

2019 年上海市松江区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）最小的素数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

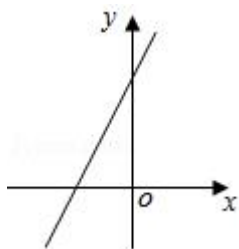
2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2+a^2=a^4$ B. $(2a)^3=6a^3$
C. $3a^2 \cdot (-a^3) = -3a^5$ D. $4a^6 \div 2a^2 = 2a^3$.

3.（4 分）下列方程中，没有实数根的是（ ）

- A. $x^2 - 2x - 3 = 0$ B. $x^2 - 2x + 3 = 0$ C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 1 = 0$

4.（4 分）如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$ ，则关于 x 的不等式 $kx+b>0$ 的解集是（ ）

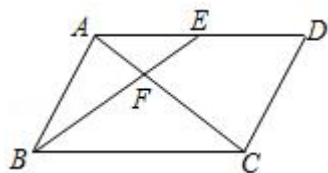


- A. $x > -1$ B. $x < -1$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

5.（4 分）在直角坐标平面内，已知点 $M(4, 3)$ ，以 M 为圆心， r 为半径的圆与 x 轴相交，与 y 轴相离，那么 r 的取值范围为（ ）

- A. $0 < r < 5$ B. $3 < r < 5$ C. $4 < r < 5$ D. $3 < r < 4$

6.（4 分）如图，已知 $\square ABCD$ 中， E 是边 AD 的中点， BE 交对角线 AC 于点 F ，那么 $S_{\triangle AFE}$ ：
 $S_{\text{四边形 } FCDE}$ 为（ ）



- A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 5 D. 1: 6

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 计算: $|-5| + (\sqrt{2} - 1)^0 =$ _____.

8. (4分) 分解因式: $2a^2b - 8b =$ _____.

9. (4分) 方程 $\sqrt{4-3x} = x$ 的解是_____.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2})$ _____ $f(\sqrt{3})$. (填“>”、“=”或“<”)

12. (4分) 如果将直线 $y = 3x - 1$ 平移, 使其经过点 $(0, 2)$, 那么平移后所得直线的表达式是_____.

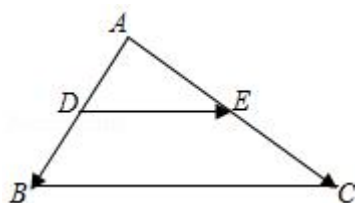
13. (4分) 在不透明的盒子中装有 4 个黑色棋子和若干个白色棋子, 每个棋子除颜色外其它完全相同, 从中随机摸出一个棋子, 摸到黑色棋子的概率是 $\frac{1}{3}$, 那么白色棋子的个数是_____.

14. (4分) 某校初三(1)班 40 名同学的体育成绩如表所示, 则这 40 名同学成绩的中位数是_____.

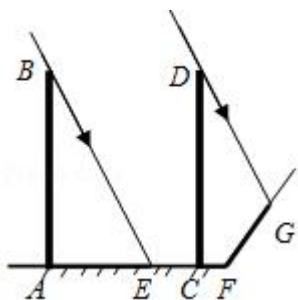
成绩(分)	25	26	27	28	29	30
人数	2	5	6	8	12	7

15. (4分) 正六边形的中心角等于_____度.

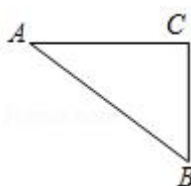
16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$ 为_____.



17. (4分) 如图, 高度相同的两根电线杆 AB 、 CD 均垂直于地面 AF , 某时刻电线杆 AB 的影子为地面上的线段 AE , 电线杆 CD 的影子为地面上的线段 CF 和坡面上的线段 FG . 已知坡面 FG 的坡比 $i = 1:0.75$, 又 $AE = 6$ 米, $CF = 1$ 米, $FG = 5$ 米, 那么电线杆 AB 的高度为_____米.



18. (4分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle DBE$, 点 A 的对应点 D 落在射线 BC 上. 直线 AC 交 DE 于点 F , 那么 CF 的长为_____.

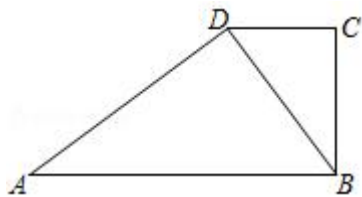


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\sqrt{27} + (\sqrt{3} - 1)^2 - 16^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{-1}$

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 1. \end{cases}$$

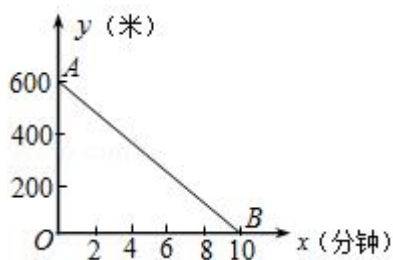
21. (10分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BC \perp AB$, 且 $AD \perp BD$, $BD = 6$, $\sin A = \frac{2}{3}$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.



