

2019 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列各数中是无理数的是（ ）

A. $\sqrt{\frac{9}{16}}$

B. $\sqrt[3]{-8}$

C. $\frac{23}{7}$

D. $\frac{\pi}{4}$

2.（4 分）下列方程中，没有实数根的方程是（ ）

A. $\sqrt{x^2+3}=1$

B. $x^2+x-1=0$

C. $\frac{x-1}{x+2}=\frac{1}{2}$

D. $\sqrt{x+2}=-x$

3.（4 分）已知直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限，那么直线 $y=bx+k$ 一定不经过（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

4.（4 分）下列各统计量中，表示一组数据离散程度的量是（ ）

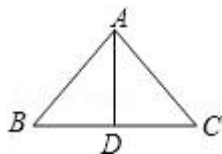
A. 平均数

B. 众数

C. 方差

D. 频数

5.（4 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，则下列结论不一定成立的是（ ）



A. $AD=BD$

B. $BD=CD$

C. $\angle BAD = \angle CAD$

D. $\angle B = \angle C$

6.（4 分）在平面直角坐标系 xOy 中，以点 $(3, 4)$ 为圆心，4 为半径的圆一定（ ）

A. 与 x 轴和 y 轴都相交

B. 与 x 轴和 y 轴都相切

C. 与 x 轴相交、与 y 轴相切

D. 与 x 轴相切、与 y 轴相交

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $a^2 \cdot a^3 =$ _____.

8.（4 分）分解因式： $x^2 - 9x =$ _____.

9.（4 分）已知函数 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ，那么 $f(-2) =$ _____.

10.（4 分）方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为_____.

11.（4 分）一元二次方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 根的判别式的值等于_____.

12.（4 分）已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(2, -1)$ ，则 $k =$ _____.

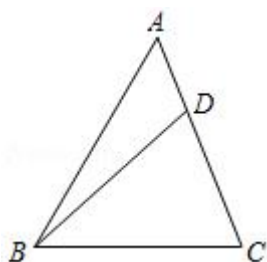
13.（4 分）从一副 52 张没有大小王的扑克牌中任意抽取一张牌，那么抽到 A 的概率

是_____.

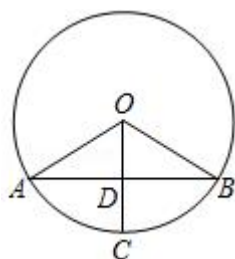
14. (4分) 一射击运动员在一次射击练习中打出的成绩如表所示, 那么这个射击运动员这次成绩的中位数是_____.

成绩(环)	6	7	8	9	10
次数	2	5	3	6	4

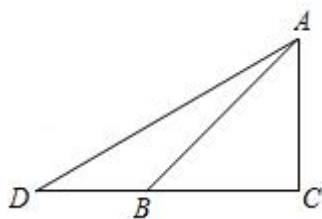
15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 且 $CD = 2AD$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BD} =$ _____.(结果用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



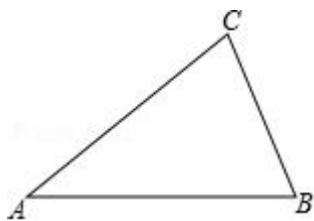
16. (4分) 如图, 已知在 $\odot O$ 中, 半径 OC 垂直于弦 AB , 垂足为点 D . 如果 $CD = 4$, $AB = 16$, 那么 $OC =$ _____.



17. (4分) 如图, 斜坡 AB 的长为200米, 其坡角为 45° . 现把它改成坡角为 30° 的斜坡 AD , 那么 $BD =$ _____米.(结果保留根号)



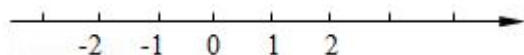
18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 2\sqrt{5}$, D 为边 AC 上一点(点 D 与点 A 、 C 不重合). 将 $\triangle ABD$ 沿直线 BD 翻折, 使点 A 落在点 E 处, 连接 CE . 如果 $CE \parallel AB$, 那么 $AD : CD =$ _____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2+4x+4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

20. (10 分) 解不等式组： $\begin{cases} 6x-2 > 4x-4 \\ \frac{2}{3}x \geq x - \frac{1}{3} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

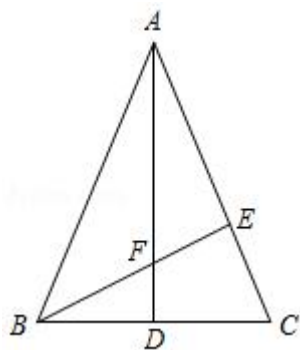


21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = 10$ ， $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$ ，点 D 是边 BC 的中

点，点 E 在边 AC 上，且 $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ ， AD 与 BE 相交于点 F . 求：

(1) 边 AB 的长；

(2) $\frac{EF}{BF}$ 的值.

