\frac{CN}{CM} = \frac{GF}{AB}$ ，即可得出答案.

【详解】作 $CM \perp AB$ 于 M ，交 GF 于 N ，如图所示：



$\because$ Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 1$ ，

$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$\therefore CM = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{2 \times 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\because$ 正方形 $DEFG$ 内接于 $\triangle ABC$ ，

$\therefore GF = EF = MN$ ， $GF \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle CGF \sim \triangle CAB$ ，

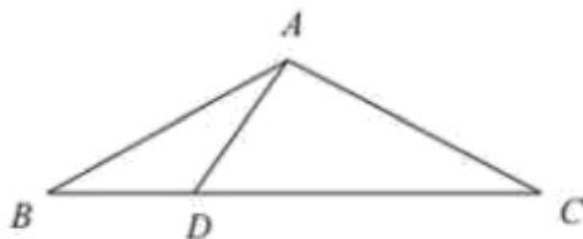
$$\therefore \frac{CN}{CM} = \frac{GF}{AB}, \text{ 即 } \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5} - EF}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{EF}{\sqrt{5}},$$

$$\text{解得: } EF = \frac{2\sqrt{5}}{7};$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{5}}{7}.$$

【点睛】 本题考查的是相似三角形的判定和性质、正方形的性质、勾股定理等知识；正确作出辅助线、灵活运用相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

16.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AD \perp AC$, $\angle BAD = \angle C$, $BD = 2$, $CD = 6$, 那么 $\tan C =$ _____.



【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】

证明 $\triangle ABD \sim \triangle CBA$, 得出 $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB}$, 求出 $AB=4$, 由三角函数定义即可得出答案.

【详解】 $\because BD=2$, $CD=6$,

$$\therefore BC=BD+CD=8,$$

$$\because \angle B = \angle B, \angle BAD = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB},$$

$$\therefore AB^2 = BD \times BC = 2 \times 8 = 16,$$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\because AD \perp AC,$$

$$\therefore \tan C = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2};$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质以及解直角三角形；熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

17. 我们把有两条中线互相垂直的三角形称为“中垂三角形”，其中 $\triangle ABC$ 的中线 BD, CE 互相垂直于点 G ，如果 $BD = 9$ ， $CE = 12$ ，那么 D, E 两点间的距离是_____.

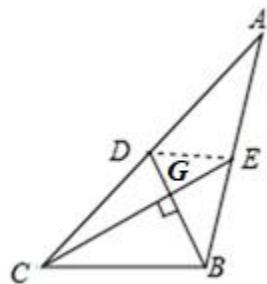
【答案】5

【解析】

【分析】

连接 DE ，设 BD, CE 交于点 G ，证明 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，得出 $DE = \frac{1}{2}BC$ ， $DE \parallel BC$ ，证明 $\triangle GDE \sim \triangle GBC$ ，得出 $\frac{GD}{GB} = \frac{GE}{GC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ ，求出 $GC = 8$ ， $GE = 6$ ，由勾股定理得出 $BC = \sqrt{GC^2 + GB^2} = 10$ ，即可得出答案.

【详解】连接 DE ，设 BD, CE 交于点 G ，如图所示：



$\therefore \triangle ABC$ 的中线 BD, CE 互相垂直，

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\angle BGC = 90^\circ$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC, DE \parallel BC,$$

∴ $\triangle GDE \sim \triangle GBC$,

$$\therefore \frac{GD}{GB} = \frac{GE}{GC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore GC = \frac{2}{3} CE = \frac{2}{3} \times 12 = 8, \quad GB = \frac{2}{3} BD = \frac{2}{3} \times 9 = 6,$$

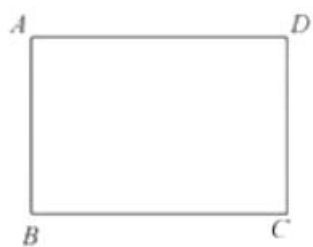
$$\therefore BC = \sqrt{GC^2 + GB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$$\therefore DE = 5;$$

故答案为: 5.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质、三角形中位线定理、勾股定理等知识; 熟练掌握相似三角形的判定与性质和三角形中位线定理是解题的关键.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 4$, 将矩形 $ABCD$ 绕着点 B 顺时针旋转后得到矩形 $A'B'C'D'$, 点 A 的对应点 A' 在对角线 AC 上, 点 C, D 分别与点 C', D' 对应, $A'D'$ 与边 BC 交于点 E , 那么 BE 的长是_____.



