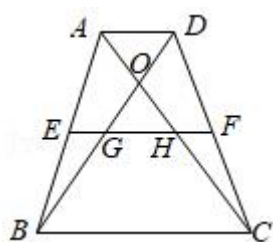


2020-2021 学年上海市奉贤区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

- （4 分）将抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位后得到的抛物线表达式是（ ）
 A. $y = 2x^2 - 1$ B. $y = 2x^2 + 1$ C. $y = 2(x+1)^2$ D. $y = 2(x-1)^2$
- （4 分）下列两个图形一定相似的是（ ）
 A. 两个菱形 B. 两个正方形 C. 两个矩形 D. 两个梯形
- （4 分）已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 都是非零向量，下列结论中不能确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是（ ）
 A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $2\vec{a} = 3\vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ D. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$
- （4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $AC = 3$ ， $\cos A = \frac{3}{4}$ ，那么 AB 的长为（ ）
 A. $\frac{9}{4}$ B. 4 C. 5 D. $\frac{25}{4}$
- （4 分）如果 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 内含，圆心距 $O_1O_2 = 4$ ， $\odot O_1$ 的半径长是 6，那么 $\odot O_2$ 的半径 r 的取值范围是（ ）
 A. $0 < r < 2$ B. $2 < r < 4$
 C. $r > 10$ D. $0 < r < 2$ 或 $r > 10$
- （4 分）如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 3AD$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线， EF 与 BD 、 AC 分别交于点 G 、 H ，如果 $\triangle OGH$ 的面积为 1，那么梯形 $ABCD$ 的面积为（ ）



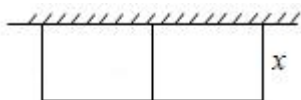
- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

- （4 分）如果 $2a = 5b$ ，那么 $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- （4 分）如果 4 是 a 与 8 的比例中项，那么 a 的值为_____.
- （4 分）如果二次函数 $y = mx^2 + 2x + m - 1$ 的图象经过点 $P(1, 2)$ ，那么 m 的值为_____.
- （4 分）如果二次函数 $y = (x - 1)^2$ 的图象上有两点 $(2, y_1)$ 和 $(4, y_2)$ ，那么 y_1 _____ y_2

(填“>”、“=”或“<”).

11. (4分) 如图, 用一段篱笆靠墙围成一个大长方形花圃(靠墙处不用篱笆), 中间用篱笆隔开分成两个小长方形区域, 分别种植两种花草, 篱笆总长为 17 米(恰好用完), 围成的大长方形花圃的面积为 24 平方米, 设垂直于墙的一段篱笆长为 x 米, 可列出方程为_____.



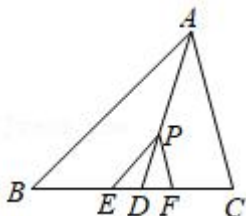
12. (4分) 如果两个相似三角形的周长之比为 1:4. 那么这两个三角形对应边上的高之比为_____.

13. (4分) 已知点 P 是线段 AB 上的点, 且 $BP^2 = AP \cdot AB$, 如果 $AB = 2cm$, 那么 $BP =$ _____ cm .

14. (4分) 已知某斜坡的坡度 $i = 1:3$, 当铅垂高度为 3 米时, 水平宽度为_____米.

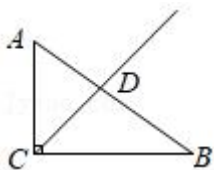
15. (4分) 如果点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $AG = 6$, 那么 BC 边上的中线长为_____.

16. (4分) 如图, 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 联结 AD , P 为 AD 上一点, 过点 P 分别作 AB 、 AC 的平行线交 BC 于点 E 、 F , 如果 $BC = 3EF$, 那么 $\frac{AP}{PD} =$ _____.



17. (4分) 当两条曲线关于某直线 l 对称时, 我们把这两条曲线叫做关于直线 l 的对称曲线. 如果抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 C_2 是关于直线 $x = -1$ 的对称曲线, 那么抛物线 C_2 的表达式为_____.

18. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, CD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 如果点 C 落在射线 CD 上, 点 B 落在点 E 处, 联结 DE , 那么 $\angle AED$ 的正切值为_____.



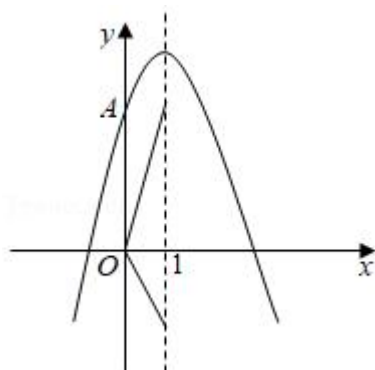
三、解答题(本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 已知 $a:b=2:3$, $b:c=3:4$, 且 $2a+b-c=6$, 求 a 、 b 、 c 的值.

20. (10分) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + ax + 3$ 与 y 轴交于点 A , 且对称轴是直线 $x = 1$.

(1) 求 a 的值与该抛物线顶点 P 的坐标;

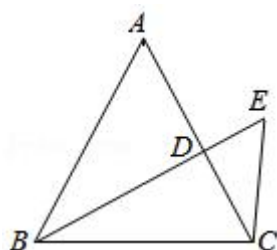
(2) 已知点 B 的坐标为 $(1, -2)$, 设 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OP} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\vec{OB}$.



21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = \sqrt{5}$, $BC = 2$. 过点 B 作 $BD \perp AC$, 垂足为点 D .

(1) 求 $\cos \angle ACB$ 的值;

(2) 点 E 是 BD 延长线上一点, 联结 CE , 当 $\angle E = \angle A$ 时, 求线段 CE 的长.