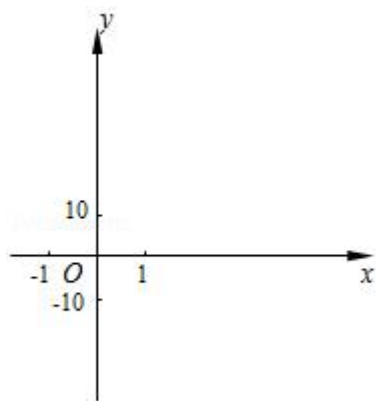


22. (10 分) 甲骑自行车以 10 千米/时的速度沿公路行驶，3 小时后，乙骑摩托车从同一地点出发沿公路与甲同向行驶，速度为 25 千米/时. 设甲出发后 x 小时，甲离开出发地的路程为 y_1 千米，乙离开出发地的路程为 y_2 千米. 试回答下列问题：

(1) 求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式；

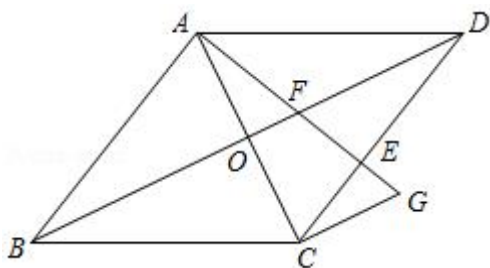
(2) 在同一直角坐标系中，画出 (1) 中两个函数的图象；

(3) 当 x 为何值时，乙追上甲，此时他们离出发地的路程是多少千米？



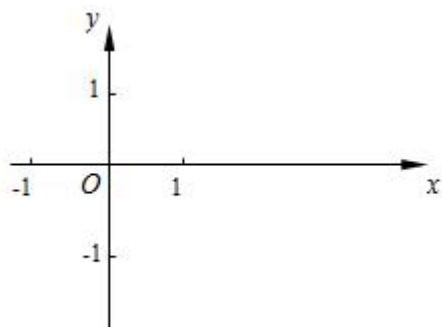
23. (12分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $BD = 2AC$. 过点 A 作 $AE \perp CD$, 垂足为点 E , AE 与 BD 相交于点 F . 过点 C 作 $CG \perp AC$, 与 AE 的延长线相交于点 G . 求证:

- (1) $\triangle ACG \cong \triangle DOA$;
- (2) $DF \cdot BD = 2DE \cdot AG$.



24. (12分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 且与 y 轴的公共点为点 C .

- (1) 求抛物线的解析式, 并求出点 C 的坐标;
- (2) 求 $\angle ACB$ 的正切值;
- (3) 点 E 为线段 AC 上一点, 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为点 F . 如果 $\frac{EF}{BF} = \frac{1}{4}$, 求 $\triangle BCE$ 的面积.

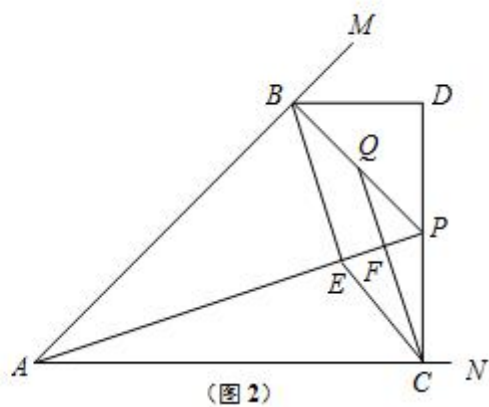
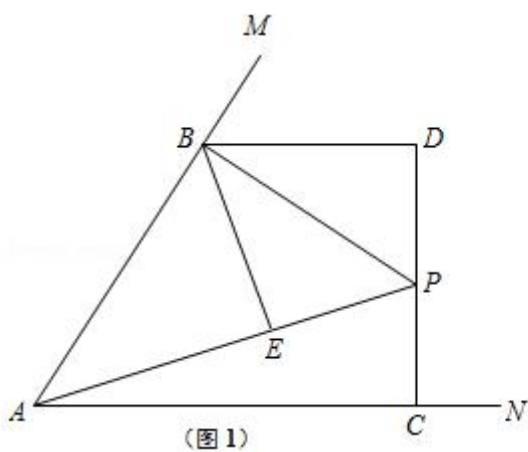


25. (14分) 如图1, 点 P 为 $\angle MAN$ 的内部一点. 过点 P 分别作 $PB \perp AM$ 、 $PC \perp AN$, 垂足分别为点 B 、 C . 过点 B 作 $BD \perp CP$, 与 CP 的延长线相交于点 D . $BE \perp AP$, 垂足为点 E .

(1) 求证: $\angle BPD = \angle MAN$;

(2) 如果 $\sin \angle MAN = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $AB = 2\sqrt{10}$, $BE = BD$, 求 BD 的长;

(3) 如图 2, 设点 Q 是线段 BP 的中点. 联结 QC 、 CE , QC 交 AP 于点 F . 如果 $\angle MAN = 45^\circ$, 且 $BE \parallel QC$, 求 $\frac{S_{\triangle PQF}}{S_{\triangle CEF}}$ 的值.



2019 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列各数中是无理数的是（ ）

A. $\sqrt{\frac{9}{16}}$

B. $\sqrt[3]{-8}$

C. $\frac{23}{7}$

D. $\frac{\pi}{4}$

【分析】根据无理数的定义即可求出答案.

【解答】解：（A）原式 = $\frac{3}{4}$ ，故 A 不是无理数；

（B）原式 = -2，故 B 不是无理数；

（C） $\frac{23}{7}$ 是分数，故 C 不是无理数；

故选：D.

【点评】本题考查无理数的定义，解题的关键是正确理解无理数的定义，本题属于基础题型.