【答案】 $\frac{25}{8}$

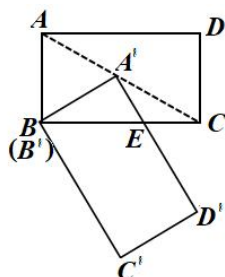
【解析】

【分析】

根据旋转的性质可得 $BA = BA'$, 可知 $\angle BAA' = \angle BA'A$, 由矩形的性质得 $\angle BA'A + \angle CA'E = 90^\circ$, $\angle BCA + \angle BAC = 90^\circ$, 可得 $\angle ECA' = \angle EA'C$, 从而 $A'E = CE$,

设 $CE=x$ ，则 $A'E=x$ ， $BE=4-x$ ，在 $Rt\triangle BA'E$ 中，运用勾股定理列出方程求解即可.

【详解】如图所示，



由旋转的性质得 $BA = BA'$ ，

$$\therefore \angle BAA' = \angle BA'A,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$ 为矩形，

$$\therefore \angle ABC = \angle BA'D = 90^\circ$$

又点 A' 在 AC 上，

$$\therefore \angle BA'A + \angle CA'E = 90^\circ, \quad \angle BCA + \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ECA' = \angle EA'C,$$

$$\therefore A'E = CE$$

设 $CE=x$ ，则 $A'E=x$ ，

$$\because AB=3, \quad BC=4,$$

$$\therefore BA'=3, \quad BE=4-x$$

在 $Rt\triangle BA'E$ 中， $A'E^2 + A'B^2 = BE^2$

$$\therefore x^2 + 3^2 = (4-x)^2,$$

$$\text{解得, } x = \frac{7}{8},$$

$$\therefore BE = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{25}{8}.$$

【点睛】 本题考查图形的旋转和勾股定理，解题的关键是掌握图形旋转的性质.

三、解答题：

19.已知： $a:b:c=2:3:5$.

- (1) 求代数式 $\frac{3a-b+c}{2a+3b-c}$ 的值；
- (2) 如果 $3a-b+c=24$, 求 a,b,c 的值.

【答案】 (1) 1; (2) $a=6, b=9, c=15$

【解析】

【分析】

- (1) 设 $a=2k, b=3k, c=5k (k \neq 0)$, 代入代数式 $\frac{3a-b+c}{2a+3b-c}$, 即可求出答案;
- (2) 把 $a、b、c$ 的值代入, 求出即可.

【详解】 $\because a:b:c=2:3:5$

$\therefore$ 设 $a=2k, b=3k, c=5k (k \neq 0)$,

$$(1) \frac{3a-b+c}{2a+3b-c} = \frac{6k-3k+5k}{4k+9k-5k} = \frac{8k}{8k} = 1;$$

$$(2) \because 3a-b+c=24$$

$$\therefore 6k-3k+5k=24,$$

$$\therefore k=3,$$

$$\therefore a=2 \times 3=6, b=3 \times 3=9, c=5 \times 3=15.$$

【点睛】 本题考查了比例的性质的应用, 主要考查学生的计算能力.

20.已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 自变量 x 的值和它对应的函数值 y 如下表所示:

x	$\cdots$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	3	0	-1	0	m	$\cdots$

- (1) 请写出该二次函数图像的开口方向、对称轴、顶点坐标和 m 的值;

(2) 设该二次函数图像与 x 轴的左交点为 B ，它的顶点为 A ，该图像上点 C 的横坐标为 4，求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 (1) 开口向上，对称轴： $x = 2$ ；顶点 $(2, -1)$ ， $m = 3$ ； (2) 3

【解析】

【分析】

(1) 根据表格中的数据和二次函数的性质，可以得到该二次函数图象的开口方向、对称轴、顶点坐标和 m 的值；

(2) 根据表格中的数据和题意，可以写出点 B 、点 A 和点 C 的坐标，再求出直线 AC 和 x 轴的交点，即可得到 $\triangle ABC$ 的面积.