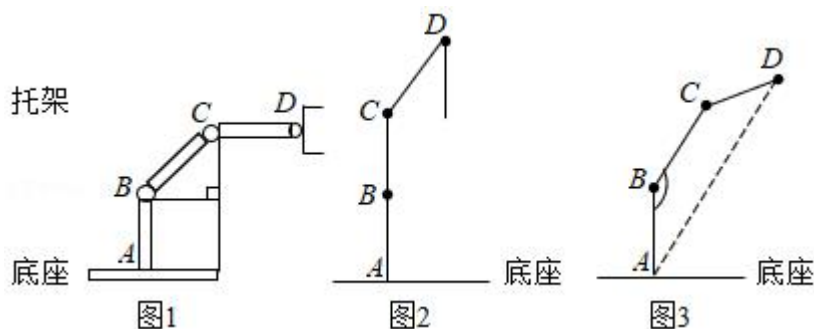


22. (10分) 如图 1 是一个手机的支架, 由底座、连杆 AD 、 BC 、 CD 和托架组成 (连杆 AB 、 BC 、 CD 始终在同一平面内), 连杆 AB 垂直于底座且长度为 8.8 厘米, 连杆 BC 的长度为 10 厘米, 连杆 CD 的长度可以进行伸缩调整.

(1) 如图 2, 当连杆 AB 、 BC 在一条直线上, 且连杆 CD 的长度为 9.2 厘米, $\angle BCD = 143^\circ$ 时, 求点 D 到底座的高度 (计算结果保留一位小数).

(2) 如图 3, 如果 $\angle BCD = 143^\circ$ 保持不变, 转动连杆 BC , 使得 $\angle ABC = 150^\circ$, 假如 $AD \parallel BC$ 时为最佳视线状态, 求最佳视线状态时连杆 CD 的长度 (计算结果保留一位小数).

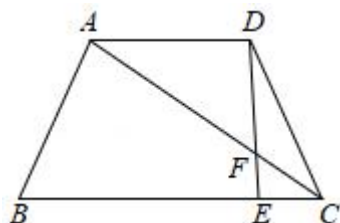
(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$)



23. (12分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle DCB$, 联结 AC , 点 E 在边 BC 上, 且 $\angle CDE = \angle CAD$, DE 与 AC 交于点 F , $CE \cdot CB = AB \cdot CD$.

(1) 求证: $AD \parallel BC$;

(2) 当 $AD = DE$ 时, 求证: $AF^2 = CF \cdot CA$.

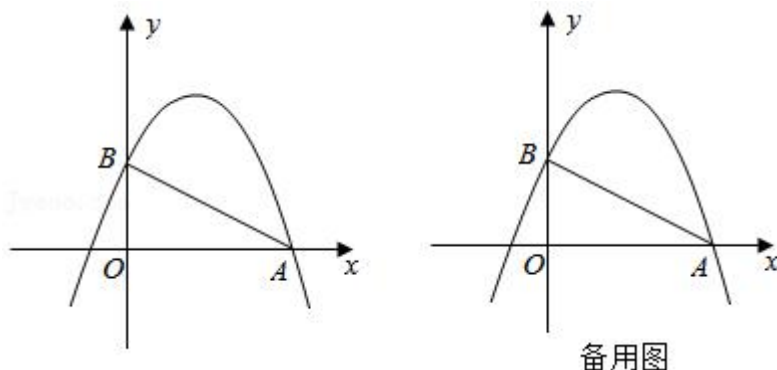


24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴正半轴交于点 $A(4, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 2)$, 点 C 在该抛物线上且在第一象限.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 将该抛物线向下平移 m 个单位, 使得点 C 落在线段 AB 上的点 D 处, 当 $AD = 3BD$ 时, 求 m 的值;

(3) 连接 BC , 当 $\angle CBA = 2\angle BAO$ 时, 求点 C 的坐标.

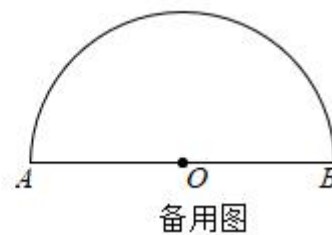
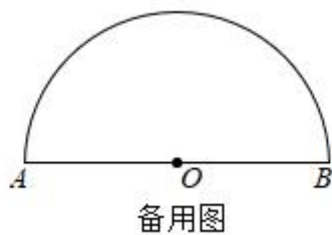
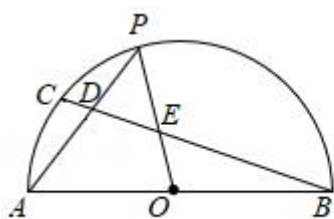


25. (14分) 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 4$, 点 P 为弧 AB 上一点, 联结 PA 、 PO , 点 C 为劣弧 AP 上一点 (点 C 不与点 A 、 P 重合), 联结 BC 交 PA 、 PO 于点 D 、 E .

(1) 如图, 当 $\cos \angle CBO = \frac{7}{8}$ 时, 求 BC 的长;

(2) 当点 C 为劣弧 AP 的中点, 且 $\triangle EDP$ 与 $\triangle AOP$ 相似时, 求 $\angle ABC$ 的度数;

(3) 当 $AD = 2DP$ ，且 $\triangle BEO$ 为直角三角形时，求四边形 $AOED$ 的面积.



2020-2021 学年上海市奉贤区九年级（上）期末数学试卷（一模）

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）将抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位后得到的抛物线表达式是（ ）

- A. $y = 2x^2 - 1$ B. $y = 2x^2 + 1$ C. $y = 2(x+1)^2$ D. $y = 2(x-1)^2$

【分析】根据“左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】解：由“左加右减”的原则可知，把抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位，则平移后的抛物线的表达式为 $y = 2(x+1)^2$,

故选：C.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减.

2.（4 分）下列两个图形一定相似的是（ ）

- A. 两个菱形 B. 两个正方形 C. 两个矩形 D. 两个梯形

【分析】根据相似图形的定义：对应角相等，对应边成比例的两个图形一定相似，结合选项，用排除法求解.

【解答】解：A、两个菱形，对应边成比例，对应角不一定相等，不符合相似的定义，故不符合题意；

B、两个正方形，对应角相等，对应边一定成比例，一定相似，故符合题意；

C、两个矩形，对应角相等，对应边不一定成比例，不符合相似的定义，故不符合题意；

D、两个梯形同一底上的角不一定相等，对应边不一定成比例，不符合相似的定义，故不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查相似形的定义，熟悉各种图形的性质是解题的关键.

3.（4 分）已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 都是非零向量，下列结论中不能确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是（ ）

- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $2\vec{a} = 3\vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ D. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$

【分析】根据平行向量的定义判断即可.