2.（4 分）下列方程中，没有实数根的方程是（ ）

A. $\sqrt{x^2+3}=1$

B. $x^2+x-1=0$

C. $\frac{x-1}{x+2}=\frac{1}{2}$

D. $\sqrt{x+2}=-x$

【分析】将无理方程化为一元二次方程运用根的判别式判断根的情况，将分式方程求解再检验判断是否增根，此题难度不大.

【解答】解：A. 原方程变形为 $x^2+3=1$ ，即 $x^2=-2$ ， $\because -2<0$ ，所以方程没有实数根，故 A 符合题意；

B. $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times 1\times (-1)=5>0$ ，所以原方程有实数根，故 B 正确，不符合题意；

C. 原方程变形为 $2x-2=x+2$ ，解得 $x=4$ ，当 $x=4$ 时，分式方程左边 = $\frac{1}{2}$ = 右边，因此 $x=4$ 是原分式方程的根，故 C 不符合题意；

D. 原方程变形为 $x+2=x^2$ ，即 $x^2-x-2=0$ ， $\therefore \Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times 1\times (-2)=9>0$ ，所以原方程有实数根，故 D 不符合题意.

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次方程与分式方程的解，熟练运用一元二次方程根的判别式

与解分式方程是解题的关键.

3. (4分) 已知直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限, 那么直线 $y = bx + k$ 一定不经过 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】由直线经过一、二、四象限可分析 $k < 0$, $b > 0$, 由此判定 $y = bx + k$ 不经过第二象限.

【解答】解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限,

$$\therefore k < 0, b > 0,$$

$\therefore$ 直线 $y = bx + k$ 一定不经过第二象限.

故选: B.

【点评】本题考查了一次函数的性质, 关键要知道 k 和 b 对图象的决定作用.

4. (4分) 下列各统计量中, 表示一组数据离散程度的量是 ()

A. 平均数 B. 众数 C. 方差 D. 频数

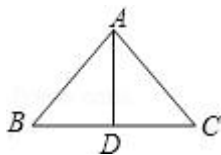
【分析】根据方差和标准差反映了一组数据与其平均值的离散程度的大小. 方差 (或标准差) 越大, 数据的历算程度越大, 稳定性越小; 反之, 则离散程度越小, 稳定性越好可得答案.

【解答】解: 方差是表示一组数据离散程度的量,

故选: C.

【点评】此题主要考查了统计量的选择, 关键是掌握平均数、众数、中位数和极差、方差在描述数据时的区别.

5. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , 则下列结论不一定成立的是 ()



A. $AD = BD$ B. $BD = CD$ C. $\angle BAD = \angle CAD$ D. $\angle B = \angle C$

【分析】根据已知和公共边可证明 $\triangle ADB \cong \triangle ACD$, 则这两个三角形的对应角、对应边相等, 据此作答.

【解答】解: $\because AB = AC$, $AD = AD$, $AD \perp BC$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADB \cong \text{Rt}\triangle ACD \text{ (HL)},$$

$$\therefore BD = CD, \angle BAD = \angle CAD, \angle B = \angle C \text{ (全等三角形的对应角、对应边相等)}$$

故 B 、 C 、 D 一定成立， A 不一定成立.

故选： A .

【点评】此题考查直角三角形全等的判定和性质，注意利用已知隐含的条件： AD 是公共边.

6. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中，以点 $(3, 4)$ 为圆心，4 为半径的圆一定 ()

A. 与 x 轴和 y 轴都相交

B. 与 x 轴和 y 轴都相切

C. 与 x 轴相交、与 y 轴相切

D. 与 x 轴相切、与 y 轴相交

【分析】先根据点的坐标求出点到 x 轴的距离是 4，到 y 轴的距离是 3，再根据直线与圆的位置关系得出即可.

【解答】解： $\because$ 点 $(3, 4)$,

$\therefore$ 点到 x 轴的距离是 4，到 y 轴的距离是 3，

$\therefore$ 在平面直角坐标系 xOy 中，以点 $(3, 4)$ 为圆心，4 为半径的圆一定与 x 轴相切，与 y 轴相交，

故选： D .

【点评】本题考查了切线的性质，点的坐标，直线与圆的位置关系等知识点，能熟记直线与圆的位置关系的内容是解此题的关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 计算： $a^2 \cdot a^3 = \underline{a^5}$.

【分析】根据同底数的幂的乘法，底数不变，指数相加，计算即可.

【解答】解： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$.

故答案为： a^5 .

【点评】熟练掌握同底数的幂的乘法的运算法则是解题的关键.

8. (4分) 分解因式： $x^2 - 9x = \underline{x(x-9)}$.

【分析】首先确定多项式中的两项中的公因式为 x ，然后提取公因式即可.

【解答】解：原式 $= x \cdot x - 9 \cdot x = x(x-9)$,

故答案为： $x(x-9)$.

【点评】本题考查了提公因式法因式分解的知识，解题的关键是首先确定多项式各项的公因式，然后提取出来.

9. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ，那么 $f(-2) = \underline{2}$.

【分析】把 $x = -2$ 代入函数解析式即可求解.

【解答】解：当 $x = -2$ 时， $f(-2) = \frac{-2}{-2+1} = 2$.

故答案是：2.

【点评】本题考查知识点是求函数的值，只要把 x 的取值代入函数解析式即可.

10. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为 3.

