

2019 年上海市崇明县中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列计算中，正确的是 ()

- A. $4\frac{1}{2} = 2$ B. $4^0 = 0$ C. $4\frac{1}{2} = -2$ D. $4^{-1} = -4$

2. (4 分) 下列方程中，一定有实数解的是 ()

- A. $x^4 + 9 = 0$ B. $x^2 - 2x - 3 = 0$
C. $\frac{x+2}{x-1} = \frac{3}{x-1}$ D. $\sqrt{x+1} + 1 = 0$

3. (4 分) 对于数据：6, 3, 4, 7, 6, 0, 9. 下列判断中正确的是 ()

- A. 这组数据的平均数是 6，中位数是 6
B. 这组数据的平均数是 6，中位数是 7
C. 这组数据的平均数是 5，中位数是 6
D. 这组数据的平均数是 5，中位数是 7

4. (4 分) 直线 $y = -x + 4$ 不可能经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

- A. 对角线相等的四边形是等腰梯形
B. 两个相邻的内角相等的梯形是等腰梯形
C. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形
D. 平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形

6. (4 分) 在直角坐标平面内，点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(a, 0)$ ，圆 A 的半径为 2. 下列说法中不正确的是 ()

- A. 当 $a = -1$ 时，点 B 在圆 A 上
B. 当 $a < 1$ 时，点 B 在圆 A 内
C. 当 $a < -1$ 时，点 B 在圆 A 外
D. 当 $-1 < a < 3$ 时，点 B 在圆 A 内

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 4 的平方根是_____.

8. (4 分) 计算： $(2x)^2 =$ _____.

9. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ -2x < 4 \end{cases}$ 的整数解是_____.

10. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$, 那么 $f(3) =$ _____.

11. (4分) 方程 $\sqrt{x+1} = 4$ 的解是_____.

12. (4分) 从 1、2、3、4、5、6、7、8 这八个数中, 任意抽取一个数, 那么抽得的数是素数的概率是_____.

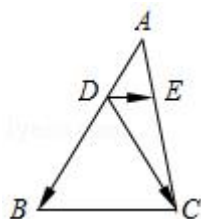
13. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

14. (4分) 为了了解全区近 3600 名初三学生数学学习状况, 随机抽取 600 名学生的测试成绩作为样本, 将他们的成绩整理后分组情况如下: (每组数据含最低值, 不含最高值)

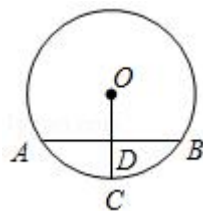
分组(分)	40 ~ 50	50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100
频数	12	18	180			
频率					0.16	0.04

根据上表信息, 由此样本请你估计全区此次成绩在 70 ~ 80 分的人数大约是_____.

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $BD = 2AD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{n}$, 那么 $\overrightarrow{DC}$ 用 $\vec{\pi}$ 、 $\vec{n}$ 表示为: $\overrightarrow{DC} =$ _____.

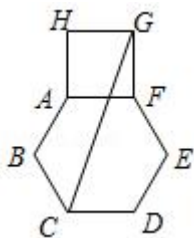


16. (4分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 点 C 为弧 AB 的中点, OC 交弦 AB 于 D , 如果 $AB = 8$, $OC = 5$, 那么 OD 的长为_____.



17.

(4分) 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 的上方作正方形 $AFGH$, 联结 GC , 那么 $\angle GCD$ 的正切值为_____.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=AC$, $\angle BAC=30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转 30° , 记点 C 的对应点为点 D , AD 、 BC 的延长线相交于点 E . 如果线段 DE 的长为 $\sqrt{2}$, 那么边 AB 的长为_____.



三、解答题(本大题共7题, 满分78分)

19. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) - \frac{a-1}{a^2-2a+1}$, 其中 $a=\sqrt{2}$.

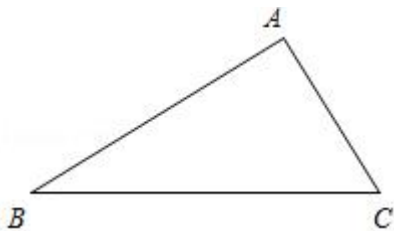
20. (10分) 解方程组
$$\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+xy-2y^2=0 \end{cases}$$

21. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $\angle B=30^\circ$, $\tan \angle ACB=\frac{3}{2}$.

(1) 求边 AC 的长;

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后点 B 与点 A 重合, 直线 l 分别与边 AB 、 BC 相交于点 D 、

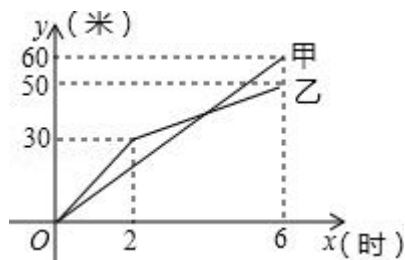
E , 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值.