【详解】 (1) 由表格可知，

该函数有最小值，当 $x=2$ 时， $y=-1$ ，当 $x=4$ 和 $x=0$ 时的函数值相等，则 $m=3$ ，

即该二次函数图象的开口方向向上，对称轴是直线 $x=2$ ，顶点坐标为 $(2, -1)$ ， m 的值是 3；

(2) 由题意可得，

点 B 的坐标为 $(1, 0)$ ，点 A 的坐标为 $(2, -1)$ ，点 C 的坐标为 $(4, 3)$ ，

设直线 AC 的函数解析式为 $y=kx+b$ ，

$$\begin{cases} 2k+b=-1 \\ 4k+b=3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k=2 \\ b=-5 \end{cases},$$

所以直线 AC 的函数解析式为 $y=2x-5$ ，

当 $y=0$ 时， $0=2x-5$ ，得 $x=2.5$ ，

则直线 AC 与 x 轴的交点为 $(2.5, 0)$ ，

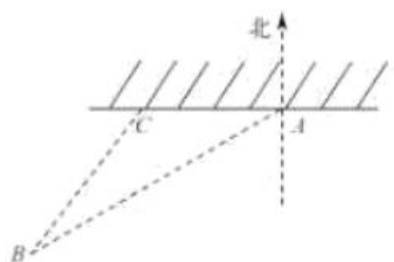
故 $\triangle ABC$ 的面积是： $\frac{(2.5-1) \times 3}{2} + \frac{(2.5-1) \times |-1|}{2} = 3$.

【点睛】 本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，

解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答．

21.如图，一艘游艇在离开码头 A 处后，沿南偏西 60° 方向行驶到达 B 处，此时从 B 处发现灯塔 C 在游轮的东北方向，已知灯塔 C 在码头 A 的正西方向 200 米处，求此时游轮与灯塔 C 的距离（精确到 1 米）．

（参考数据： $\sqrt{2} = 1.414$ ， $\sqrt{3} = 1.732$ ， $\sqrt{6} = 2.449$ ）



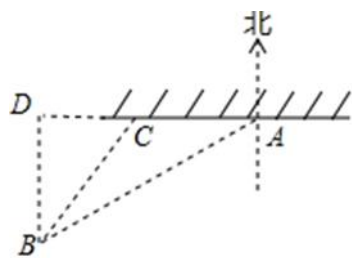
【答案】 386 米

【解析】

【分析】

过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D ，解直角三角形即可得到结论．

【详解】 过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D ，



在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\because \angle D=90^\circ$ ， $\angle DBC=45^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC=\angle DCB=45^\circ$ ，

$\therefore BD=CD$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\because \angle DAB=30^\circ$ ，

$\therefore AD=\sqrt{3} BD$ ，

$$\therefore AC=200,$$

$$\therefore \sqrt{3} BD - BD = 200,$$

$$\therefore BD = \frac{200}{\sqrt{3}-1} = 100(\sqrt{3}+1),$$

$$\therefore BC = \sqrt{2} BD = 100(\sqrt{3}+1) \times \sqrt{2} \approx 386 \text{ 米},$$

答：此时游轮与灯塔 C 的距离为 386 米.

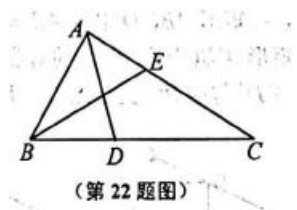
【点睛】 本题考查的是解直角三角形的应用，仰角俯角问题，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $BE = CE$ ， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ，

(1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，求向量 $\overrightarrow{BE}$ （用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示）；

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折后，点 B 在边 AC 上的点 F 重合，联结 DF ，

求 $S_{\triangle CDF} : S_{\triangle CEB}$ 的值.