【分析】首先把方程两边分别平方，然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】解：两边平方得： $2x+3 = x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得： $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

检验：当 $x_1 = 3$ 时，方程的左边 = 右边，所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解，

当 $x_2 = -1$ 时，原方程的左边 $\neq$ 右边，所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】本题主要考查解无理方程，关键在于首先把方程的两边平方，注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验.

11. (4分) 一元二次方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 根的判别式的值等于 41.

【分析】一元二次方程的根判别式为： $\Delta = b^2 - 4ac$ ，代入计算即可

【解答】解：依题意，一元二次方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ ， $a = 2$ ， $b = -3$ ， $c = -4$

$$\therefore \text{根的判别式为：}\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 41$$

故答案为：41

【点评】此题主要考查一元二次方程的根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与根的判别式： $\Delta = b^2 - 4ac$ ，有如下关系：①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根. 上述结论反过来也成立.

12. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(2, -1)$ ，则 $k =$ -2.

【分析】直接把点 $(2, -1)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(2, -1)$,

$$\therefore -1 = \frac{k}{2},$$

解得 $k = -2$.

故答案为：-2.

【点评】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

13. (4分) 从一副 52 张没有大小王的扑克牌中任意抽取一张牌，那么抽到 A 的概率是 $\frac{1}{13}$.

【分析】 直接利用概率求法进而得出答案.

【解答】 解：从一副 52 张没有大小王的扑克牌中任意抽取一张牌，那么抽到 A 的概率是：

$$\frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

故答案为： $\frac{1}{13}$.

【点评】 此题主要考查了概率公式，正确应用概率公式是解题关键.

14. (4分) 一射击运动员在一次射击练习中打出的成绩如表所示，那么这个射击运动员这次成绩的中位数是 8.5.

成绩（环）	6	7	8	9	10
次数	2	5	3	6	4

【分析】 直接利用表格中数据得出数据个数，进而利用中位数的定义求出答案.

【解答】 解：由表格中数据可得射击次数为 20，中位数是第 10 个和第 11 个数据的平均数，

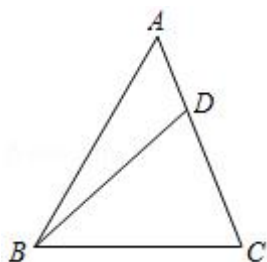
故这个射击运动员这次成绩的中位数是： $\frac{1}{2} \times (8+9) = 8.5$.

故答案为：8.5.

【点评】 此题主要考查了中位数，正确把握中位数的定义是解题关键.

15. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AC 上，且 $CD = 2AD$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{a}. \text{ (结果用向量 } \vec{a}, \vec{b} \text{ 的式子表示)}$$



【分析】 求出 $\overrightarrow{AD}$ ，根据 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ 求解即可．

【解答】 解： $\because CD = 2AD$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\vec{b},$$

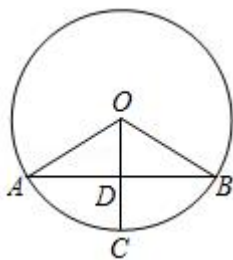
$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{a}.$$

【点评】 本题考查平面向量，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

16. (4 分) 如图，已知在 $\odot O$ 中，半径 OC 垂直于弦 AB ，垂足为点 D ．如果 $CD = 4$ ， $AB = 16$ ，那么 $OC =$ 10．



【分析】 根据垂径定理可得 $AD = \frac{1}{2}AB = 8$ ， $\angle ADO = 90^\circ$ ，设 $CO = x$ ，则 $AO = x$ ， $DO = x - 4$ ，再利用勾股定理列出方程，解出 x 的值即可．

【解答】 解： $\because$ 半径 OC 垂直于弦 AB ，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 8, \angle ADO = 90^\circ,$$

设 $CO = x$ ，则 $AO = x$ ， $DO = x - 4$ ，

$$x^2 = 8^2 + (x - 4)^2,$$

解得： $x = 10$ ，

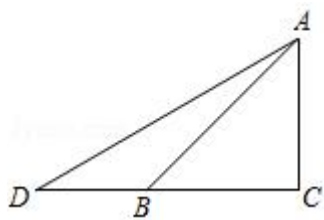
$$\therefore CO = 10,$$

故答案为： 10．

【点评】 此题主要考查了垂径定理和勾股定理，关键是掌握垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．

17. (4 分) 如图，斜坡 AB 的长为 200 米，其坡角为 45° ．现把它改成坡角为 30° 的斜坡

AD ，那么 $BD = \underline{100(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$ 米. (结果保留根号)



【分析】 直接利用锐角三角函数关系得出 AC , BC 的长, 进而得出 DC 的长, 即可得出答案.

【解答】 解: 由题意可得: $BC = AC = AB \cdot \sin 45^\circ = 100\sqrt{2} (m)$,

$$\text{则 } \tan 30^\circ = \frac{AC}{DC},$$

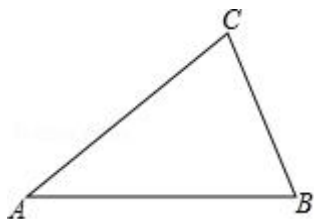
$$\text{故 } DC = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = 100\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 100\sqrt{6} (m),$$

$$\text{则 } BD = 100(\sqrt{6} - \sqrt{2}) m.$$

故答案为: $100(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用, 正确运用锐角三角函数关系是解题关键.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 2\sqrt{5}$, D 为边 AC 上一点 (点 D 与点 A 、 C 不重合). 将 $\triangle ABD$ 沿直线 BD 翻折, 使点 A 落在点 E 处, 连接 CE . 如果 $CE \parallel AB$, 那么 $AD:CD = \underline{5:6}$.