22. (10分) 在奉贤创建文明城区的活动中, 有两段长度相等的彩色道砖铺设任务, 分别交给甲、乙两个施工队同时进行施工. 如图是反映所铺设彩色道砖的长度 y (米)与施工时间 x (时)之间关系的部分图象. 请解答下列问题:

(1) 求乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内, y 与 x 之间的函数关系式;

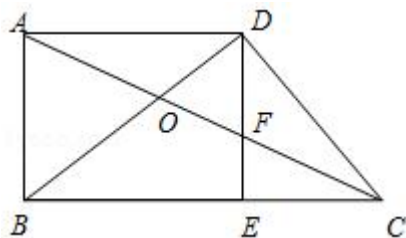
(2) 如果甲队施工速度不变, 乙队在开挖6小时后, 施工速度增加到12米/时, 结果两队同时完成了任务. 求甲队从开始施工到完工所铺设的彩色道砖的长度为多少米?



23. (12分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 过点 D 作 $DE \perp BC$, 交 AC 于点 F .

(1) 联结 OE , 若 $\frac{BE}{EC} = \frac{AO}{OF}$, 求证: $OE \parallel CD$;

(2) 若 $AD = CD$ 且 $BD \perp CD$, 求证: $\frac{AF}{AC} = \frac{DF}{OB}$.

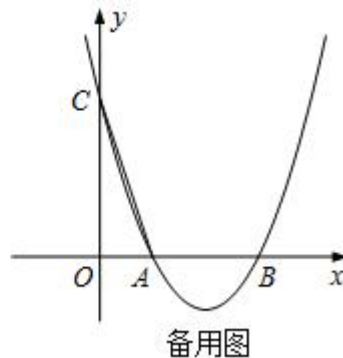
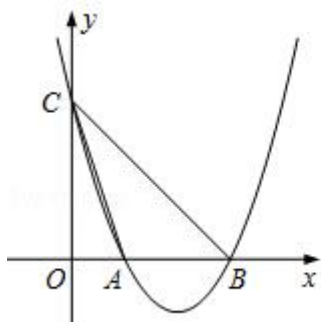


24. (12分) 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $A(1, 0)$ 和点 B , 交 y 轴于点 $C(0, 3)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在抛物线上找出点 P , 使 $PC = PO$, 求点 P 的坐标;

(3) 将直线 AC 沿 x 轴的正方向平移, 平移后的直线交 y 轴于点 M , 交抛物线于点 N . 当四边形 $ACMN$ 为等腰梯形时, 求点 M 、 N 的坐标.



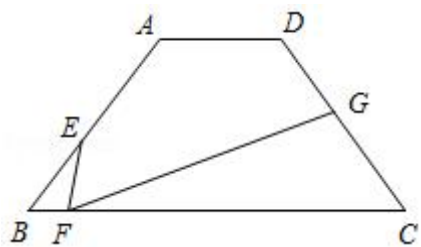
25. (14分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC = 8$, $BC = 12$, $\cos C = \frac{3}{5}$, 点 E 为 AB 边上一点, 且 $BE = 2$. 点 F 是 BC 边上的一个动点 (与点 B 、点 C 不重合), 点 G 在射线 CD 上, 且 $\angle EFG = \angle B$. 设 BF 的长为 x , CG 的长为 y .

(1) 当点 G 在线段 DC 上时, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 当以点 B 为圆心, BF 长为半径的 $\odot B$ 与以点 C 为圆心, CG 长为半径的 $\odot C$ 相切时,

求线段 BF 的长；

(3) 当 $\triangle CFG$ 为等腰三角形时，直接写出线段 BF 的长.



2019 年上海市崇明县中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列计算中，正确的是（ ）

A. $4^{\frac{1}{2}} = 2$ B. $4^0 = 0$ C. $4^{-\frac{1}{2}} = -2$ D. $4^{-1} = -4$

【分析】分别运用分数指数幂、零指数幂与负指数幂运算法则计算即可.

【解答】解：A. $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ，故 A 正确；

B. $4^0 = 1$ ，故 B 错误；

C. $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$ ，故 C 错误；

D. $4^{-1} = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4}$ ，故 D 错误.

故选：A.

【点评】本题考查了分数指数幂、零指数幂与负指数幂，熟练运用相关幂的运算公式是解题的关键.

2.（4 分）下列方程中，一定有实数解的是（ ）

A. $x^4 + 9 = 0$ B. $x^2 - 2x - 3 = 0$
C. $\frac{x+2}{x-1} = \frac{3}{x-1}$ D. $\sqrt{x+1} + 1 = 0$

【分析】将无理方程化为一元二次方程运用根的判别式判断根的情况，将分式方程求解再检验判断是否增根，此题难度不大

【解答】解：A. 原方程变形为 $x^2 = -9$ ， $\because -9 < 0$ ，所以方程没有实数根，故 A 不符合题意；

B. $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16 > 0$ ，所以原方程有实数根，故 B 正确，符合题意；

C. 原方程变形为 $x^2 + x - 2 = 3x - 3$ ，即 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，解得 $x = 1$ ，当 $x = 1$ 时，分式分母 $x - 1 = 0$ ，因此 $x = 1$ 是原分式方程的增根，方程无解，故 C 不符合题意；

D. 原方程变形为 $\sqrt{x+1} = -1$ ， $\because \sqrt{x+1} \geq 0$ ，所以原方程没有实数根，故 D 不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查了一元二次方程与分式方程的解，熟练运用一元二次方程根的判别式与解分式方程是解题的关键

3. (4分) 对于数据：6, 3, 4, 7, 6, 0, 9. 下列判断中正确的是 ()

- A. 这组数据的平均数是 6, 中位数是 6
- B. 这组数据的平均数是 6, 中位数是 7
- C. 这组数据的平均数是 5, 中位数是 6
- D. 这组数据的平均数是 5, 中位数是 7

【分析】首先计算出平均数，根据众数是出现次数最多的数据可得众数为 6，根据把数据从小到大排列，位置处于中间位置的数是中位数，进而可得中位数为 6，从而可得答案.