22. (10分) 小明、小军是同班同学. 某日, 两人放学后去体育中心游泳, 小明 16:00 从学校出发, 小军 16:03 也从学校出发, 沿相同的路线追赶小明. 设小明出发 x 分钟后, 与体育中心的距离为 y 米. 如图, 线段 AB 表示 y 与 x 之间的函数关系.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式; (不要求写出定义域)

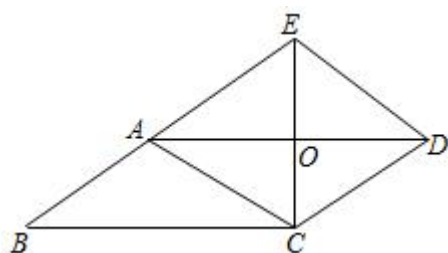
(2) 如果小军的速度是小明的 1.5 倍, 那么小军用了多少分钟追上小明? 此时他们距离体育中心多少米?



23. (12分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AB = AC$, $CO \perp AD$, 垂足为点 O , 延长 CO 、 BA 交于点 E , 联结 DE .

(1) 求证: 四边形 $ACDE$ 是菱形;

(2) 联结 OB , 交 AC 于点 F , 如果 $OF = OC$, 求证: $2AB^2 = BF \cdot BO$.

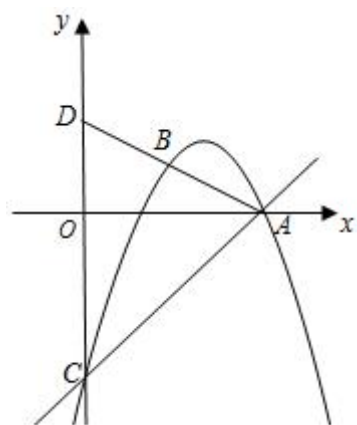


24. (12分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 4x + c$ 过点 $A(6, 0)$ 、 $B(3, \frac{3}{2})$, 与 y 轴交于点 C . 联结 AB 并延长, 交 y 轴于点 D .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 求 $\triangle ADC$ 的面积;

(3) 点 P 在线段 AC 上, 如果 $\triangle OAP$ 和 $\triangle DCA$ 相似, 求点 P 的坐标.

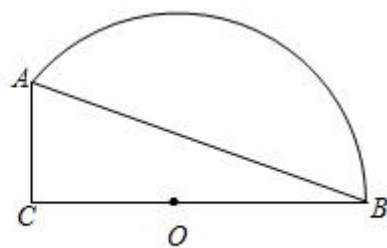
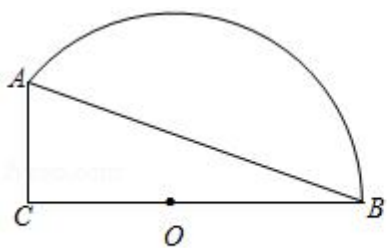


25. (14分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4\sqrt{2}$, $BC = 16$. 点 O 在边 BC 上, 以 O 为圆心, OB 为半径的弧经过点 A . P 是弧 AB 上的一个动点.

(1) 求半径 OB 的长;

(2) 如果点 P 是弧 AB 的中点, 联结 PC , 求 $\angle PCB$ 的正切值;

(3) 如果 BA 平分 $\angle PBC$, 延长 BP 、 CA 交于点 D , 求线段 DP 的长.



(备用图)

2019 年上海市松江区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）最小的素数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】在大于 1 的自然数中，除了 1 和该数自身外，无法被其他自然数整除的数（也可定义为只有 1 与该数本身两个正因数的数），大于 1 的自然数若不是素数，则称之为合数。

【解答】解：根据素数的定义，最小的素数是 2，
故选：B.

【点评】本题考查素数的定义，解题的关键是理解素数的定义，属于中考基础题。

2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2+a^2=a^4$ B. $(2a)^3=6a^3$
C. $3a^2 \cdot (-a^3) = -3a^5$ D. $4a^6 \div 2a^2 = 2a^3$.

【分析】根据合并同类项法则、单项式的乘方、乘法和除法逐一计算可得。

【解答】解：A. $a^2+a^2=2a^2$ ，此选项错误；
B. $(2a)^3=8a^3$ ，此选项错误；
C. $3a^2 \cdot (-a^3) = -3a^5$ ，此选项正确；
D. $4a^6 \div 2a^2 = 2a^4$ ，此选项错误；
故选：C.

【点评】本题主要考查整式的混合运算，解题的关键是掌握合并同类项法则及单项式的乘方、乘法和除法法则。

3.（4 分）下列方程中，没有实数根的是（ ）

- A. $x^2 - 2x - 3 = 0$ B. $x^2 - 2x + 3 = 0$ C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 1 = 0$

【分析】分别计算四个方程的判别式的值，然后根据判别式的意义确定正确选项。

【解答】解：A、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-3) = 16 > 0$ ，方程有两个不相等的两个实数根，
所以 A 选项错误；

B 、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$ ，方程没有实数根，所以 B 选项正确；

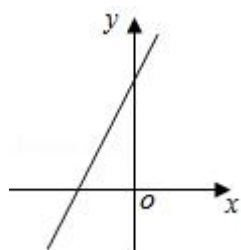
C 、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 = 0$ ，方程有两个相等的两个实数根，所以 C 选项错误；

D 、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) = 8 > 0$ ，方程有两个不相等的两个实数根，所以 D 选项错误。

故选： B 。

【点评】 本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。

4. (4 分) 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$ ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 ()