【分析】 作辅助线, 构建平行线和直角三角形, 先根据勾股定理计算 AG 的长, 证明 $\triangle BCH \sim \triangle ABG$, 列比例式可得 $BH = 4$, $CH = 2$, 根据勾股定理计算 EH 的长, 从而得 CE 的长, 最后根据平行线分线段成比例定理得: $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{FC} = \frac{5}{6}$.

【解答】 解: 如图, 过 A 作 $AG \perp BC$ 于 G , 过 B 作 $BH \perp CE$, 交 EC 的延长线于 H , 延长 BD 和 CE 交于点 F ,

$$\because AC = AB = 5,$$

$$\therefore BG = CG = \sqrt{5}, AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because FH \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ABG = \angle BCH,$$

$$\because \angle H = \angle AGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCH \sim \triangle ABG,$$

$$\therefore \frac{BH}{AG} = \frac{BC}{AB} = \frac{CH}{BG},$$

$$\therefore \frac{BH}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{CH}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore BH = 4, CH = 2,$$

由折叠得: $AB = BE = 5$,

$$\therefore EH = \sqrt{BE^2 - BH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3, CE = 3 - 2 = 1,$$

$$\because FH \parallel AB,$$

$$\therefore \angle F = \angle ABD = \angle EBD,$$

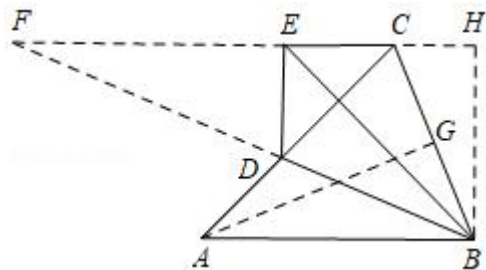
$$\therefore EF = BE = 5,$$

$$\therefore FC = 5 + 1 = 6,$$

$$\because FC \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{FC} = \frac{5}{6},$$

故答案为: 5: 6.



【点评】 本题考查翻折变换、三角形相似的性质和判定、平行线分线段成比例定理、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是正确作辅助线，寻找相似三角形解决问题．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2+4x+4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

【分析】 将被除式分子、分母因式分解、把除法转化为乘法，再约分计算乘法，最后计算减法即可化简原式，继而把 x 的值代入计算可得．

【解答】 解：原式 = $\frac{x^2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x+2}$

$$= \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$$

$$= \frac{1}{x+2},$$

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时,

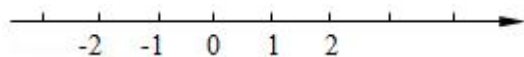
$$\text{原式} = \frac{1}{\sqrt{2}-1+2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}+1}$$

$$= \sqrt{2} - 1.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式混合运算顺序和运算法则.

20. (10 分) 解不等式组: $\begin{cases} 6x-2 > 4x-4 \\ \frac{2}{3}x \geq x - \frac{1}{3} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



【分析】 首先解每个不等式，然后利用数轴确定两个不等式的解集的公共部分，即是不等式组的解集.

【解答】 解: $\begin{cases} 6x-2 > 4x-4 \text{ ①} \\ \frac{2}{3}x \geq x - \frac{1}{3} \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $2x > -2$,

解得: $x > -1$,

由②得: $2x \geq 3x - 1$,

解得: $x \leq 1$,

所以, 原不等式组的解集为: $-1 < x \leq 1$.

在数轴上表示为:



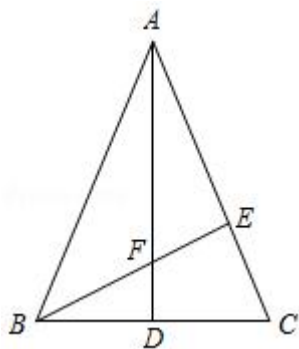
【点评】 本题考查的是解一元一次不等式(组), 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 10$, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$, 点 D 是边 BC 的中

点，点 E 在边 AC 上，且 $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ ， AD 与 BE 相交于点 F 。求：

(1) 边 AB 的长；

(2) $\frac{EF}{BF}$ 的值。



【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$ ， $BD = DC = 5$ ，根据余弦的定义列式计算，得到答案；

(2) 过点 E 作 $EH \parallel BC$ ，交 AD 与点 H ，根据平行线分线段成比例定理计算即可。

【解答】 解：(1) $\because AB = AC$ ，点 D 是边 BC 的中点，

$$\therefore AD \perp BC, BD = DC = \frac{1}{2}BC = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \cos \angle ABC = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{13},$$

$$\therefore AB = 13;$$

(2) 过点 E 作 $EH \parallel BC$ ，交 AD 与点 H ，

$$\because EH \parallel BC, \frac{AE}{AC} = \frac{2}{3},$$

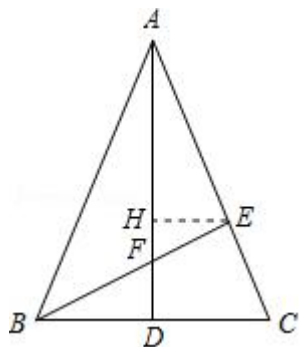
$$\therefore \frac{EH}{CD} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{3},$$

$$\because BD = CD,$$

$$\therefore \frac{EH}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\because EH \parallel BC,$$