【解答】解： $\bar{x} = \frac{6+3+4+7+6+0+9}{7} = 5$,

众数为 6, 中位数为 6,

- A、这组数据的平均数是 6, 中位数是 6, 说法错误;
- B、这组数据的平均数是 6, 中位数是 7, 说法错误;
- C、这组数据的平均数是 5, 中位数是 6, 说法正确;
- D、这组数据的平均数是 5, 中位数是 7, 说法错误;

故选：C.

【点评】此题主要考查了中位数、众数、平均数，关键是掌握三种数的计算方法.

4. (4分) 直线 $y = -x + 4$ 不可能经过的象限是 ()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

【分析】根据一次函数的性质解答即可.

【解答】解：由于 $-1 < 0$, $4 > 0$,

故函数过一、二、四象限,

不过第三象限.

故选：C.

【点评】本题考查了一次函数的性质，要知道，对于 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 来说， k 、 b 的符号决定函数所过的象限.

5. (4分) 下列命题中，真命题是 ()

- A. 对角线相等的四边形是等腰梯形

- B. 两个相邻的内角相等的梯形是等腰梯形
- C. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形
- D. 平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形

【分析】根据等腰梯形的判定方法进行判断即可得到结论.

【解答】解： A . 对角线相等的梯形是等腰梯形，故本选项错误；

B . 同一底边上两个内角相等的梯形是等腰梯形，故本选项错误；

C . 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形或平行四边形，故本选项错误；

D . 平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形，故本选项正确；

故选： D .

【点评】本题主要考查了等腰梯形的判定，解题时注意：一组对边平行，另一组对边相等的四边形不一定是等腰梯形，也可能为平行四边形.

6. (4分) 在直角坐标平面内，点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(a, 0)$ ，圆 A 的半径为 2. 下列说法中不正确的是 ()

- A. 当 $a = -1$ 时，点 B 在圆 A 上
- B. 当 $a < 1$ 时，点 B 在圆 A 内
- C. 当 $a < -1$ 时，点 B 在圆 A 外
- D. 当 $-1 < a < 3$ 时，点 B 在圆 A 内

【分析】画出图形，根据 A 的坐标和圆 A 的半径求出圆与 x 轴的交点坐标，根据已知和交点坐标即可求出答案.

【解答】解：如图：

$\because A(1, 0)$ ， $\odot A$ 的半径是 2，

$\therefore AC = AE = 2$ ，

$\therefore OE = 1$ ， $OC = 3$ ，

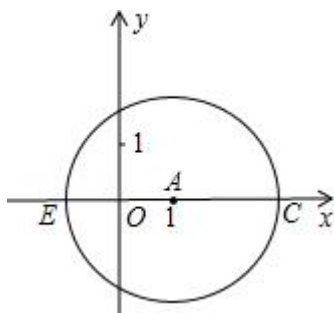
A 、当 $a = -1$ 时，点 B 在 E 上，即 B 在 $\odot A$ 上，正确，故本选项不合题意；

B 、当 $a = -3$ 时， B 在 $\odot A$ 外，即说当 $a < 1$ 时，点 B 在圆 A 内错误，故本选项符合题意；

C 、当 $a < -1$ 时， $AB > 2$ ，即说点 B 在圆 A 外正确，故本选项不合题意；

D 、当 $-1 < a < 3$ 时， B 在 $\odot A$ 内正确，故本选项不合题意；

故选： B .



【点评】本题考查了直线与圆的位置关系和坐标与图形性质的应用，当 $d=r$ 时，点在圆上，当 $d>r$ 时，点在圆外，当 $d<r$ 时，点在圆内．

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）4 的平方根是 ± 2 ．

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题．

【解答】解： $\because (\pm 2)^2=4$ ，

$\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 ．

故答案为： ± 2 ．

【点评】本题考查了平方根的定义．注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根．

8.（4 分）计算： $(2x)^2=$ $4x^2$ ．

【分析】直接利用积的乘方运算法则计算得出答案．

【解答】解： $(2x)^2=4x^2$ ．

故答案为： $4x^2$ ．

【点评】此题主要考查了积的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键．

9.（4 分）不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ -2x < 4 \end{cases}$ 的整数解是 $-1, 0, 1$ ．

【分析】先解不等式组求出解集，然后取整数解即可．

【解答】解：解不等式组，得 $-2 < x \leq 1$ ，

$\because x$ 为整数，

$\therefore x = -1, 0, 1$ ．

故答案为 $-1, 0, 1$ ．

【点评】本题考查了求不等式组的整数解，熟练解不等式组是解题的关键．

10. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$, 那么 $f(3) = \frac{1}{4}$.