【解答】解：A、由 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 只能推知 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的模相等，无法推知这两个向量的方向，无法

确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项符合题意.

B、由 $2\vec{a} = 3\vec{b}$ 可以确定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同, 可以确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项不符合题意.

C、由 $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ 可以确定 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 的方向相同, 则确定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同, 可以确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项不符合题意.

D、由 $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$ 可以确定 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 的方向相同, 则确定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同, 可以确定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项不符合题意.

故选: A.

【点评】 本题考查平面向量, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

4. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AC = 3$, $\cos A = \frac{3}{4}$, 那么 AB 的长为 ()

A. $\frac{9}{4}$

B. 4

C. 5

D. $\frac{25}{4}$

【分析】 根据余弦的定义列式计算即可.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{3}{4}$,

则 $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$, 即 $\frac{3}{AB} = \frac{3}{4}$,

解得, $AB = 4$,

故选: B.

【点评】 本题考查的是锐角三角函数的定义, 掌握锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦是解题的关键.

5. (4分) 如果 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 内含, 圆心距 $O_1O_2 = 4$, $\odot O_1$ 的半径长是 6, 那么 $\odot O_2$ 的半径 r 的取值范围是 ()

A. $0 < r < 2$

B. $2 < r < 4$

C. $r > 10$

D. $0 < r < 2$ 或 $r > 10$

【分析】 首先由题意知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 两圆内含, 则知两圆圆心距 $d < R - r$, 分两种情况进行讨论.

【解答】 解: 根据题意两圆内含,

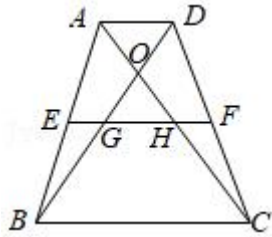
故知 $r - 6 > 4$ 或者 $6 - r > 4$,

解得 $0 < r < 2$ 或 $r > 10$.

故选：D.

【点评】本题考查了由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 两圆外离，则 $P > R+r$ ；外切，则 $P = R+r$ ；相交，则 $R-r < P < R+r$ ；内切，则 $P = R-r$ ；内含，则 $P < R-r$.

6. (4分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 3AD$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线， EF 与 BD 、 AC 分别交于点 G 、 H ，如果 $\triangle OGH$ 的面积为 1，那么梯形 $ABCD$ 的面积为 ()



- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

【分析】根据梯形中位线定理可得 $EF = \frac{1}{2}(AD+BC)$ ， $EF \parallel AD = BC$ ，根据 $BC = 3AD$ ，设 $AD = x$ ，则 $BC = 3AD = 3x$ ， $EF = 2x$ ，根据相似三角形面积比等于相似比的平方可得 $S_{\triangle OBC} = 9$ ，根据两个三角形高相等，面积比等于底与底的比可得 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 的面积，进而可得结论.

【解答】解： $\because AD \parallel BC$ ， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}(AD+BC), EF \parallel AD = BC,$$

$$\because BC = 3AD,$$

$$\text{设 } AD = x, \text{ 则 } BC = 3AD = 3x, EF = 2x,$$

$$\because EF \parallel AD, \text{ 且 } E, F \text{ 为 } AB, DC \text{ 的中点},$$

$$\therefore EG = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}x, FH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore GH = x,$$

$$\because GH \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle OGH \sim \triangle OBC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OGH}}{S_{\triangle OBC}} = \left(\frac{GH}{BC}\right)^2 = \frac{x^2}{(3x)^2} = \frac{1}{9},$$

$$\because \triangle OGH \text{ 的面积为 } 1,$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} = 9,$$

$$\text{同理, } \triangle OAD \sim \triangle OBC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{1}{9},$$

$$\therefore S_{\triangle OAD} = 1,$$

$$\because OB = 3OD,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 3S_{\triangle AOD} = 3,$$

$$\because OC = 3OA,$$

$$\therefore S_{\triangle COD} = 3S_{\triangle AOD} = 3,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积为: } 9+1+3+3 = 16.$$

故选: C.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 梯形, 梯形中位线定理, 熟练运用相似三角形的判定和性质是解题的关键.

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 如果 $2a = 5b$, 那么 $\frac{a}{b} = \underline{\frac{5}{2}}$.

【分析】 根据比例的基本性质“两内项之积等于两外项之积”即可变形得出 a 与 b 的比.

【解答】 解: $\because 2a = 5b$,

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点评】 此题考查了比例的基本性质的应用, 是基础题, 比较简单.

8. (4 分) 如果 4 是 a 与 8 的比例中项, 那么 a 的值为 2.

【分析】 先根据比例中项的定义列出比例式, 再利用两内项之积等于两外项之积即可得出答案.

【解答】 解: $\because 4$ 是 a 与 8 的比例中项,

$$\therefore a: 4 = 4: 8,$$

$$\therefore 8a = 16,$$

解得 $a = 2$.

故答案为: 2.

【点评】 本题主要考查了比例线段, 关键是学生对比例中项这一知识点的理解和掌握, 属于基础题, 难度适中.

9. (4分) 如果二次函数 $y = mx^2 + 2x + m - 1$ 的图象经过点 $P(1, 2)$, 那么 m 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【分析】将点 $P(1, 2)$ 代入二次函数解析式, 列方程求 m 即可.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = mx^2 + 2x + m - 1$ 的图象经过点 $P(1, 2)$,

$$\therefore m + 2 + m - 1 = 2,$$

$$\text{解得 } m = \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}.$$

【点评】此题考查了二次函数图象上的点的坐标特征, 点的坐标适合解析式是解题的关键.

10. (4分) 如果二次函数 $y = (x - 1)^2$ 的图象上有两点 $(2, y_1)$ 和 $(4, y_2)$, 那么 y_1 $<$ y_2 (填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”).

【分析】根据二次函数的性质即可判断 y_1 、 y_2 的大小关系.

【解答】解: $\because$ 二次函数的解析式为 $y = (x - 1)^2$,

$\therefore$ 抛物线的开口向上, 对称轴为直线 $x = 1$,

$\therefore$ 在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而增大,

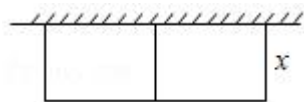
$$\because 2 < 4,$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故选: $<$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握二次函数的性质上解题的关键.