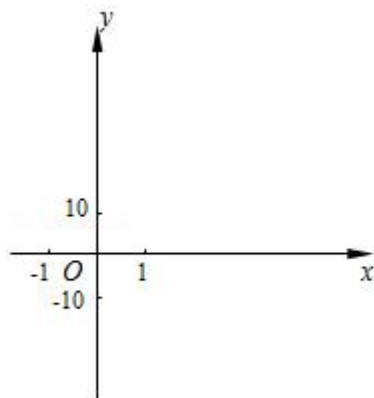
$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{EH}{BD} = \frac{2}{3}.$$



【点评】 本题考查的是等腰三角形的性质、解直角三角形、平行线分线段成比例定理，掌握等腰三角形的三线合一、余弦的定义是解题的关键．

22. (10 分) 甲骑自行车以 10 千米/时的速度沿公路行驶，3 小时后，乙骑摩托车从同一地点出发沿公路与甲同向行驶，速度为 25 千米/时．设甲出发后 x 小时，甲离开出发地的路程为 y_1 千米，乙离开出发地的路程为 y_2 千米．试回答下列问题：

- (1) 求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式；
- (2) 在同一直角坐标系中，画出 (1) 中两个函数的图象；
- (3) 当 x 为何值时，乙追上甲，此时他们离出发地的路程是多少千米？



【分析】 (1) 根据路程 = 速度 $\times$ 时间列出函数解析式便可；

(2) 确定两个点坐标，作出直线便可；

(3) 联立两个解析式的方程组解答便可．

【解答】 解：(1) 由题意，得

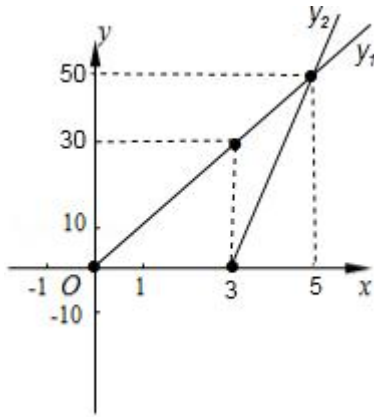
$$y_1 = 10x \quad (x \geq 0);$$

$$y_2 = 25(x - 3), \text{ 即 } y_2 = 25x - 75 \quad (x \geq 3);$$

(2) 列表

x	0	3	5	
y_1	0	30		
y_2		0	50	

描点、连线，



(3) 由题意，当乙追上甲时，有 $y_1 = y_2$ ，则 $10x = 25x - 75$ ，

解得 $x = 5$

此时他们离出发地的路程是 $10 \times 5 = 50$ (千米)，

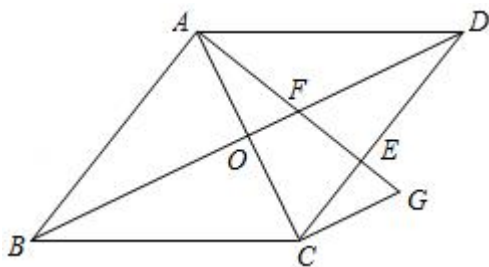
答：当 $x = 5$ 小时时，乙追上甲，此时他们离出发地的距离为 50 千米。

【点评】 本题是一次函数的应用，主要考查了从实际问题中列一次函数的解析式，作一次函数的图象，求两个一次函数图象的交点问题。

23. (12 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $BD = 2AC$ 。过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为点 E ， AE 与 BD 相交于点 F 。过点 C 作 $CG \perp AC$ ，与 AE 的延长线相交于点 G 。求证：

(1) $\triangle ACG \cong \triangle DOA$ ；

(2) $DF \cdot BD = 2DE \cdot AG$ 。



【分析】 (1) 根据菱形的性质得出 $AD = CD$ ， $AC \perp BD$ ， $OB = OD$ ，求出 $\angle G = \angle DAC$ ， $AC = OD$ ，根据全等三角形的判定推出即可；

(2) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle CDO \sim \triangle FDE$, 得出比例式, $\frac{CD}{DF} = \frac{OD}{DE}$, 即得 $OD \cdot$

$DF = DE \cdot CD$, 根据 $\triangle ACG \cong \triangle DOA$ 求出 $AG = AD = CD$, 代入求出即可.

【解答】 证明: (1) $\because$ 在菱形 $ABCD$ 中, $AD = CD$, $AC \perp BD$, $OB = OD$,

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA, \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp CD, CG \perp AC,$$

$$\therefore \angle DCA + \angle GCE = 90^\circ, \angle G + \angle GCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = \angle DCA,$$

$$\therefore \angle G = \angle DAC,$$

$$\because BD = 2AC, BD = 2OD,$$

$$\therefore AC = OD,$$

在 $\triangle ACG$ 和 $\triangle DOA$ 中,

$$\begin{cases} \angle G = \angle DAO \\ \angle ACG = \angle AOD \\ AC = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACG \cong \triangle DOA \text{ (AAS)};$$

$$(2) \because AE \perp CD, BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle CDO = \angle FDE,$$

$$\therefore \triangle CDO \sim \triangle FDE,$$

$$\therefore \frac{CD}{DF} = \frac{OD}{DE}, \text{ 即得 } OD \cdot DF = DE \cdot CD,$$

$$\because \triangle ACG \cong \triangle DOA,$$

$$\therefore AG = AD = CD,$$

$$\text{又} \because OD = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore DF \cdot BD = 2DE \cdot AG.$$