【分析】把 $x=3$ 代入函数解析式即可.

【解答】解: 当 $x=3$ 时, $f(x) = \frac{3-1}{3+5} = \frac{1}{4}$.

故答案是: $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查求函数值的知识点, 把自变量取值代入函数解析式即可.

11. (4分) 方程 $\sqrt{x+1} = 4$ 的解是 $x=15$.

【分析】将无理方程化为一元一次方程, 然后求解即可.

【解答】解: 原方程变形为: $x+1=16$,

$\therefore x=15$,

$x=15$ 时, 被开方数 $x+1=16>0$ ‘

$\therefore$ 方程的解为 $x=15$.

故答案为 $x=15$.’

【点评】本题考查了无理方程, 将无理方程化为一元一次方程是解题的关键.

12. (4分) 从 1、2、3、4、5、6、7、8 这八个数中, 任意抽取一个数, 那么抽得的数是素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【分析】根据素数定义, 让素数的个数除以数的总数即为所求的概率.

【解答】解: $\because 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 这 8 个数有 4 个素数,

$\therefore 2, 3, 5, 7$; 故取到素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$; 找到素数的个数为易错点.

13. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 $m < -1$.

【分析】根据根的判别式得出 $b^2 - 4ac < 0$, 代入求出不等式的解集即可得到答案.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根,

$\therefore b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0$,

解得： $m < -1$ ，

故答案为： $m < -1$ ．

【点评】 本题主要考查对根的判别式，解一元一次不等式等知识点的理解和掌握，能根据题意得出 $(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0$ 是解此题的关键．

14. (4 分) 为了了解全区近 3600 名初三学生数学学习状况，随机抽取 600 名学生的测试成绩作为样本，将他们的成绩整理后分组情况如下：(每组数据含最低值，不含最高值)

分组(分)	40 ~ 50	50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100
频数	12	18	180			
频率					0.16	0.04

根据上表信息，由此样本请你估计全区此次成绩在 70 ~ 80 分的人数大约是 1620 ．

【分析】 根据题意和表格中的数据可以求得样本中成绩在 70 ~ 80 分的人数，从而可以估计全区此次成绩在 70 ~ 80 分的人数．

【解答】 解：由题意可得，

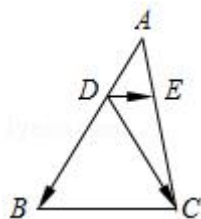
样本中成绩在 70 ~ 80 分的人数为： $600 - 12 - 18 - 180 - 600 \times 0.16 - 600 \times 0.04 = 270$ ，

$$3600 \times \frac{270}{600} = 1620,$$

故答案为：1620．

【点评】 本题考查频数分布表、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，求出全区此次成绩在 70 ~ 80 分的人数．

15. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $BD = 2AD$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{DE} = \vec{n}$ ，那么 $\overrightarrow{DC}$ 用 $\vec{\pi}$ 、 $\vec{n}$ 表示为： $\overrightarrow{DC} = \underline{\underline{\frac{2}{3}\vec{\pi} + 3\vec{n}}}$ ．



【分析】 利用平行线分线段成比例定理求出 $\overrightarrow{DB}$ ， $\overrightarrow{BC}$ ，再根据 $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$ 求解即可解决问题．

【解答】 解： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \vec{n},$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 3\vec{n},$$

$$\therefore BD = \frac{2}{3}AB, \quad \overrightarrow{AB} = \vec{\pi},$$

$$\therefore \overrightarrow{DB} = \frac{2}{3}\vec{\pi},$$

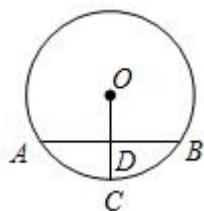
$$\therefore \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\vec{\pi} + 3\vec{n},$$

$$\text{故答案为 } \frac{2}{3}\vec{\pi} + 3\vec{n}.$$

【点评】本题考查平面向量，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

16. (4分) 如图，在 $\odot O$ 中，点 C 为弧 AB 的中点， OC 交弦 AB 于 D ，如果 $AB=8$ ， $OC=5$ ，那么 OD 的长为 3．



【分析】首先连接 AO ，根据题意可得 $CO \perp AB$ ， $AD = \frac{1}{2}AB = 4$ ，再利用勾股定理求出 DO 长即可．

【解答】解：连接 AO ，

$\therefore$ 点 C 为弧 AB 的中点，

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

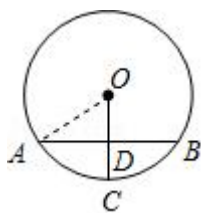
$$\therefore CO \perp AB, \quad AD = \frac{1}{2}AB = 4,$$

$$\therefore CO = 5,$$

$$\therefore AO = 5,$$

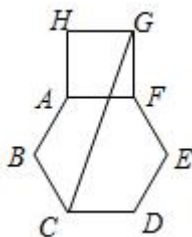
$$\therefore DO = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