11. (4分) 如图, 用一段篱笆靠墙围成一个大长方形花圃(靠墙处不用篱笆), 中间用篱笆隔开分成两个小长方形区域, 分别种植两种花草, 篱笆总长为 17 米(恰好用完), 围成的大长方形花圃的面积为 24 平方米, 设垂直于墙的一段篱笆长为 x 米, 可列出方程为 $x(17 - 3x) = 24$.



【分析】设垂直于墙的一段篱笆长为 x 米, 则平行于墙的一段篱笆长为 $(17 - 3x)$ 米, 根据长方形的面积公式列出方程即可.

【解答】解: 设垂直于墙的一段篱笆长为 x 米, 则平行于墙的一段篱笆长为 $(17 - 3x)$ 米,

根据题意，得 $x(17 - 3x) = 24$.

故答案是： $x(17 - 3x) = 24$.

【点评】本题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解题的关键是读懂题意，找到等量关系.

12. (4分) 如果两个相似三角形的周长之比为 1:4. 那么这两个三角形对应边上的高之比为 1:4.

【分析】根据相似三角形周长的比、两个相似三角形对应边上的高的比等于相似比解答即可.

【解答】解： $\because$ 两个相似三角形的周长之比为 1:4,

$\therefore$ 这两个三角形的相似比为 1:4,

$\therefore$ 两个相似三角形对应边上的高之比 1:4;

故答案为：1:4.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，掌握相似三角形周长的比等于相似比是解题的关键.

13. (4分) 已知点 P 是线段 AB 上的点，且 $BP^2 = AP \cdot AB$ ，如果 $AB = 2cm$ ，那么 $BP = \underline{(\sqrt{5} - 1)}$ cm .

【分析】根据黄金分割点的定义，可得 $BP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，代入数据即可得出 BP 的长度.

【解答】解： $\because$ 点 P 在线段 AB 上， $BP^2 = AP \cdot AB$,

$\therefore$ 点 P 为线段 AB 的黄金分割点， $AB = 2cm$,

$\therefore BP = 2 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = (\sqrt{5} - 1) cm$.

故答案为： $(\sqrt{5} - 1)$.

【点评】此题考查了黄金分割，理解黄金分割点的概念，熟记黄金比的值是解决问题的关键.

14. (4分) 已知某斜坡的坡度 $i = 1:3$ ，当铅垂高度为 3 米时，水平宽度为 9 米.

【分析】直接利用坡度的定义进行解答即可.

【解答】解： $\because$ 斜坡的坡度 $i = \frac{\text{铅直高度}}{\text{水平宽度}} = 1:3$ ，铅垂高度 = 3 米

$\therefore$ 水平宽度 = $3 \times \text{铅垂高度} = 3 \times 3 = 9$ (米),

故答案为：9.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度问题，熟练掌握坡度的定义是解题的关

键.

15. (4分) 如果点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $AG = 6$, 那么 BC 边上的中线长为 9.

【分析】延长 AG 交 BC 于 D , 如图, 利用三角形重心的性质得 $DG = \frac{1}{2}AG = 3$, AD 为 BC 边上的中线, 然后 $AG + DG$ 即可.

【解答】解: 延长 AG 交 BC 于 D , 如图,

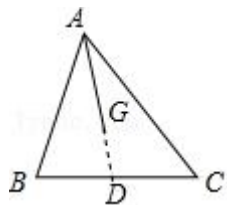
$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore DG = \frac{1}{2}AG = \frac{1}{2} \times 6 = 3, AD \text{ 为 } BC \text{ 边上的中线,}$$

$$\therefore AD = AG + DG = 6 + 3 = 9,$$

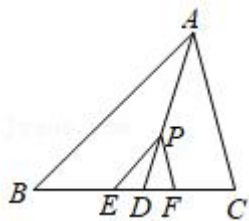
$\therefore BC$ 边上的中线长为 9.

故答案为 9.



【点评】本题考查了三角形的重心: 三角形的重心是三角形三边中线的交点; 重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1.

16. (4分) 如图, 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 联结 AD , P 为 AD 上一点, 过点 P 分别作 AB 、 AC 的平行线交 BC 于点 E 、 F , 如果 $BC = 3EF$, 那么 $\frac{AP}{PD} = \underline{2}$.



【分析】利用平行得出比例, 进而利用比例性质解答即可.

【解答】解: $\because PE \parallel AB, PF \parallel AC$,

$$\therefore \frac{PD}{AD} = \frac{DE}{BD} = \frac{DF}{CD} = \frac{DE + DF}{BD + CD} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AD = 3PD,$$

$$\therefore \frac{AP}{PD} = 2,$$

故答案为: 2.

【点评】本题主要考查平行线分线段成比例, 掌握平行线分线段所得线段对应成比例是

解题的关键.

17. (4分) 当两条曲线关于某直线 l 对称时, 我们把这两条曲线叫做关于直线 l 的对称曲线. 如果抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 C_2 是关于直线 $x = -1$ 的对称曲线, 那么抛物线 C_2 的表达式为 $y = (x+3)^2 - 1$.

【分析】根据题意知, 抛物线 C_1 与抛物线 C_2 的开口方向、大小均一致, 且顶点坐标关于直线 $x = -1$ 对称, 据此解答.

【解答】解: 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$, 其顶点坐标是 $(1, -1)$.

$\therefore$ 点 $(1, -1)$ 关于直线 $x = -1$ 对称的点的坐标为 $(-3, -1)$.

$\therefore$ 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 C_2 是关于直线 $x = -1$ 对称,

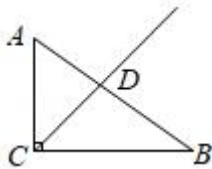
$\therefore$ 抛物线 C_2 的顶点坐标是 $(-3, -1)$, 其开口方向与大小均与抛物线 C_1 一致,

$\therefore$ 抛物线 C_2 的表达式为 $y = (x+3)^2 - 1$.

故答案是: $y = (x+3)^2 - 1$.