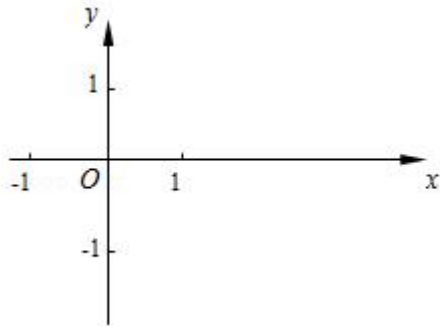
【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定, 相似三角形的性质和判定, 菱形的性质, 能综合运用定理进行推理是解此题的关键.

24. (12 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 且与 y 轴的公共点为点 C .

(1) 求抛物线的解析式, 并求出点 C 的坐标;

(2) 求 $\angle ACB$ 的正切值;

(3) 点 E 为线段 AC 上一点, 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为点 F . 如果 $\frac{EF}{BF} = \frac{1}{4}$, 求 $\triangle BCE$ 的面积.



【分析】 (1) 由题意, 得 $\begin{cases} a+b-3=0 \\ 9a+3b-3=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$, 即可求解;

(2) $BC = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2} = 3\sqrt{2}$, $\cos \angle ABH = \frac{HB}{AB} = \frac{OB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $BH = \sqrt{2}$, 则 $AH = \sqrt{2}$, $CH = 2\sqrt{2}$, 即可求解;

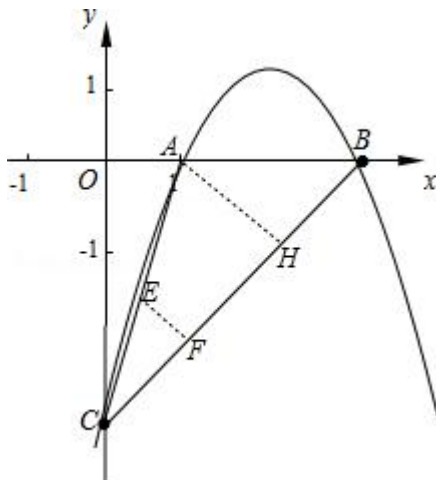
(3) 由 $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}CB \times EF$, 即可求解.

【解答】 解: (1) 由题意, 得 $\begin{cases} a+b-3=0 \\ 9a+3b-3=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 4x - 3$,

则点 C 的坐标为 $(0, -3)$;

(2) 联结 AC 、 BC . 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H .



$$\because B(3, 0), C(0, -3),$$

$$\therefore OB = OC = 3,$$

$$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2} = 3\sqrt{2}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 和 $\text{Rt}\triangle BHA$ 中, $\angle AHB = \angle COB = 90^\circ$.

$$\therefore \cos \angle ABH = \frac{HB}{AB} = \frac{OB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore BH = \sqrt{2},$$

$$\text{则 } AH = \sqrt{2}, CH = 2\sqrt{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $\angle AHC = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AH}{CH} = \frac{1}{2};$$

(3) 联结 BE . 设 $EF = a$.

$$\text{由 } \frac{EF}{BF} = \frac{1}{4} \text{ 得: 得 } BF = 4a,$$

$$\text{又 } \because \tan \angle ACB = \frac{EF}{CF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CF = 2a,$$

$$\therefore BC = BF + FC = 6a,$$

$$\therefore 6a = 3\sqrt{2},$$

$$\text{解得: } a = \frac{1}{2}\sqrt{2},$$

$$\text{即: } EF = \frac{1}{2}\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}CB \times EF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到解直角三角形、面积的计算等知识, 难度不大.

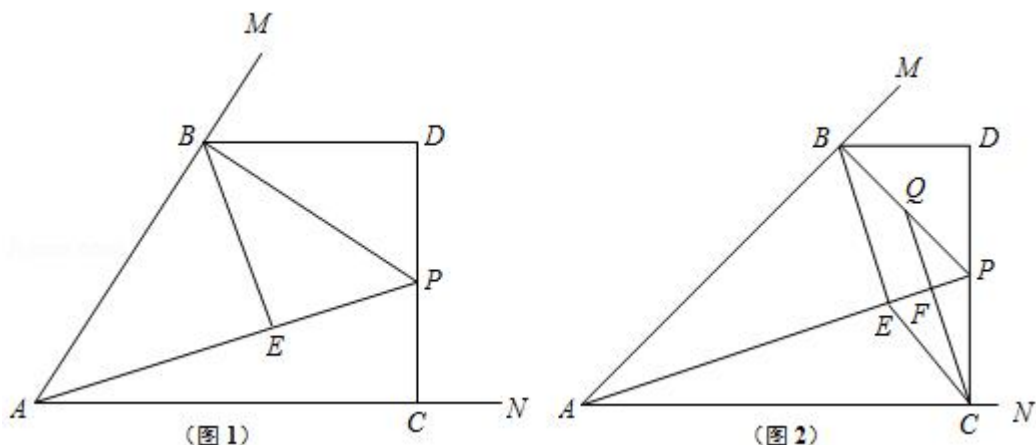
25. (14分) 如图1, 点 P 为 $\angle MAN$ 的内部一点. 过点 P 分别作 $PB \perp AM$ 、 $PC \perp AN$, 垂足分别为点 B 、 C . 过点 B 作 $BD \perp CP$, 与 CP 的延长线相交于点 D . $BE \perp AP$, 垂足为点 E .