- A. $x > -1$ B. $x < -1$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

【分析】 根据一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-1, 0)$ ，且 y 随 x 的增大而增大，得出当 $x > -1$ 时， $y > 0$ ，即可得到关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 $x > -1$ 。

【解答】 解：由题意可得：一次函数 $y = kx + b$ 中， $y > 0$ 时，图象在 x 轴上方， $x > -1$ ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 $x > -1$ ，

故选： A 。

【点评】 此题主要考查了一次函数与一元一次不等式，关键是掌握数形结合思想。认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系。

5. (4 分) 在直角坐标平面内，已知点 $M(4, 3)$ ，以 M 为圆心， r 为半径的圆与 x 轴相交，与 y 轴相离，那么 r 的取值范围为 ()

- A. $0 < r < 5$ B. $3 < r < 5$ C. $4 < r < 5$ D. $3 < r < 4$

【分析】 先求出点 M 到 x 轴、 y 轴的距离，再根据直线和圆的位置关系得出即可。

【解答】 解： $\because$ 点 M 的坐标是 $(4, 3)$ ，

$\therefore$ 点 M 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，

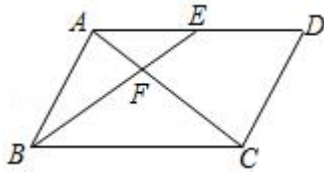
$\because$ 点 $M(4, 3)$ ，以 M 为圆心， r 为半径的圆与 x 轴相交，与 y 轴相离，

$\therefore r$ 的取值范围是 $3 < r < 4$,

故选: D .

【点评】 本题考查了点的坐标和直线与圆的位置关系, 能熟记直线与圆的位置关系的内容是解此题的关键.

6. (4 分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, E 是边 AD 的中点, BE 交对角线 AC 于点 F , 那么 $S_{\triangle AFE}$: $S_{\text{四边形 } FCDE}$ 为 ()



- A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 5 D. 1: 6

【分析】 根据 $AE \parallel BC$, E 为 AD 中点, 找到 AF 与 FC 的比, 则可知 $\triangle AEF$ 面积与 $\triangle FCE$ 面积的比, 同时因为 $\triangle DEC$ 面积 = $\triangle AEC$ 面积, 则可知四边形 $FCDE$ 面积与 $\triangle AEF$ 面积之间的关系.

【解答】 解: 连接 CE , $\because AE \parallel BC$, E 为 AD 中点,

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}.$$

$\therefore \triangle FEC$ 面积是 $\triangle AEF$ 面积的 2 倍.

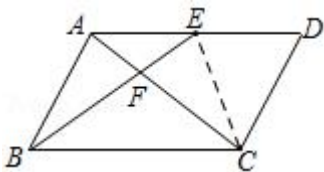
设 $\triangle AEF$ 面积为 x , 则 $\triangle AEC$ 面积为 $3x$,

$\because E$ 为 AD 中点,

$\therefore \triangle DEC$ 面积 = $\triangle AEC$ 面积 = $3x$.

$\therefore$ 四边形 $FCDE$ 面积为 $5x$,

所以 $S_{\triangle AFE} : S_{\text{四边形 } FCDE}$ 为 1: 5.



故选: C .

【点评】 本题主要考查相似三角形的判定和性质、平行四边形的性质, 解题的关键是通过线段的比得到三角形面积的关系.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 计算: $|-5|+(\sqrt{2}-1)^0 = \underline{6}$.

【分析】直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= 5+1$

$$= 6.$$

故答案为: 6.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

8. (4分) 分解因式: $2a^2b - 8b = \underline{2b(a+2)(a-2)}$.

【分析】先提取公因式 $2b$, 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解即可求得答案.

【解答】解: $2a^2b - 8b$

$$= 2b(a^2 - 4)$$

$$= 2b(a+2)(a-2).$$

故答案为: $2b(a+2)(a-2)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解的知识. 注意一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

9. (4分) 方程 $\sqrt{4-3x} = x$ 的解是 $\underline{x=1}$.

【分析】将无理方程化为一元二次方程, 然后求解即可.

【解答】解: 原方程变形为 $4 - 3x = x^2$,

$$\text{整理得 } x^2 + 3x - 4 = 0,$$

$$\therefore (x+4)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x+4 = 0 \text{ 或 } x-1 = 0,$$

$$\therefore x_1 = -4 \text{ (舍去)}, x_2 = 1.$$

故答案为 $x = 1$.

【点评】本题考查了无理方程, 将无理方程化为一元二次方程是解题的关键.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-2 \leq x < 1}$.