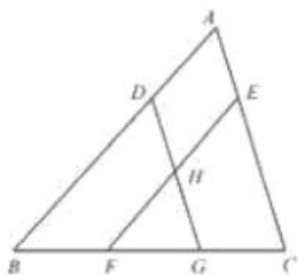
【答案】 (1) $-\frac{5}{9}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$; (2) $\frac{9}{25}$.

【解析】

22. 解：(1) $\because BE = CE, \therefore \angle C = \angle EBC$;
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE = \angle EBC; \therefore \angle ABE = \angle C$;
 又 $\angle BAE = \angle CAB, \therefore \triangle ABE \sim \triangle ACB; \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AC}$;
 即 $\frac{AE}{2} = \frac{2}{3}$; 得 $AE = \frac{4}{3}; \therefore \frac{AE}{AC} = \frac{4}{9}; \therefore AE = \frac{4}{9}AC$;
 $\text{又 } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b};$
 $\therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\vec{a} + \frac{4}{9}(\vec{a} + \vec{b}) = -\frac{5}{9}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}.$

(2) 由题意，可得 $\angle AFD = \angle ABC = 2\angle EBC, AF = AB = 2$;
 又 $\angle AEB = \angle EBC + \angle C, \angle C = \angle ABE = \angle EBC,$
 $\therefore \angle AEB = 2\angle EBC = \angle AFD;$
 $\therefore DF \parallel BE; \therefore \triangle CDF \sim \triangle CBE;$
 $\therefore \frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle CBE}} = \left(\frac{CF}{CE}\right)^2 = \left[\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{3}}\right]^2 = \frac{9}{25}.$

23.如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E, F, G 分别在 AB, AC, BC 上， $AB = 3AD$ ， $CE = 2AE$ ， $BF = FG = CG$ ， DG 与 EF 交于点 H 。



(1) 求证： $FH \cdot AC = HG \cdot AB$ ；

(2) 连接 DF, EG ，求证： $\angle A = \angle FDG + \angle GEF$ 。

【答案】 (1) 证明见解析；(2) 证明见解析。

【解析】

【分析】

(1) 根据已知条件先证明 $DG \parallel AC$ ， $EF \parallel AB$ ，可得 $\angle HGF = \angle C$ ， $\angle HFG = \angle B$ ，即可证明 $\triangle HFG \sim \triangle ABC$ ，从而可得结论；

(2) 连接 DF, EG, DE ，证明四边形 $DFGE$ 和 $ADHE$ 是平行四边形，即可证得结论。

【详解】 $\because AB = 3AD$ ， $BF = FG = CG$ ，

$$\therefore BD = 2AD, \quad BG = 2CG,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BG}{CG} = 2,$$

$$\therefore DG \parallel AC,$$

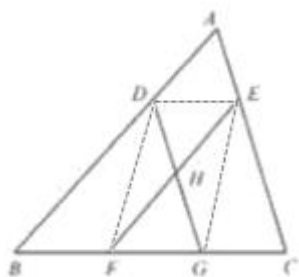
同理可得， $EF \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle HFG = \angle ABC, \quad \angle HGF = \angle ACB,$$

$$\therefore \triangle HFG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{FH}{AB} = \frac{HG}{AC}, \quad \text{即 } FH \cdot AC = HG \cdot AB;$$