(1) 求证: $\angle BPD = \angle MAN$;

(2) 如果 $\sin \angle MAN = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $AB = 2\sqrt{10}$, $BE = BD$, 求 BD 的长;

(3) 如图2, 设点 Q 是线段 BP 的中点. 联结 QC 、 CE , QC 交 AP 于点 F . 如果 $\angle MAN$

$= 45^\circ$, 且 $BE \parallel QC$, 求 $\frac{S_{\triangle PQF}}{S_{\triangle CEF}}$ 的值.



【分析】(1) 根据四边形的内角和等于 360° 得到 $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$ ，根据邻补角的概念得到 $\angle BPD + \angle BPC = 180^\circ$ ，得到 $\angle BPD = \angle MAN$ ；

(2) 根据正弦的定义求出 AB ，根据勾股定理求出 BE ，计算即可；

(3) 过点 B 作 $BG \perp AC$ ，垂足为点 G 。过点 Q 作 $QH \parallel BD$ ，设 $BD = 2a$ ， $PC = 2b$ ，根据相似三角形的性质分别求出 QF 、 FC ，证明 $PE = EF$ ，根据三角形的面积公式计算，得到答案。

【解答】(1) 证明： $\because PB \perp AM$ ， $PC \perp AN$ ，

$$\therefore \angle PBA = \angle PCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle PCA + \angle BPC + \angle PBA = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BPC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD + \angle BPC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = \angle BPD;$$

(2) 解： $\because BE \perp AP$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $BE = BD$ ，

$$\therefore \angle BPD = \angle BPE.$$

$$\therefore \angle BPE = \angle BAC,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中，由 $\angle ABP = 90^\circ$ ， $BE \perp AP$ ，

$$\therefore \angle APB = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABE,$$

$$\therefore \sin \angle BAC = \sin \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore AE = 6,$$

$$\therefore BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 2,$$

$$\therefore BD = BE = 2;$$

(3) 解: 过点 B 作 $BG \perp AC$, 垂足为点 G . 过点 Q 作 $QH \parallel BD$,

$$\text{设 } BD = 2a, PC = 2b,$$

$$\because \angle BPD = \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore DP = BD = 2a,$$

$$\therefore CD = 2a + 2b,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 和 $\text{Rt}\triangle BDP$ 中, $\angle BAC = \angle BPD = 45^\circ$,

$$\therefore BG = AG, DP = BD,$$

$\because QH \parallel BD$, 点 Q 为 BP 的中点,

$$\therefore PH = \frac{1}{2}PD = a, QH = \frac{1}{2}BD = a,$$

$$\therefore CH = PH + PC = a + 2b,$$

$\because BD \parallel AC, CD \perp AC, BG \perp AC$,

$$\therefore BG = DC = 2a + 2b.$$

$$\therefore AC = 4a + 2b,$$

$\because BE \parallel QC, BE \perp AP$,

$$\therefore \angle CFP = \angle BEP = 90^\circ, \text{ 又 } \angle ACP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QCH = \angle PAC,$$

$$\therefore \triangle ACP \sim \triangle QCH,$$

$$\therefore \frac{PC}{QH} = \frac{AC}{CH}, \text{ 即 } \frac{2b}{a} = \frac{4a+2b}{a+2b},$$

解得, $a = b$,

$$\therefore CH = 3a.$$

由勾股定理得, $CQ = \sqrt{QH^2 + CH^2} = \sqrt{10}a$,

$$\because \angle QHC = \angle PFC = 90^\circ, \angle QCH = \angle PCF,$$

$$\therefore \triangle QCH \sim \triangle PFC,$$

$$\therefore \frac{HC}{CF} = \frac{QC}{CF}, \text{ 即 } \frac{3a}{FC} = \frac{\sqrt{10}a}{2a},$$

$$\text{解得, } FC = \frac{3\sqrt{10}}{5}a,$$

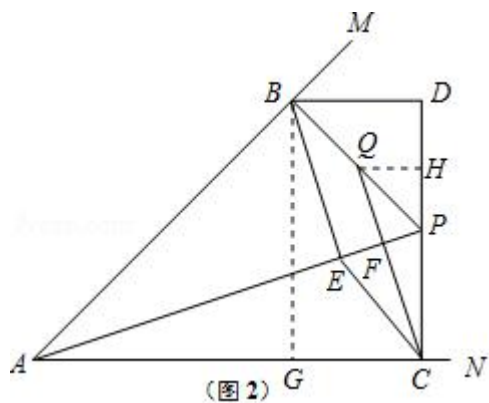
$$\therefore QF = QC - FC = \frac{2\sqrt{10}}{5}a,$$

$\because BE \parallel QC, Q$ 是 PB 的中点,

$$\therefore PE = EF,$$

$\therefore \triangle PQF$ 与 $\triangle CEF$ 面积之比等于高之比,

$$\therefore \frac{S_{\triangle PQF}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{QF}{FC} = \frac{2}{3}.$$



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质、锐角三角函数的定义，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键。