【分析】分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】解: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \text{ ①} \\ x-1 < 0 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x \geq -2$,

解不等式②, 得 $x < 1$,

所以，这个不等式组的解集是 $-2 \leq x < 1$ ，

故答案为 $-2 \leq x < 1$ ．

【点评】 主要考查了一元一次不等式解集的求法，求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

11.（4分）已知函数 $f(x) = \frac{2}{x}$ ，那么 $f(\sqrt{2})$ $>$ $f(\sqrt{3})$ ．（填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”）

【分析】 先求出 $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ ， $f(\sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，再利用平方法判断出 $\sqrt{2} > \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，即可得出结论．

【解答】 解：∵ 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x}$ ，
∴ $f(\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ， $f(\sqrt{3}) = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，
∴ $(\sqrt{2})^2 = 2$ ， $(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{4}{3}$ ，
∴ $2 > \frac{4}{3}$ ，
∴ $\sqrt{2} > \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，
∴ $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt{3})$ ，

故答案为： $>$ ．

【点评】 此题是函数值问题，主要考查了无理数的比较大小的方和分母有理化，比较 $\sqrt{2} > \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 是解本题的关键．

12.（4分）如果将直线 $y = 3x - 1$ 平移，使其经过点 $(0, 2)$ ，那么平移后所得直线的表达式是 $y = 3x + 2$ ．

【分析】 根据平移不改变 k 的值可设平移后直线的解析式为 $y = 3x + b$ ，然后将点 $(0, 2)$ 代入即可得出直线的函数解析式．

【解答】 解：设平移后直线的解析式为 $y = 3x + b$ ．

把 $(0, 2)$ 代入直线解析式得 $2 = b$ ，

解得 $b = 2$ ．

所以平移后直线的解析式为 $y = 3x + 2$ ．

故答案为： $y = 3x + 2$ ．

【点评】 本题考查了一次函数图象与几何变换，待定系数法求一次函数的解析式，掌握直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 平移时 k 的值不变是解题的关键．

13. (4分) 在不透明的盒子中装有4个黑色棋子和若干个白色棋子, 每个棋子除颜色外其它完全相同, 从中随机摸出一个棋子, 摸到黑色棋子的概率是 $\frac{1}{3}$, 那么白色棋子的个数是 8.

【分析】设白色棋子的个数为 x , 利用概率公式得到 $\frac{4}{x+4} = \frac{1}{3}$, 然后利用比例性质求出 x 即可.

【解答】解: 设白色棋子的个数为 x ,

根据题意得 $\frac{4}{x+4} = \frac{1}{3}$,

解得 $x = 8$,

即白色棋子的个数为8.

故答案为8.

【点评】本题考查了概率公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件}A\text{可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

14. (4分) 某校初三(1)班40名同学的体育成绩如表所示, 则这40名同学成绩的中位数是 28分.

成绩(分)	25	26	27	28	29	30
人数	2	5	6	8	12	7

【分析】根据中位数的定义求解即可.

【解答】解: 将这组数据从小到大的顺序排列后, 处于中间位置的数是28分, 28分, 它们的平均数是28分,

那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是28分.

故答案为: 28分.

【点评】本题考查了确定一组数据的中位数的能力. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

15. (4分) 正六边形的中心角等于 60 度.

【分析】根据正六边形的六条边都相等即可得出结论.

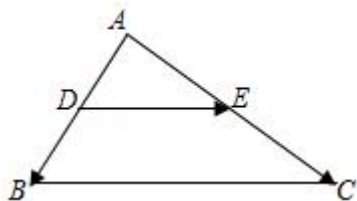
【解答】解: $\because$ 正六边形的六条边都相等,

$\therefore$ 正六边形的中心角 $= \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

故答案为：60.

【点评】本题考查的是正多边形和圆，熟知正多边形的性质是解答此题的关键.

16. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$ ，用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$ 为 $\vec{a} + 2\vec{b}$.



【分析】利用三角形的中位线定理求出 $\overrightarrow{BC}$ 即可解决问题.

【解答】解： $\because D$ 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，

$$\therefore DE \parallel BC, BC = 2DE,$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \vec{b},$$

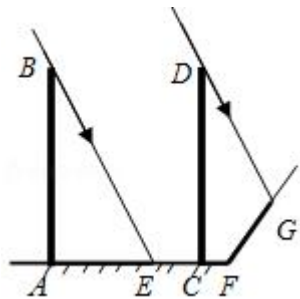
$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + 2\vec{b},$$

故答案为 $\vec{a} + 2\vec{b}$.

【点评】本题考查平面向量，三角形的中位线定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

17. (4分) 如图，高度相同的两根电线杆 AB 、 CD 均垂直于地面 AF ，某时刻电线杆 AB 的影子为地面上的线段 AE ，电线杆 CD 的影子为地面上的线段 CF 和坡面上的线段 FG . 已知坡面 FG 的坡比 $i = 1 : 0.75$ ，又 $AE = 6$ 米， $CF = 1$ 米， $FG = 5$ 米，那么电线杆 AB 的高度为 12 米.



【分析】延长 DG 交 AF 的延长线于点 H ，作 $GM \perp BH$ 于点 M ，解 $Rt\triangle MCG$ ，求出 MF 与 GM ，进一步求出 HM ，继而根据平行线分线段成比例的性质求得 CD 的长，即可得到

AB 的长.