(2) 连接 DF, EG , DE , 如图所示,



$\because EF \parallel AB$,

$$\therefore \frac{GH}{HD} = \frac{GF}{FB},$$

$\because GF = FB$

$$\therefore \frac{GH}{HD} = \frac{GF}{FB} = 1,$$

$\therefore GH = HD$,

同理可证, $FH = EH$,

$\therefore$ 四边形 $DFGE$ 是平行四边形,

$\therefore DF \parallel EG$,

$\therefore \angle FDG = \angle EGD$,

$\therefore \angle FHG = \angle EGH + \angle HEG$,

$\because \angle DHE = \angle FHG$,

$\therefore \angle DHE = \angle EGH + \angle HEG = \angle FDG + \angle GEF$,

由 $EF \parallel AB$, $DG \parallel AC$, 得四边形 $ADHE$ 是平行四边形,

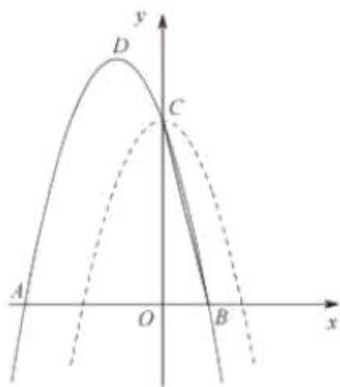
$\therefore \angle A = \angle DHE$,

$\therefore \angle A = \angle FDG + \angle GEF$

【点睛】此题主要考查了平行线分线段成比例的判定与性质, 以及平行四边形的判定与性质,

熟练掌握相减的判定与性质是解决此题的关键.

24.如图，将抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + 4$ 平移后，新抛物线经过原抛物线的顶点 C ，新抛物线与 x 轴正半轴交于点 B ，联结 BC ， $\tan B = 4$ ，设新抛物线与 x 轴的另一交点是 A ，新抛物线的顶点是 D 。



(1) 求点 D 的坐标；

(2) 设点 E 在新抛物线上，联结 AC, DC ，如果 CE 平分 $\angle DCA$ ，求点 E 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，将抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + 4$ 沿 x 轴左右平移，点 C 的对应点为 F ，当 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似时，请直接写出平移后得到抛物线的表达式。

【答案】 (1) $(-1, \frac{16}{3})$; (2) $(-2, 4)$; (3) $y = -\frac{4}{3}(x + \frac{2}{3})^2 + 4$ 或 $y = -\frac{4}{3}(x - \frac{1}{12})^2 + 4$

【解析】

【分析】

(1) 设点 D 坐标 (a, b) ，可得新抛物线解析式为： $y = -\frac{4}{3}(x-a)^2 + b$ ，先求出点 C ，点 B 坐标，代入解析式可求解；

(2) 通过证明 $\triangle AOC \sim \triangle CHD$ ，可得 $\angle ACO = \angle DCH$ ，可证 $EC \parallel AO$ ，可得点 E 纵坐标为 4，即可求点 E 坐标；

(3) 分两种情况讨论，由相似三角形的性质可求点 F 坐标，即可求平移后得到抛物线的表达式。

【详解】(1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + 4$ 的顶点为 C,

$\therefore$ 点 C (0, 4)

$\therefore$ OC=4,

$\because \tan B = 4 = \frac{OC}{OB},$

$\therefore$ OB=1,

$\therefore$ 点 B (1, 0)

设点 D 坐标 (a, b)

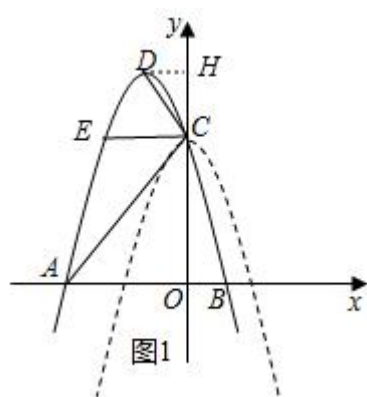
$\therefore$ 新抛物线解析式为: $y = -\frac{4}{3}(x-a)^2 + b$, 且过点 C (0, 4), 点 B (1, 0)

$$\therefore \begin{cases} 0 = -\frac{4}{3}(1-a)^2 + b \\ 4 = -\frac{4}{3}a^2 + b \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 点 D 坐标 $(-1, \frac{16}{3})$