故答案为：3．



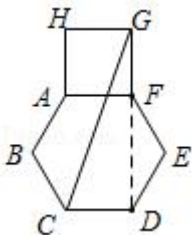
【点评】此题主要考查了垂径定理，以及圆心角、弧、弦的关系，关键是掌握垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．

17. (4分) 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 的上方作正方形 $AFGH$ ，联结 GC ，那么 $\angle GCD$ 的正切值为 $\sqrt{3}+1$ ．



【分析】设正多边形的边长为 a ，求出 GD 长，根据正切值算出 GD 与 CD 的比．

【解答】解：连接 FD ，设正多边形的边长为 a ，



$\because$ 在 $\triangle FED$ 中， $EF = ED = a$ ， $\angle FED = 120^\circ$ ，

$$\therefore FD = \sqrt{3}a.$$

$$\therefore DG = DF + FG = (\sqrt{3} + 1)a.$$

$$\text{在 Rt}\triangle GCD \text{ 中，} \tan \angle GCD = \frac{GD}{CD} = \sqrt{3} + 1.$$

故答案为 $\sqrt{3}+1$ ．

【点评】本题主要考查正多边形的内角和及解直角三角形，解题的关键是在正六边形中求出 DF 长度．

18. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = AC$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转 30° ，记点 C 的对应点为点 D ， AD 、 BC 的延长线相交于点 E ．如果线段 DE 的长为 $\sqrt{2}$ ，那么边 AB 的长为 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ ．



【分析】作 $DF \perp BE$ 于 F , $CH \perp AD$ 于 H , 由题意, 可得 $AD = AC = AB$, $\angle CAD = \angle BAC = 30^\circ$, 可得 $\angle DCE = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, 根据 $DE = \sqrt{2}$, 可得 $DF = EF = 1$, $CF = \sqrt{3}$, 即 $CE = \sqrt{3} + 1$, 在 $\text{Rt}\triangle CHE$ 中, $CH = HE = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$, $AH = \frac{(\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, 根据 $AD = AH + HE - DE$, 可求出 AD 的长, 进而得出 AB 的长.

【解答】解: 如图, 作 $DF \perp BE$ 于 F , $CH \perp AD$ 于 H ,

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转 30° , 记点 C 的对应点为点 D , AD 、 BC 的延长线相交于点 E ,

$\therefore AD = AC = AB$, $\angle CAD = \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \angle ACD = \angle ADC = 75^\circ$,

$\therefore \angle DCE = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$,

$\therefore DE = \sqrt{2}$,

$\therefore DF = EF = 1$, $CF = \sqrt{3}$,

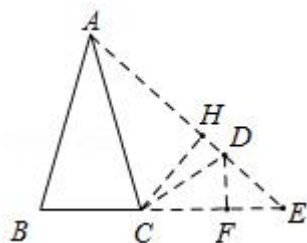
$\therefore CE = \sqrt{3} + 1$,

$\therefore CH = HE = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$, $AH = \frac{(\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$,

$\therefore AD = AH + HE - DE = \frac{(\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$,

$\therefore AB = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{6} + \sqrt{2}$.



【点评】本题考查图形的旋转, 解直角三角形的知识, 解题的关键是掌握图形旋转的性质.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) - \frac{a-1}{a^2-2a+1}$, 其中 $a = \sqrt{2}$.

【分析】根据分式的混合运算法则把原式化简, 代入计算, 得到答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{2(a+1)}{a-1} \cdot \frac{1}{a+1} - \frac{a-1}{(a-1)^2} \\ &= \frac{2}{a-1} - \frac{1}{a-1} \\ &= \frac{1}{a-1}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值, 掌握分式的混合运算法则、分母有理化法则是解题的关键.

20. (10分) 解方程组 $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+xy-2y^2=0 \end{cases}$

【分析】先对②分解因式转化为两个一元一次方程, 然后联立①, 组成两个二元一次方程组, 解之即可.

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} x+y=4 \text{ ①} \\ x^2+xy-2y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{由②得 } (x+2y)(x-y) = 0$$

$$\text{所以 } x+2y=0 \text{ 或 } x-y=0$$

$$\text{原方程组化为 } \begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y=4 \\ x-y=0 \end{cases},$$

$$\text{所以原方程组的解为 } \begin{cases} x_1=8 \\ y_1=-4 \end{cases}, \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=2 \end{cases}.$$

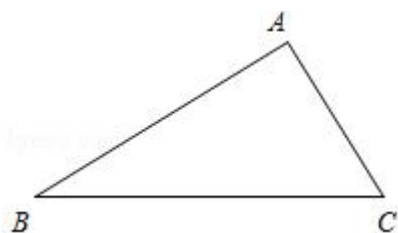
【点评】本题考查了高次方程组, 将高次方程化为一次方程是解题的关键.

21. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $\angle B=30^\circ$, $\tan \angle ACB = \frac{3}{2}$.

(1) 求边 AC 的长;

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后点 B 与点 A 重合, 直线 l 分别与边 AB 、 BC 相交于点 D 、

E , 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值.