【解答】解: 延长 DG 交 AF 的延长线于点 H , 作 $GM \perp BH$ 于点 M ,

$$\because i = 1: 0.75 = \frac{GM}{FM},$$

$$\therefore \frac{GM}{FM} = \frac{4}{3},$$

$$\because FG = 5 \text{ 米},$$

$$\therefore GM = 4 \text{ 米}, FM = 3 \text{ 米},$$

$$\because CF = 1 \text{ 米},$$

$$\therefore CM = 4 \text{ 米},$$

$$\because AE = CH = 6 \text{ 米},$$

$$\therefore MH = 2 \text{ 米},$$

$$\because GM \perp AF, DC \perp AF,$$

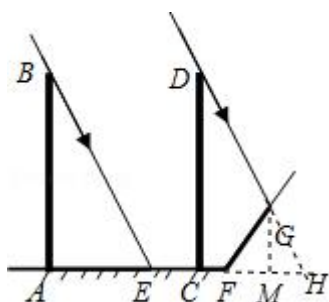
$$\therefore GM \parallel DC,$$

$$\therefore \frac{MH}{CH} = \frac{GM}{DC}, \text{ 即 } \frac{2}{6} = \frac{4}{CD},$$

$$\therefore CD = 12 \text{ 米},$$

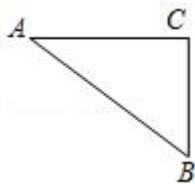
$$\therefore AB = CD = 12 \text{ 米},$$

故答案为 12.



【点评】此题考查了解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题. 注意构造直角三角形, 并能借助于解直角三角形的知识求解此题是关键, 注意数形结合思想的应用. 也考查了平行投影.

18. (4 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle DBE$, 点 A 的对应点 D 落在射线 BC 上. 直线 AC 交 DE 于点 F , 那么 CF 的长为 3.



【分析】由题意，可得 $BD = AB = 10$ ， $\tan D = \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$ ，所以 $CD = 4$ ，在 $\text{Rt}\triangle FCD$

中， $\angle DCF = 90^\circ$ ， $\tan D = \frac{CF}{CD} = \frac{3}{4}$ ，即 $\frac{CF}{4} = \frac{3}{4}$ ，可得 $CF = 3$ 。

【解答】解：∵ 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ 。

$$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10, \quad \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4},$$

∵ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle DBE$ ，点 A 的对应点 D 落在射线 BC 上，直线 AC 交 DE 于点 F ，

$$\therefore BD = AB = 10, \quad \angle D = \angle A,$$

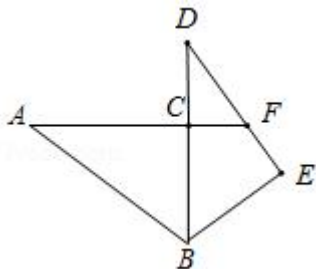
$$\therefore CD = BD - BC = 10 - 6 = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle FCD$ 中， $\angle DCF = 90^\circ$ ，

$$\therefore \tan D = \frac{CF}{CD} = \frac{3}{4}, \quad \text{即} \quad \frac{CF}{4} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore CF = 3.$$

故答案为：3。



【点评】本题考查了旋转的性质，解直角三角形，正确的画出图形是解题的关键。

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\sqrt{27} + (\sqrt{3} - 1)^2 - 16^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{-1}$

【分析】根据完全平方公式、负整数指数幂和分母有理化可以解答本题。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \sqrt{27} + (\sqrt{3} - 1)^2 - 16^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{-1} \\ &= 3\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 4 + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ &= 3\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 4 + 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

= 2.

【点评】 本题考查完全平方公式、负整数指数幂和分母有理化，解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=6 \\ x^2-6xy+9y^2=1. \end{cases}$$

【分析】 先由②得 $(x-3y)^2=1$, $x-3y=1$ 或 $x-3y=-1$, 再把原方程组分解为: $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-3y=1 \end{cases}$, 最后分别解这两个方程组即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x+2y=6 & \text{①} \\ x^2-6xy+9y^2=1 & \text{②} \end{cases}$$

由②得: $(x-3y)^2=1$,

$x-3y=1$ 或 $x-3y=-1$,

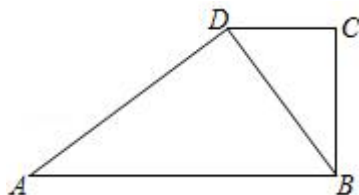
所以原方程组变为: $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-3y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-3y=-1 \end{cases}$,

解这两个方程组得: $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=\frac{16}{5} \\ y=\frac{7}{5} \end{cases}$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=\frac{16}{5} \\ y_2=\frac{7}{5} \end{cases}$.

【点评】 此题考查了高次方程，解答此类题目一般是先把高次方程分解为低次方程，再分别解低次方程.

21. (10分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BC \perp AB$, 且 $AD \perp BD$, $BD=6$, $\sin A = \frac{2}{3}$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.



【分析】 求出 $\angle A = \angle DBC$, 解直角三角形求出 AB 和 DC , 根据勾股定理求出 BC , 再求出梯形的面积即可.