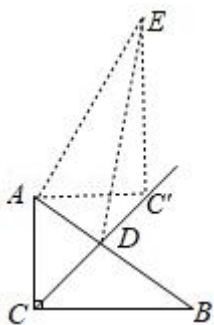
【点评】本题主要考查了二次函数的性质和二次函数图象与几何变换. 解题的关键是根据题意得到抛物线 C_2 的顶点坐标是 $(-3, -1)$.

18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, CD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 如果点 C 落在射线 CD 上, 点 B 落在点 E 处, 联结 DE , 那么 $\angle AED$ 的正切值为 $\frac{3}{7}$.



【分析】设点 C 落在射线 CD 上的点 C' 处, 由勾股定理可求 $AB = 5$, 由旋转的性质可得 $\angle ACD = \angle AC'C = 45^\circ = \angle DCB$, $\angle EAB = \angle CAC'$, 由平行线分线段成比例可求 AD 的长, 即可求解.

【解答】解: 如图, 设点 C 落在射线 CD 上的点 C' 处,



$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 ,$$

$\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 ,

$$\therefore \angle ACD = \angle DCB = 45^\circ ,$$

$\because$ 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 旋转 ,

$$\therefore \angle ACD = \angle AC'C = 45^\circ = \angle DCB , \angle EAB = \angle CAC' ,$$

$$\therefore \angle CAC' = 90^\circ = \angle EAB ,$$

$$\therefore AC' \parallel BC ,$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AC'}{BC} = \frac{3}{4} ,$$

$$\therefore AD = \frac{15}{7} ,$$

$$\therefore \tan \angle AED = \frac{AD}{AE} = \frac{3}{7} ,$$

故答案为: $\frac{3}{7}$.

【点评】 本题考查了旋转的性质, 勾股定理, 锐角三角函数, 平行线的性质等知识, 灵活运用这些性质解决问题是本题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 4$, 且 $2a + b - c = 6$, 求 a 、 b 、 c 的值.

【分析】 根据已知条件设 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$ ($k \neq 0$) , 再根据 $2a + b - c = 6$, 求出 k 的值, 从而得出 a 、 b 、 c 的值.

【解答】 解: $\because a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 4$,

$$\therefore \text{设 } a = 2k , b = 3k , c = 4k \text{ (} k \neq 0 \text{)} ,$$

$$\because 2a + b - c = 6 ,$$

$$\therefore 4k + 3k - 4k = 6 ,$$

$$\therefore k = 2 ,$$

$$\therefore a = 2k = 2 \times 2 = 4,$$

$$b = 3k = 3 \times 2 = 6,$$

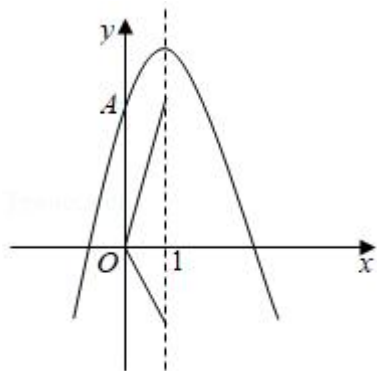
$$c = 4k = 4 \times 2 = 8.$$

【点评】此题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是解题的关键.

20. (10分) 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + ax + 3$ 与 y 轴交于点 A ，且对称轴是直线 $x = 1$.

(1) 求 a 的值与该抛物线顶点 P 的坐标;

(2) 已知点 B 的坐标为 $(1, -2)$ ，设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OP} = \vec{b}$ ，用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{OB}$.



【分析】(1) 利用对称轴公式即可求得 a 的值，然后把解析式化成顶点式，即可求得 P 的坐标;

(2) 有 P 、 B 的坐标可知 $PB \parallel OA$ ， $PB = 2OA$ ，即可得出 $\overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{OA} = -2\vec{a}$ ，从而得到 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} = -2\vec{a} + \vec{b}$.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + ax + 3$ 的对称轴是直线 $x = 1$.

$$\therefore -\frac{a}{2 \times (-1)} = 1,$$

$$\therefore a = 2,$$

$$\therefore \text{抛物线为 } y = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4,$$

$\therefore$ 顶点 P 的坐标为 $(1, 4)$;

(2) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + ax + 3$ 与 y 轴交于点 A ,

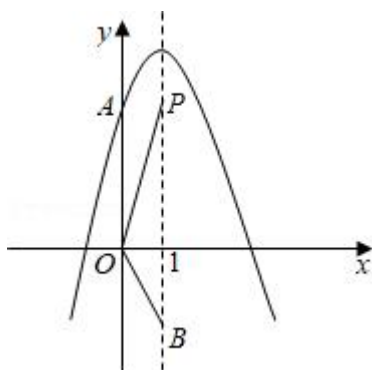
$$\therefore A(0, 3),$$

$$\therefore P(1, 4), B(1, -2),$$

$$\therefore PB \parallel OA, PB = 2OA,$$

$$\therefore \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{OA} = -2\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} = -2\vec{a} + \vec{b}.$$

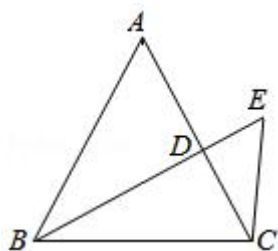


【点评】 本题考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，向量的加、减法的运算法则，熟练掌握二次函数的性质上解题的关键．

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = \sqrt{5}$ ， $BC = 2$ ．过点 B 作 $BD \perp AC$ ，垂足为点 D ．

(1) 求 $\cos \angle ACB$ 的值；

(2) 点 E 是 BD 延长线上一点，联结 CE ，当 $\angle E = \angle A$ 时，求线段 CE 的长．



【分析】 (1) 通过作高，构造直角三角形，利用锐角三角函数可求出答案；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中，由锐角三角函数求出 CD ，由勾股定理求出 BD ，再利用三角形相似即可求出答案．

【解答】 解：(1) 过点 A 作 $AF \perp BC$ ，垂足为 F ，

$$\because AB = AC = \sqrt{5}, BC = 2.$$

$$\therefore BF = FC = \frac{1}{2}BC = 1,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACF \text{ 中, } \cos \angle ACB = \frac{CF}{AC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$(2) \because BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中，

$$\therefore \cos \angle ACB = \frac{CD}{BC},$$

$$\therefore CD = BC \cdot \cos \angle ACB = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{4 - \frac{4}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

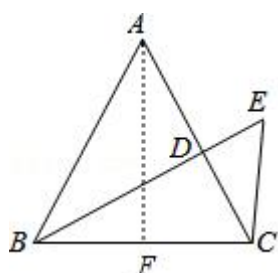
又 $\because \angle A = \angle E, \angle ADB = \angle EDC = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ECD,$$

$$\therefore \frac{AB}{EC} = \frac{BD}{CD} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

答: EC 的长为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.