【分析】(1) 过 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为 H ，由直角三角形的性质得出 $AH = 3$ ，由三角函数求出 $CH = 2$ ，再根据勾股定理求出 AC 的长即可；

(2) 由翻折变换的性质得： $BD = \frac{1}{2}AB = 3$ ， $AE = BE$ ， $\angle BDE = 90^\circ$ ，由三角函数求出 $BE = 2\sqrt{3}$ ，得出 AE 、 EH 的长，求出 EC 的长，即可得出结果。

【解答】解：(1) 过 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为 H ，如图 1 所示：

$$\because AB = 6, \angle B = 30^\circ, AH \perp BC,$$

$$\therefore AH = 3,$$

$$\because \tan \angle ACB = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CH = 2,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13};$$

$$(2) \text{ 由翻折得: } BD = \frac{1}{2}AB = 3, AE = BE, \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\because \cos B = \frac{BD}{BE},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{BE}, \therefore BE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EH = \sqrt{AE^2 - AH^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore EC = CH + EH = 2 + \sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 4\sqrt{3} - 6.$$

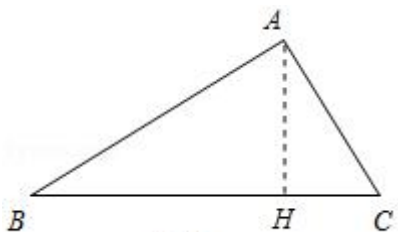


图 1

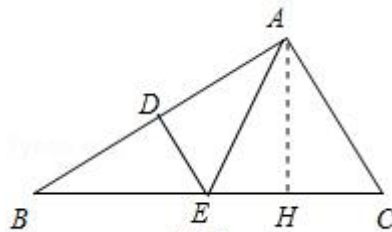


图 2

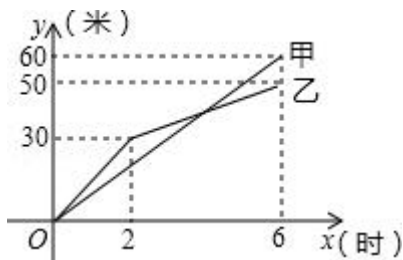
【点评】 本题考查了翻折变换的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、三角函数、勾股

定理等知识；熟练掌握翻折变换的性质是解决问题的关键．

22. (10 分) 在奉贤创建文明城区的活动中，有两段长度相等的彩色道砖铺设任务，分别交给甲、乙两个施工队同时进行施工．如图是反映所铺设彩色道砖的长度 y (米) 与施工时间 x (时) 之间关系的部分图象．请解答下列问题：

(1) 求乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内， y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如果甲队施工速度不变，乙队在开挖 6 小时后，施工速度增加到 12 米/时，结果两队同时完成了任务．求甲队从开始施工到完工所铺设的彩色道砖的长度为多少米？



【分析】(1) 设函数关系式为 $y = kx + b$ ，然后利用待定系数法求一次函数解析式解答；

(2) 先求出甲队的速度，然后设甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 z 米，再根据 6 小时后两队的施工时间相等列出方程求解即可．

【解答】解：(1) 设乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ，

由图可知，函数图象过点 $(2, 30)$ ， $(6, 50)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 30 \\ 6k + b = 50 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 5 \\ b = 20 \end{cases},$$

$$\therefore y = 5x + 20;$$

(2) 由图可知，甲队速度是： $60 \div 6 = 10$ (米/时)，

设甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 z 米，

$$\text{依题意，得} \frac{z-60}{10} = \frac{z-50}{12},$$

$$\text{解得} z = 110,$$

答：甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 110 米．

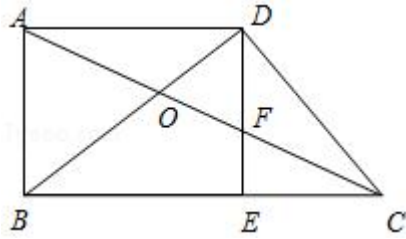
【点评】本题考查了一次函数的应用，主要利用了待定系数法求一次函数解析式，难点在于(2)根据 6 小时后的施工时间相等列出方程．

23. (12 分) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 、 BD 相交

于点 O 。过点 D 作 $DE \perp BC$ ，交 AC 于点 F 。

(1) 联结 OE ，若 $\frac{BE}{EC} = \frac{AO}{OF}$ ，求证： $OE \parallel CD$ ；

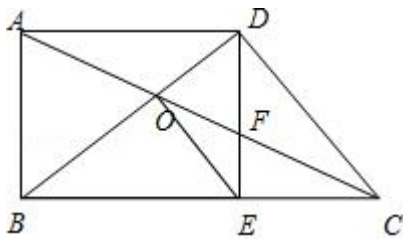
(2) 若 $AD = CD$ 且 $BD \perp CD$ ，求证： $\frac{AF}{AC} = \frac{DF}{OB}$ 。



【分析】 (1) 求出 $AB \parallel DE$ ，根据平行线得出比例式，即可求出答案；

(2) 求出四边形 $ABED$ 为矩形，根据矩形的性质得出 $AD = BE$ ， $\angle ADE = 90^\circ$ ，求出 $\angle DAC = \angle DCA$ ，根据 ASA 推出 $\triangle ADO \cong \triangle CDF$ ，根据全等得出 $OD = DF$ ，根据平行线得出比例式，即可得出答案。