【解答】 解: $\because DC \parallel AB$, $AB \perp BC$,

$\therefore \angle C = \angle ABC = 90^\circ$,

$$\because AD \perp BD,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ, \quad \angle DBC + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBC,$$

$$\because \sin A = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \sin A = \sin \angle DBC = \frac{2}{3},$$

$$\because BD = 6,$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{2}{3}, \quad \frac{DC}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AB = 9, \quad DC = 4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCB \text{ 中, 由勾股定理得: } BC = \sqrt{BD^2 - DC^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

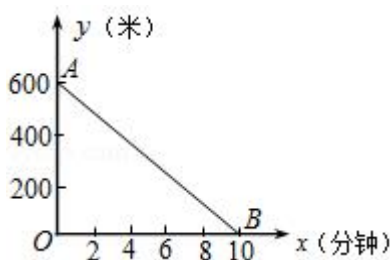
$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积是 } \frac{1}{2} \times (DC + AB) \times BC = \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 2\sqrt{5} = 13\sqrt{5}.$$

【点评】 本题考查了梯形和解直角三角形，能通过解直角三角形求出 DC 、 BA 的长度是解此题的关键。

22. (10 分) 小明、小军是同班同学. 某日, 两人放学后去体育中心游泳, 小明 16:00 从学校出发, 小军 16:03 也从学校出发, 沿相同的路线追赶小明. 设小明出发 x 分钟后, 与体育中心的距离为 y 米. 如图, 线段 AB 表示 y 与 x 之间的函数关系.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式; (不要求写出定义域)

(2) 如果小军的速度是小明的 1.5 倍, 那么小军用了多少分钟追上小明? 此时他们距离体育中心多少米?



【分析】 (1) 根据函数图象中的数据可以求得 y 与 x 之间的函数解析式;

(2) 根据图象中的数据可以分别得甲乙的速度, 从而可以解答本题.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = kx + b$,

$$\begin{cases} b = 600 \\ 10k + b = 0 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k = -60 \\ b = 600 \end{cases},$$

即 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = -60x + 600$;

(2) 小明的速度为: $600 \div 10 = 60$ 米/分钟,

则小军的速度为: $60 \times 1.5 = 90$ 米/分钟,

设小军用了 a 分钟追上小明,

$$90a = 60(a + 3),$$

解得, $a = 6$,

当 $a = 6$ 时, 他们距离体育中心的距离是 $600 - 90 \times 6 = 60$ 米,

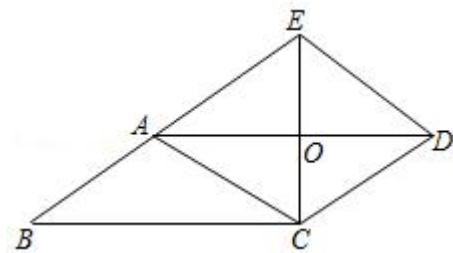
答: 小军用了 6 分钟追上小明, 此时他们距离体育中心 60 米.

【点评】 本题考查一次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

23. (12 分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AB = AC$, $CO \perp AD$, 垂足为点 O , 延长 CO 、 BA 交于点 E , 联结 DE .

(1) 求证: 四边形 $ACDE$ 是菱形;

(2) 联结 OB , 交 AC 于点 F , 如果 $OF = OC$, 求证: $2AB^2 = BF \cdot BO$.



【分析】 (1) 首先证明四边形 $AEDC$ 是平行四边形, 再证明 $AE = AC$ 即可解决问题.

(2) 证明 $\triangle BAF \sim \triangle BOE$, 可得 $\frac{BA}{BO} = \frac{BF}{BE}$ 解决问题.

【解答】 (1) 证明: $\because CO \perp BC$,

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\because \angle AEC + \angle B = 90^\circ, \quad \angle ACE + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle AEC,$$

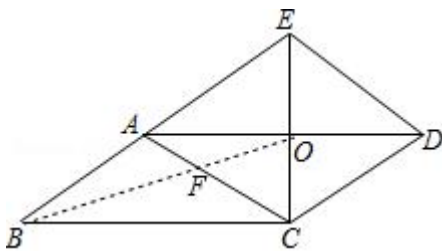
$$\therefore AE = AC,$$

$$\therefore AE = AB,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore BE \parallel CD, AB = CD = AE,$
 $\therefore$ 四边形 $AEDC$ 是平行四边形,
 $\because AE = AC,$
 $\therefore$ 四边形 $AEDC$ 是菱形.

(2) 解: 连接 OB 交 AC 于 F .
 $\because$ 四边形 $AEDC$ 是菱形,
 $\therefore \angle AEC = \angle ACE,$
 $\because OF = OC,$
 $\therefore \angle OFC = \angle OCF = \angle AFB,$
 $\therefore \angle AFB = \angle AEO,$
 $\because \angle ABF = \angle OBE,$
 $\therefore \triangle BAF \sim \triangle BOE,$
 $\therefore \frac{BA}{BO} = \frac{BF}{BE},$
 $\therefore BA \cdot BE = BF \cdot BO,$
 $\because BE = 2BA,$
 $\therefore 2AB^2 = BF \cdot BO.$

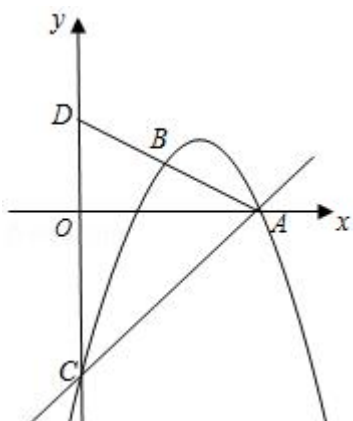


【点评】 本题考查菱形的性质和判定, 平行四边形的判定, 相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识属于中考常考题型.