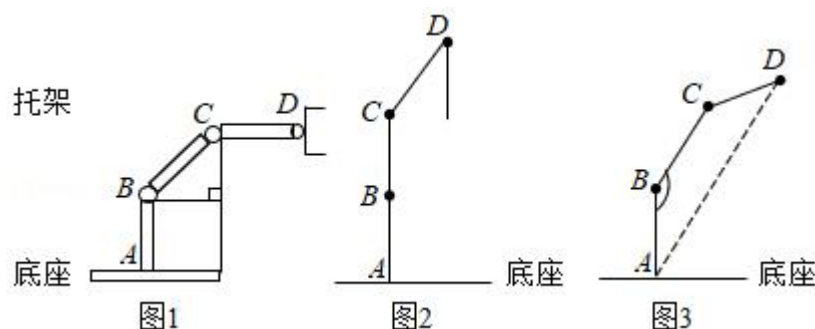
【点评】本题考查解直角三角形，等腰三角形的性质以及相似三角形等知识，构造直角三角形是解决问题的关键.

22. (10分) 如图1是一个手机的支架，由底座、连杆 AD 、 BC 、 CD 和托架组成 (连杆 AB 、 BC 、 CD 始终在同一平面内)，连杆 AB 垂直于底座且长度为 8.8 厘米，连杆 BC 的长度为 10 厘米，连杆 CD 的长度可以进行伸缩调整.

(1) 如图2，当连杆 AB 、 BC 在一条直线上，且连杆 CD 的长度为 9.2 厘米， $\angle BCD = 143^\circ$ 时，求点 D 到底座的高度 (计算结果保留一位小数).

(2) 如图3，如果 $\angle BCD = 143^\circ$ 保持不变，转动连杆 BC ，使得 $\angle ABC = 150^\circ$ ，假如 $AD \parallel BC$ 时为最佳视线状态，求最佳视线状态时连杆 CD 的长度 (计算结果保留一位小数).

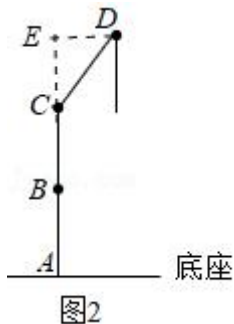
(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$)



【分析】(1) 过点 D 作 $DE \perp BC$ ，交 BC 的延长线于点 E ，解直角三角形求出 EC 即可解决问题；

(2) 作 $BE \perp AD$ 于点 E ， $CF \perp AD$ 于点 F ，解直角三角形求出 CF 、 CD 即可解决问题．

【解答】解：(1) 过点 D 作 $DE \perp BC$ ，交 BC 的延长线于点 E ，如图 2，



$$\because \angle BCD = 143^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = 37^\circ,$$

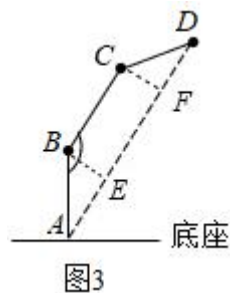
$$\therefore \angle EDC = 53^\circ,$$

$$\therefore EC = CD \times \frac{4}{5} = 7.36 \text{ (cm)},$$

$$\therefore AE = AB + BC + CE = 8.8 + 10 + 7.36 = 26.16 \approx 26.2 \text{ (cm)},$$

$\therefore D$ 到底座高度为 26.2cm ；

(2) 作 $BE \perp AD$ 于点 E ， $CF \perp AD$ 于点 F ，如图 3，



$$\because \angle ABC = 150^\circ, \quad BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = 4.4 \text{ (cm)},$$

$$\therefore CF = BE = 4.4\text{cm},$$

$$\therefore CD = CF \times \frac{5}{3} \approx 7.3 \text{ (cm)},$$

$\therefore CD$ 的长度为 7.3cm ．

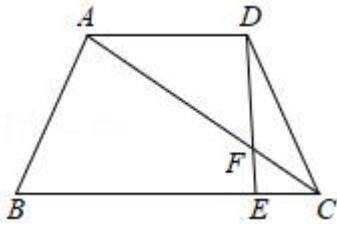
【点评】本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角

三角形解决问题.

23. (12分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle DCB$, 联结 AC , 点 E 在边 BC 上, 且 $\angle CDE = \angle CAD$, DE 与 AC 交于点 F , $CE \cdot CB = AB \cdot CD$.

(1) 求证: $AD \parallel BC$;

(2) 当 $AD = DE$ 时, 求证: $AF^2 = CF \cdot CA$.



【分析】 (1) 通过证明 $\triangle ABC \sim \triangle ECD$, 可得 $\angle CDE = \angle ACB = \angle CAD$, 可得结论;

(2) 由“ASA”可证 $\triangle ADF \cong \triangle DEC$, 可得 $AF = CD$, 通过证明 $\triangle ADC \sim \triangle DFC$, 可得

$\frac{CD}{AC} = \frac{CF}{CD}$, 可得结论.

【解答】 证明: (1) $\because CE \cdot CB = AB \cdot CD$,

$$\therefore \frac{AB}{EC} = \frac{BC}{DC},$$

又 $\because \angle B = \angle DCB$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ECD,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ACB,$$

$$\because \angle CDE = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\therefore AD \parallel BC;$$

$$(2) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle DEC,$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle CDE \\ AD = DE \\ \angle ADF = \angle DEC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DEC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AF = CD,$$

$$\because \angle CDE = \angle DAC, \angle DCA = \angle DCF,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle DFC,$$

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{CF}{CD},$$

$$\therefore CD^2 = CF \cdot CA,$$

$$\therefore AF^2 = CF \cdot CA.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线的性质，证明 $AF = CD$ 是本题的关键.