(2) 如图 1, 过点 D 作 $DH \perp OC$,



$\therefore$ 点 D 坐标 $(-1, \frac{16}{3})$

$\therefore$ 新抛物线解析式为: $y = -\frac{4}{3}(x+1)^2 + \frac{16}{3},$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0=-\frac{4}{3}(x+1)^2+\frac{16}{3},$$

$$\therefore x_1=-3, x_2=1,$$

$$\therefore \text{点 A } (-3, 0),$$

$$\therefore AO=3,$$

$$\therefore \frac{AO}{CO}=\frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{点 D 坐标 } (-1, \frac{16}{3})$$

$$\therefore DH=1, HO=\frac{16}{3},$$

$$\therefore CH=OH-OC=\frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{DH}{CH}=\frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{AO}{CO}=\frac{DH}{CH}, \text{ 且 } \angle AOC=\angle DHC=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle CHD,$$

$$\therefore \angle ACO=\angle DCH,$$

$$\therefore \text{CE 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ACE=\angle DCE,$$

$$\therefore \angle ACO+\angle ACE=\angle DCH+\angle DCE, \text{ 且 } \angle ACO+\angle ACE+\angle DCH+\angle DCE=180^\circ$$

$$\therefore \angle ECO=\angle ECH=90^\circ=\angle AOB,$$

$$\therefore EC \parallel AO,$$

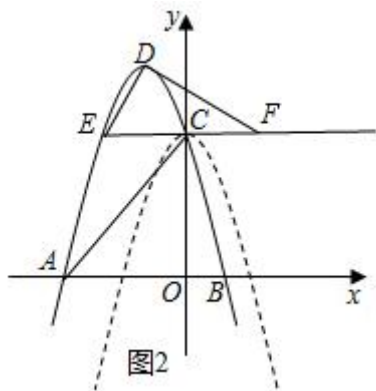
$$\therefore \text{点 E 纵坐标为 4,}$$

$$\therefore 4=-\frac{4}{3}(x+1)^2+\frac{16}{3},$$

$$\therefore x_1=-2, x_2=0,$$

$$\therefore \text{点 E } (-2, 4),$$

(3) 如图 2,



$\therefore$ 点 E $(-2, 4)$, 点 C $(0, 4)$, 点 A $(-3, 0)$, 点 B $(1, 0)$, 点 D 坐标 $(-1, \frac{16}{3})$

$\therefore DE=DC=\frac{5}{3}$, $AC=\sqrt{AO^2+CO^2}=\sqrt{16+9}=5$, $AB=3+1=4$,

$\therefore \angle DEC=\angle DCE$,

$\therefore EC \parallel AB$,

$\therefore \angle ECA=\angle CAB$,

$\therefore \angle DEC=\angle CAB$,

$\therefore \triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似

$\therefore \frac{DE}{AC}=\frac{EF}{AB}$ 或 $\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{AC}$,

$\therefore \frac{\frac{5}{3}}{5}=\frac{EF}{4}$ 或 $\frac{\frac{5}{3}}{4}=\frac{EF}{5}$

$\therefore EF=\frac{4}{3}$ 或 $\frac{25}{12}$

$\therefore$ 点 F $(-\frac{2}{3}, 4)$ 或 $(\frac{1}{12}, 4)$

设平移后解析式为: $y=-\frac{4}{3}(x+1-c)^2+4$,

$\therefore 4=-\frac{4}{3}(-\frac{2}{3}+1-c)^2+4$ 或 $4=-\frac{4}{3}(\frac{1}{12}+1-c)^2+4$,

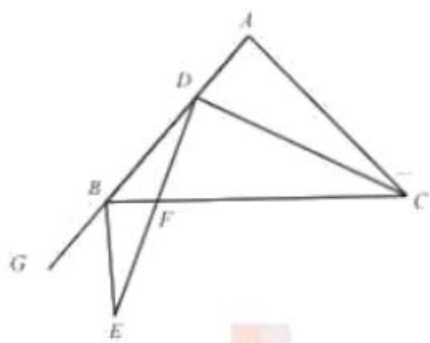
$\therefore c_1=\frac{1}{3}$, $c_2=\frac{13}{12}$

$\therefore$ 平移后解析式为: $y=-\frac{4}{3}(x+\frac{2}{3})^2+4$ 或 $y=-\frac{4}{3}(x-\frac{1}{12})^2+4$,

【点睛】本题是二次函数综合题，考查了二次函数的性质，二次函数的应用，相似三角形的

判定和性质，待定系数法求解析式等知识，利用分类讨论思想解决问题是本题的关键.