24. (12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 4x + c$ 过点 $A(6, 0)$ 、 $B(3, \frac{3}{2})$, 与 y 轴交于点 C . 联

结 AB 并延长, 交 y 轴于点 D .

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 求 $\triangle ADC$ 的面积;
- (3) 点 P 在线段 AC 上, 如果 $\triangle OAP$ 和 $\triangle DCA$ 相似, 求点 P 的坐标.



【分析】(1) 将 $A(6, 0)$, $B(3, \frac{3}{2})$ 代入 $y = ax^2 + 4x + c$, 即可求出 a, c 值, 进一步写出抛物线解析式;

(2) 分别求抛物线, 直线与坐标轴交点 D, C 的坐标, 可直接求出 $\triangle ADC$ 的面积;

(3) 先求出 $\angle OAC = \angle OCA = 45^\circ$, 再分类讨论 $\triangle OAP$ 和 $\triangle DCA$ 相似的两种情况, 求出 AP 长度, 可利用特殊角进一步求出相关线段的长度, 即可写出点 P 的坐标.

【解答】解: (1) 将 $A(6, 0)$, $B(3, \frac{3}{2})$ 代入 $y = ax^2 + 4x + c$,

$$\text{得, } \begin{cases} 36a + 24 + c = 0 \\ 9a + 12 + c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得, } a = -\frac{1}{2}, c = -6,$$

$$\therefore \text{该抛物线解析式为: } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6;$$

(2) 将 $A(6, 0)$, $B(3, \frac{3}{2})$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得, } \begin{cases} 6k + b = 0 \\ 3k + b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得, } k = -\frac{1}{2}, b = 3,$$

$$\therefore y_{AB} = -\frac{1}{2}x + 3,$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 3,$$

$$\therefore D(0, 3), OD = 3,$$

$$\text{在抛物线 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6 \text{ 中,}$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -6,$$

$$\therefore C(0, -6), OC = 6,$$

$$\therefore DC = OC + OD = 9,$$

$$\therefore A(6, 0),$$

$$\therefore OA = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}DC \cdot OA = 27;$$

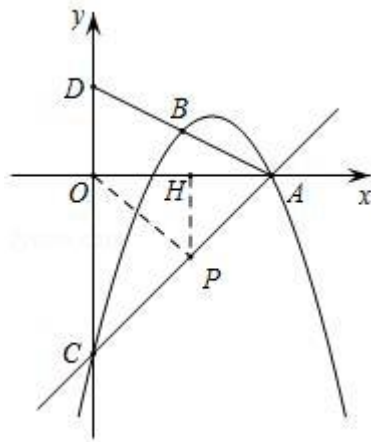
(3) 由(2)知, $OC = OA = 6$,

$\therefore \triangle AOC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 45^\circ, AC = \sqrt{2}OA = 6\sqrt{2},$$

如图所示, 连接 OP , 过点 P 作 $PH \perp OA$ 于 H ,

则 $\triangle PHA$ 为等腰直角三角形,



①当 $\triangle DCA \sim \triangle OAP$ 时,

$$\frac{DC}{OA} = \frac{CA}{AP},$$

$$\text{即 } \frac{9}{6} = \frac{6\sqrt{2}}{AP},$$

$$\therefore AP = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore HP = HA = \frac{\sqrt{2}}{2}AP = 4, OH = OA - HA = 2,$$

$$\therefore P(2, -4);$$

②当 $\triangle DCA \sim \triangle PAO$ 时,

$$\frac{DC}{PA} = \frac{CA}{AO},$$

$$\text{即 } \frac{9}{PA} = \frac{6\sqrt{2}}{6},$$

$$\therefore PA = \frac{9\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore HP = HA = \frac{9}{2},$$

$$\therefore OH = OA - AH = \frac{3}{2},$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right),$$

综上所述，点 P 的坐标为 $(2, -4)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$.

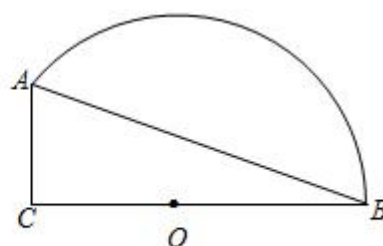
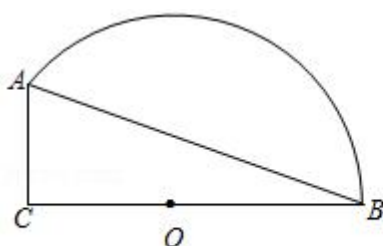
【点评】 本题考查了待定系数法求解析式，在二次函数图象中求三角形的面积，三角形相似的判定等，解题的关键是对于两个三角形在只有一组角相等时要分类讨论相似情况.

25. (14 分) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4\sqrt{2}$ ， $BC = 16$. 点 O 在边 BC 上，以 O 为圆心， OB 为半径的弧经过点 A . P 是弧 AB 上的一个动点.

(1) 求半径 OB 的长;

(2) 如果点 P 是弧 AB 的中点，联结 PC ，求 $\angle PCB$ 的正切值;

(3) 如果 BA 平分 $\angle PBC$ ，延长 BP 、 CA 交于点 D ，求线段 DP 的长.