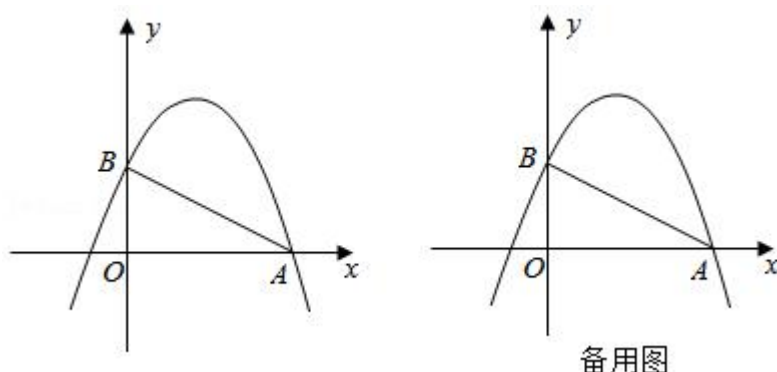
24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴正半轴交于点

$A(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 2)$ ，点 C 在该抛物线上且在第一象限.

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 将该抛物线向下平移 m 个单位，使得点 C 落在线段 AB 上的点 D 处，当 $AD = 3BD$ 时，求 m 的值；

(3) 连接 BC ，当 $\angle CBA = 2\angle BAO$ 时，求点 C 的坐标.



【分析】 (1) 利用待定系数法求抛物线的解析式即可；

(2) 如图 1，过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于 G ，利用平行证明 $\triangle ADG \sim \triangle ABO$ ，列比例式可以计算 OG 和 DG 的长，从而得 $D(1, \frac{3}{2})$ ，最后由平移的性质可得 m 的值；

(3) 如图 2，作辅助线，构建等腰 $\triangle ABF$ ，确定点 F 的坐标，计算 BF 的解析式，联立抛物线和 BF 的解析式，方程组的一个解就是点 C 的坐标.

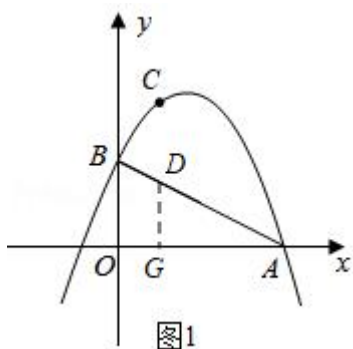
【解答】 解：(1) 把点 $A(4, 0)$ 和点 $B(0, 2)$ 代入抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 中得：

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \times 16 + 4b + c = 0, \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} b = \frac{3}{2}, \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为：} y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2;$$

(2) 如图 1, 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于 G ,



$$\therefore DG \parallel OB,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABO,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DG}{OB} = \frac{AG}{OA},$$

$$\because AD = 3BD,$$

$$\therefore AG = 3OG,$$

$$\because A(4, 0), B(0, 2),$$

$$\therefore OA = 4, OB = 2,$$

$$\therefore OG = 1, DG = \frac{3}{2},$$

$$\therefore D\left(1, \frac{3}{2}\right),$$

由平移得: 点 C 的横坐标为 1,

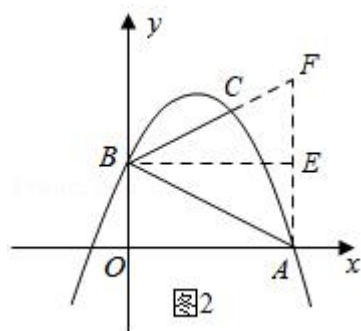
$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = -\frac{1}{2} \times 1 + \frac{3}{2} \times 1 + 2 = 3,$$

$$\therefore m = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2};$$

(3) $\because \angle CBA = 2\angle BAO$, 点 C 在该抛物线上且在第一象限,

$\therefore$ 点 C 在 AB 的上方,

如图 2, 过 A 作 $AF \perp x$ 轴于 A , 交 BC 的延长线于点 F , 过 B 作 $BE \perp AF$ 于点 E ,



$$\therefore BE \parallel OA,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle ABE,$$

$$\because \angle CBA = 2\angle BAO = \angle ABE + \angle EBF,$$

$$\therefore \angle FBE = \angle ABE,$$

$$\because \angle BEF = \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle BAF,$$

$$\therefore AB = BF,$$

$$\therefore AE = EF = OB = 2,$$

$$\therefore F(4, 4),$$

设 BF 的解析式为: $y = kx + n$,

$$\text{则} \begin{cases} 4k + n = 4 \\ n = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases},$$

$$\therefore BF \text{ 的解析式为: } y = \frac{1}{2}x + 2,$$

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases},$$

$$\therefore C(2, 3).$$

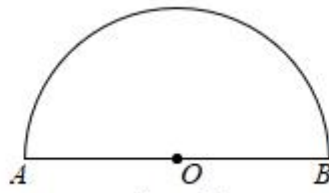
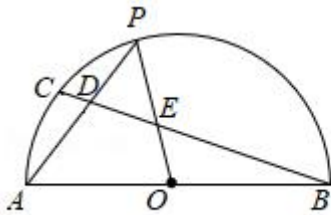
【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、等腰三角形的性质和相似三角形的判定与性质; 会利用待定系数法求抛物线和一次函数的解析式; 灵活应用相似比表示线段之间的关系; 理解坐标与图形的性质; 会利用数形结合的思想解决数学问题.

25. (14 分) 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 4$, 点 P 为弧 AB 上一点, 联结 PA 、 PO , 点 C 为劣弧 AP 上一点 (点 C 不与点 A 、 P 重合), 联结 BC 交 PA 、 PO 于点 D 、 E .

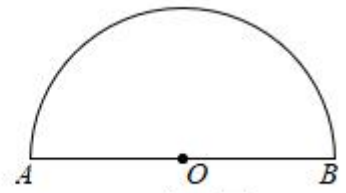
(1) 如图, 当 $\cos \angle CBO = \frac{7}{8}$ 时, 求 BC 的长;

(2) 当点 C 为劣弧 AP 的中点, 且 $\triangle EDP$ 与 $\triangle AOP$ 相似时, 求 $\angle ABC$ 的度数;

(3) 当 $AD = 2DP$, 且 $\triangle BEO$ 为直角三角形时, 求四边形 $AOED$ 的面积.