25.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $BC=6$ ，点 D 是边 AB 上的动点（点 D 不与点 A, B 重合），点 G 在边 AB 的延长线上， $\angle CDE = \angle A$ ， $\angle GBE = \angle ABC$ ， DE 与边 BC 交于点 F .



- (1) 求 $\cos A$ 的值；
- (2) 当 $\angle A = 2\angle ACD$ 时，求 AD 的长；
- (3) 点 D 在边 AB 上运动的过程中， $AD:BE$ 的值是否会发生变化？如果不变化，请求 $AD:BE$ 的值；如果变化，请说明理由.

【答案】 (1) $\frac{7}{25}$ ；(2) $\frac{125}{39}$ ；(3) 5:6

【解析】

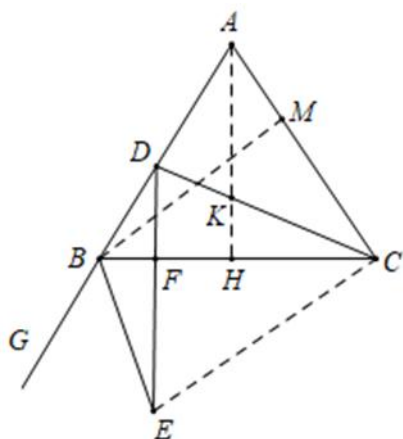
【分析】

(1) 作 $AH \perp BC$ 于 H ， $BM \perp AC$ 于 M . 解直角三角形求出 BM ， AM 即可解决问题.

(2) 设 AH 交 CD 于 K . 首先证明 $AK=CK$ ，设 $AK=CK=x$ ，在 $Rt\triangle CHK$ 中，理由勾股定理求出 x ，再证明 $\triangle ADK \sim \triangle CDA$ ，理由相似三角形的性质构建方程组即可解决问题.

(3) 结论： $AD:BE=5:6$ 值不变. 证明 $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ ，可得 $\frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{6}$.

【详解】 (1) 作 $AH \perp BC$ 于 H ， $BM \perp AC$ 于 M .



$\because AB=AC, AH \perp BC,$

$\therefore BH=CH=3,$

$$\therefore AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\because S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM,$$

$$\therefore BM = \frac{BC \cdot AH}{AC} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \cos A = \frac{AM}{AB} = \frac{7}{25}.$$

(2) 设 AH 交 CD 于 K.

$\because \angle BAC = 2\angle ACD, \angle BAH = \angle CAH,$

$\therefore \angle CAK = \angle ACK,$

$\therefore CK = AK,$ 设 $CK = AK = x,$

在 $Rt\triangle CKH$ 中, 则有 $x^2 = (4-x)^2 + 3^2,$

$$\text{解得 } x = \frac{25}{8},$$

$$\therefore AK = CK = \frac{25}{8},$$

$\because \angle ADK = \angle ADC, \angle DAK = \angle ACD,$

$\therefore \triangle ADK \sim \triangle CDA,$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AK}{AC} = \frac{DK}{AD} = \frac{25}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8}, \text{ 设 } AD=m, DK=n,$$

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{m}{n + \frac{25}{8}} = \frac{5}{8} \\ m^2 = n \left(n + \frac{25}{8} \right) \end{cases}, \text{ 解得 } m = \frac{125}{39}, \quad n = \frac{625}{312}.$$

$$\therefore AD = \frac{125}{39}.$$

(3) 结论: $AD:BE=5:6$ 值不变.

理由: $\because \angle GBE = \angle ABC, \angle BAC + 2\angle ABC = 180^\circ, \angle GBE + \angle EBC + \angle ABC = 180^\circ,$

$$\therefore \angle EBC = \angle BAC,$$

$$\because \angle EDC = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle EDC,$$

$\therefore D, B, E, C$ 四点共圆,

$$\therefore \angle EDB = \angle ECB,$$

$$\because \angle EDB + \angle EDC = \angle ACD + \angle DAC, \angle EDC = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ECB = \angle ACD,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{6}.$$

【点睛】 本题属于三角形综合题, 考查了等腰三角形的性质, 解直角三角形, 相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题, 学会利用参数构建方程解决问题.