(备用图)

【分析】 (1) 根据勾股定理得到 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 12\sqrt{2}$ ，如图 1，过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H ，根据相似三角形的性质即可得到结论；

(2) 如图 2，连接 OP 交 AB 于 H ，根据垂径定理得到 $OP \perp AB$ ， $AH = BH = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{2}$ ，根据全等三角形的性质得到 $PE = OB = 9$ ， $OE = OH = 3$ ，根据三角函数的定义即可得到结论；

(3) 如图 3，过 A 作 $AE \perp BD$ 于 E ，连接 CP ，根据角平分线的性质得到 $AE = AC = 4\sqrt{2}$ ，根据相似三角形的性质得到 $AD = \frac{4x-8}{\sqrt{2}}$ ，根据全等三角形的性质得到 $BE = BC = 16$ ，根据相似三角形的性质和垂径定理即可得到结论.

【解答】 解：(1) $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4\sqrt{2}$ ， $BC = 16$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 12\sqrt{2},$$

如图 1, 过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H ,

$$\text{则 } BH = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{2},$$

$$\because \angle BHO = \angle ACB = 90^\circ, \quad \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BHO \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{BH}{BC} = \frac{OB}{AB},$$

$$\therefore \frac{6\sqrt{2}}{16} = \frac{OB}{12\sqrt{2}},$$

$$\therefore OB = 9;$$

(2) 如图 2, 连接 OP 交 AB 于 H , 过 P 作 $PE \perp BC$ 于 E ,

$\because$ 点 P 是弧 AB 的中点,

$$\therefore OP \perp AB, \quad AH = BH = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BHO \text{ 中, } OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{9^2 - (6\sqrt{2})^2} = 3,$$

$$\text{在 } \triangle POE \text{ 与 } \triangle BOH \text{ 中, } \begin{cases} \angle PEO = \angle BHO = 90^\circ \\ \angle POE = \angle BOH \\ OP = OB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle POE \cong \triangle BOH \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PE = HB = 6\sqrt{2}, \quad OE = OH = 3,$$

$$\therefore CE = BC - OB + OE = 10,$$

$$\therefore \angle PCB \text{ 的正切值} = \frac{PE}{CE} = \frac{3\sqrt{2}}{5};$$

(3) 如图 3, 过 A 作 $AE \perp BD$ 于 E , 连接 CP ,

$\because BA$ 平分 $\angle PBC$, $AC \perp BC$,

$$\therefore AE = AC = 4\sqrt{2},$$

$$\because \angle AED = \angle ACB = 90^\circ, \quad \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{AE}{BC},$$

设 $DE = x$,

$$\therefore \frac{x}{4\sqrt{2} + AD} = \frac{4\sqrt{2}}{16},$$

$$\therefore AD = \frac{4x-8}{\sqrt{2}},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 与 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\begin{cases} AC=AE \\ AB=AB \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle AEB$ (HL),

$$\therefore BE = BC = 16,$$

$$\because CD^2 + BC^2 = BD^2,$$

$$\therefore \left(4\sqrt{2} + \frac{4x-8}{\sqrt{2}}\right)^2 + 16^2 = (16+x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{32}{7},$$

$$\therefore AD = \frac{36\sqrt{2}}{7}, \quad BD = 16 + \frac{32}{7} = \frac{144}{7},$$

$$\therefore CD = \frac{60\sqrt{2}}{7},$$

$\therefore OB =$ 过 O 作 $OF \perp PB$ 交 PB 于 F ,

则 $\triangle OBF \sim \triangle DBC$,

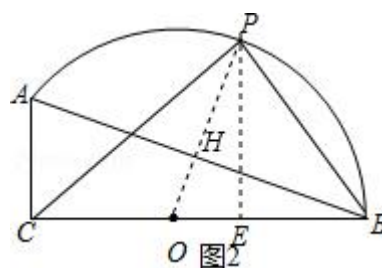
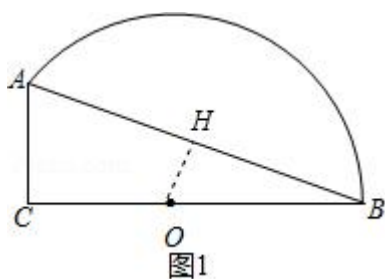
$$\therefore \frac{OB}{BD} = \frac{BF}{BC},$$

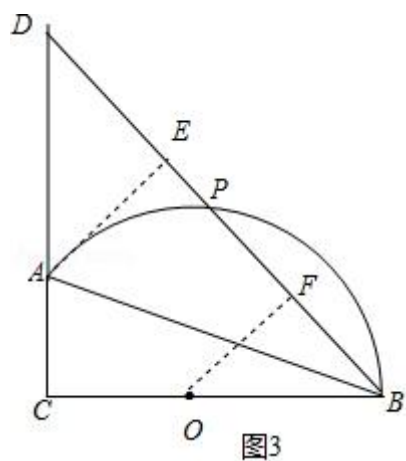
$$\therefore \frac{9}{\frac{144}{7}} = \frac{BF}{16},$$

$$\therefore BF = 7,$$

$$\therefore PB = 2BF = 14,$$

$$\therefore PD = BD - BP = \frac{46}{7}.$$





【点评】 本题考查了圆周角定理，垂径定理，解直角三角形，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键．