备用图



备用图

【分析】 (1) 解法一：如图 1，过点 O 作 $OG \perp BC$ 于点 G ，根据垂径定理和余弦的定义可得 BC 的长；解法二：如图 2，连接 AC ，根据圆周角定理可得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，根据 $\cos \angle CBO = \frac{7}{8}$ 可得 BC 的长；

(2) 如图 3，如图 3，连接 OC ，根据题意可知： $\triangle EDP$ 与 $\triangle AOP$ 相似只存在一种情况： $\triangle DPE \sim \triangle OPA$ ，得 $\angle DPE = \angle PAO = \angle DEP$ ，设 $\angle ABC = \alpha$ ，则 $\angle AOC = \angle COP = 2\alpha$ ，在 $\triangle OEB$ 中根据三角形外角的性质列方程可得结论；

(3) 当 $\triangle BEO$ 为直角三角形时， $\angle OBE$ 不可能是直角，所以分两种情况：①如图 4，当 $\angle EOB = 90^\circ$ 时，作辅助线，作平行线，根据平行线分线段成比例定理计算 AH ， OH ， BH 的长，根据面积差可得结论；②如图 5，当 $\angle OEB = 90^\circ$ 时，连接 AC ，证明 $\angle ABC = 30^\circ$ ，分别计算各边的长，根据面积差可得结论。

【解答】 解：(1) 解法一：如图 1，过点 O 作 $OG \perp BC$ 于点 G ，

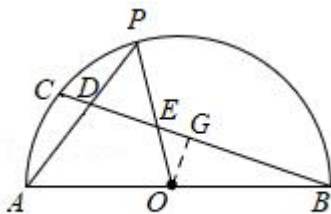


图1

$$\therefore BG = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore OB = 2,$$

$$\because \cos \angle CBO = \frac{7}{8} = \frac{BG}{OB},$$

$$\therefore BG = \frac{7}{4},$$

$$\therefore BC = 2BG = \frac{7}{2};$$

解法二：如图 2，连接 AC ，

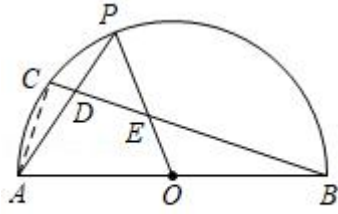


图2

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{8},$$

$$\therefore \frac{BC}{4} = \frac{7}{8},$$

$$\therefore BC = \frac{7}{2};$$

(2) 如图 3, 连接 OC ,

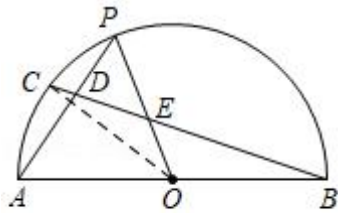


图3

$\because \angle P = \angle P$, $\triangle EDP$ 与 $\triangle AOP$ 相似,

$$\therefore \triangle DPE \sim \triangle OPA,$$

$$\therefore \angle DPE = \angle PAO = \angle DEP,$$

$\because C$ 是 $\widehat{AP}$ 的中点,

$$\therefore \angle AOC = \angle COP,$$

设 $\angle ABC = \alpha$, 则 $\angle AOC = \angle COP = 2\alpha$,

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = \alpha,$$

$\because C$ 是 $\widehat{AP}$ 的中点,

$$\therefore OC \perp AP,$$

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ - 2\alpha,$$

$$\therefore \angle DEP = \angle OEB = 90^\circ - 2\alpha,$$

在 $\triangle OEB$ 中, $\angle AOP = \angle OEB + \angle ABC$,

$$\therefore 4\alpha = 90^\circ - 2\alpha + \alpha,$$

$$\therefore \alpha = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 18^\circ;$$

(3) 分两种情况:

①如图4, 当 $\angle EOB = 90^\circ$ 时, 过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ,

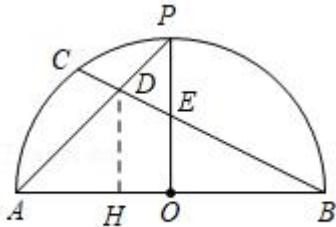


图4

$$\therefore DH \parallel PO,$$

$$\therefore \frac{AD}{PD} = \frac{AH}{OH},$$

$$\because AD = 2PD,$$

$$\therefore AH = 2HO,$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore AH = \frac{4}{3}, \quad OH = \frac{2}{3}, \quad BH = \frac{8}{3},$$

$$\because AO = OP, \quad \angle AOP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore AH = DH = \frac{4}{3},$$

$$\because OE \parallel DH,$$

$$\therefore \frac{OE}{DH} = \frac{OB}{BH}, \quad \text{即} \quad \frac{OE}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\frac{8}{3}},$$

$$\therefore OE = 1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AOED} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle OEB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \times 2 \times 1$$

$$= \frac{8}{3} - 1$$

$$= \frac{5}{3};$$

②如图5, 当 $\angle OEB = 90^\circ$ 时, 连接 AC ,

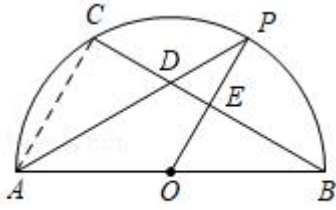


图5

$$\because \angle C = \angle OEB = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \parallel OE, \quad CE = BE,$$

$$\because AD = 2DP,$$

$$\text{同理得 } AC = 2PE,$$

$$\because AO = BO,$$

$$\therefore AC = 2OE,$$

$$\therefore OE = PE = \frac{1}{2}OP,$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore OB = 2 = AC, \quad OE = 1, \quad BE = \sqrt{3}, \quad BC = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CE = \sqrt{3},$$

$$\because AC \parallel PE,$$

$$\therefore \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{DP} = 2,$$

$$\because CD + DE = \sqrt{3},$$

$$\therefore CD = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AOED} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle OEB} - S_{\triangle ACD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

综上，四边形 $AOED$ 的面积是 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{6}$.

【点评】 本题是圆的综合题，考查了平行线分线段成比例定理，锐角三角函数，勾股定理，三角形和四边形的面积等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，灵活运用所学

知识解决问题，所以中考压轴题.