【解答】 证明：(1) $\because \angle ABD = 90^\circ$ ， $DE \perp BC$ ，



$$\therefore AB \parallel DE,$$

$$\therefore \frac{AO}{OF} = \frac{BO}{DO},$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{AO}{OF},$$

$$\therefore \frac{AO}{OF} = \frac{BF}{EC},$$

$$\therefore OE \parallel CD;$$

(2) $\because AD \parallel BC$ ， $AB \parallel DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 为平行四边形

又 $\because \angle ABD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 为矩形，

$\therefore AD = BE$ ， $\angle ADE = 90^\circ$ ，

又 $\because BD \perp CD$ ，

$$\therefore \angle BDC = \angle BDE + \angle CDE = 90^\circ, \quad \angle ADE = \angle ADB + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ADB,$$

$$\because AD = CD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} \angle DAO = \angle DCF \\ AD = DC \\ \angle ADO = \angle CDF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle CDF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore OD = DF,$$

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{AD}{BC},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{OD}{BO} = \frac{DF}{BO},$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{DF}{OB}.$$

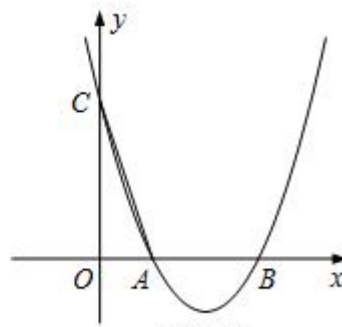
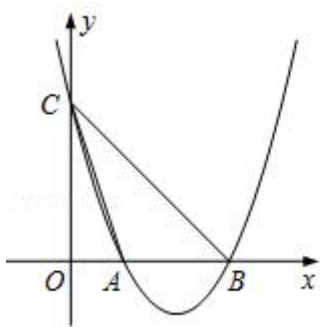
【点评】 本题考查了矩形的性质和判定，相似三角形的性质和判定，直角梯形的性质等知识点，能综合运用知识点进行推理是解此题的关键。

24. (12分) 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $A(1, 0)$ 和点 B ，交 y 轴于点 $C(0, 3)$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 在抛物线上找出点 P ，使 $PC = PO$ ，求点 P 的坐标；

(3) 将直线 AC 沿 x 轴的正方向平移，平移后的直线交 y 轴于点 M ，交抛物线于点 N 。当四边形 $ACMN$ 为等腰梯形时，求点 M 、 N 的坐标。



备用图

【分析】 (1) 把点 $A(1, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 代入二次函数表达式，即可求解；

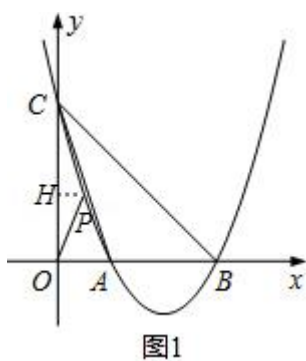
(2) 过 P 作 $PH \perp OC$, 垂足为 H , $PO = PC$, $PH \perp OC$, 则: $CH = OH = \frac{3}{2}$, 即: $x^2 - 4x + 3 = \frac{3}{2}$, 即可求解;

(3) 四边形 $ACMN$ 为等腰梯形, 且 $AC \parallel MN$, 则 $GA = GC$, 在 $\text{Rt}\triangle OGA$ 中, $OA^2 + OG^2 = AG^2$, 则 $G(0, \frac{4}{3})$, 即可求解.

【解答】解: (1) 把点 $A(1, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 代入二次函数表达式得: $\begin{cases} 0 = 1 + b + c \\ 3 = c \end{cases}$,
解得: $\begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$,

则抛物线的表达式为: $y = x^2 - 4x + 3$;

(2) 如下图, 过 P 作 $PH \perp OC$, 垂足为 H ,



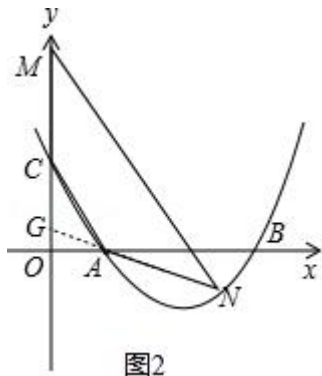
$\because PO = PC$, $PH \perp OC$, 则: $CH = OH = \frac{3}{2}$,

$\therefore x^2 - 4x + 3 = \frac{3}{2}$, 解得: $x = 2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$,

故点 $P(2 + \frac{\sqrt{10}}{2})$ 或 $(2 - \frac{\sqrt{10}}{2})$;

(3) 如下图, 连接 NA 并延长交 OC 于 G

$\because$ 四边形 $ACMN$ 为等腰梯形, 且 $AC \parallel MN$,



$\therefore \angle ANM = \angle CMN$, $\angle ANM = \angle GAC$, $\angle GCA = \angle CMN$,

$\therefore \angle GAC = \angle GCA$, $\therefore GA = GC$

设 $GA = x$, 则 $GC = x$, $OG = 3 - x$

在 $\text{Rt}\triangle OGA$ 中, $OA^2 + OG^2 = AG^2$

$$\therefore 1^2 + (3 - x)^2 = x^2, \text{ 解得 } x = \frac{5}{3}$$

$$\therefore OG = 3 - x = \frac{4}{3}, \therefore G(0, \frac{4}{3})$$

直线 AG 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$

$$\text{令 } -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = x^2 - 4x + 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = 1 \text{ (舍去)}, x_2 = \frac{5}{3}$$

$$\therefore N(\frac{5}{3}, -\frac{8}{9}),$$

$$\therefore CM = AN = \sqrt{(1 - \frac{5}{3})^2 + (-\frac{8}{9})^2} = \frac{10}{9},$$

$$\therefore OM = OC + CM = 3 + \frac{10}{9} = \frac{37}{9},$$

$$\therefore M(0, \frac{37}{9}),$$

$\therefore$ 存在 $M(0, \frac{37}{9})$ 、 $N(\frac{5}{3}, -\frac{8}{9})$ 使四边形 $ACMN$ 为等腰梯形.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到等腰梯形、一次函数、解直角三角形等知识, 其中 (3), 利用等腰梯形性质得到 $GA = GC$, 利用勾股定理求解点 G 的坐标是本题的难点.

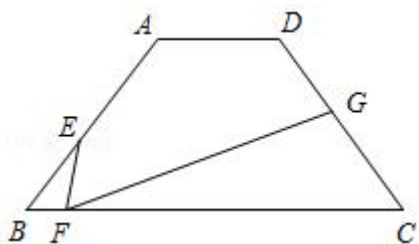
25. (14 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC = 8$, $BC = 12$, $\cos C = \frac{3}{5}$, 点 E 为

AB 边上一点, 且 $BE = 2$. 点 F 是 BC 边上的一个动点 (与点 B 、点 C 不重合), 点 G 在射线 CD 上, 且 $\angle EFG = \angle B$. 设 BF 的长为 x , CG 的长为 y .

(1) 当点 G 在线段 DC 上时, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 当以点 B 为圆心, BF 长为半径的 $\odot B$ 与以点 C 为圆心, CG 长为半径的 $\odot C$ 相切时, 求线段 BF 的长;

(3) 当 $\triangle CFG$ 为等腰三角形时, 直接写出线段 BF 的长.



【分析】(1) 根据等腰梯形的性质得到 $\angle B = \angle C$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle GFC = \angle FEB$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论；

(2) 当 $0 < x < 12$ 时，无论点 G 在线段 CD 上还是在 CD 的延长线上时，都有 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x$ ；

①当 $\odot B$ 与 $\odot C$ 外切时，②当 $\odot B$ 与 $\odot C$ 内切时，列方程即可得到结论；

(3) 根据等腰三角形的性质列方程即可得到结论．

【解答】解：(1) $\because$ 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because \angle EFC = \angle B + \angle BEF = \angle EFG + \angle GFC, \quad \angle EFG = \angle B,$$

$$\therefore \angle GFC = \angle FEB,$$

$$\therefore \triangle EBF \sim \triangle FCG,$$

$$\therefore \frac{EB}{FC} = \frac{BF}{CG},$$

$$\therefore \frac{2}{12-x} = \frac{x}{y},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x;$$

$$\text{当 } y = 8 \text{ 时, } 8 = -\frac{1}{2}x^2 + 6x,$$

$$\text{解得 } x_1 = 6 - 2\sqrt{5}, \quad x_2 = 6 + 2\sqrt{5},$$

即自变量 x 的取值范围为： $0 < x \leq 6 - 2\sqrt{5}$ 或 $6 + 2\sqrt{5} \leq x < 12$ ；

(2) 当 $0 < x < 12$ 时，无论点 G 在线段 CD 上还是在 CD 的延长线上时，都有 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x$ ；

①当 $\odot B$ 与 $\odot C$ 外切时， $BF + CG = BC$ ，

$$\therefore x - \frac{1}{2}x^2 + 6x = 12, \text{ 解得 } x = 2 \text{ 或 } x = 12 \text{ (舍去),}$$

②当 $\odot B$ 与 $\odot C$ 内切时， $CG - BF = BC$ ，

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 + 6x - x = 12, \text{ 解得 } x = 4 \text{ 或 } x = 6,$$

综上所述，当 $\odot B$ 与 $\odot C$ 相切时，线段 BF 的长为 2 或 4 或 6；

(3) 当 $\triangle FCG$ 为等腰三角形时，

①当 $CF = CG$ 时，即 $12 - x = -\frac{1}{2}x^2 + 6x$ ，

解得： $x = 2$ ，

②当 $FG = CG$ 时,

$$\because \cos C = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}(12-x)}{-\frac{1}{2}x^2+6x} = \frac{3}{5},$$

$$\text{解得: } x = \frac{5}{3},$$

③当 $FG = FC$ 时,

$$\because \cos C = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}x^2+6x)}{12-x} = \frac{3}{5},$$

$$\text{解得: } x = \frac{12}{5},$$

$\therefore$ 线段 BF 的长为: $\frac{5}{3}$ 或 2 或 $\frac{12}{5}$.

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系, 相似三角形的判定和性质, 梯形的性质, 等腰三角形的性质, 正确的理解题意是解题的关键.