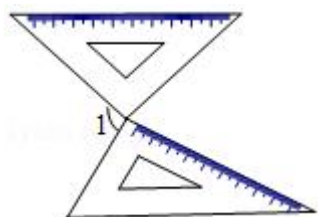


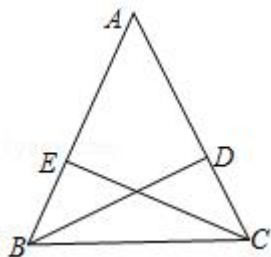
2019 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列各数中，最小的数是 ()
- A. $-|-2|$ B. $(-\sqrt{2})^2$ C. $-(-2)$ D. $(-2)^0$.
2. (4 分) 电影《流浪地球》从 2 月 5 日上映以来，凭借其气势磅礴的特效场面与动人的父子情获得大众的喜爱与支持，截止 3 月底，中国电影票房高达 4559000000 元. 数据 4559000000 用科学记数法表示为 ()
- A. 45.59×10^8 B. 45.59×10^9 C. 4.559×10^9 D. 4.559×10^{10}
3. (4 分) 关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，下列说法正确的是 ()
- A. 函数图象经过点 (2, 2)
- B. 函数图象位于第一、三象限
- C. 当 $x > 0$ 时，函数值 y 随着 x 的增大而增大
- D. 当 $x > 1$ 时， $y < -4$
4. (4 分) 学校环保小组的同学随机调查了某小区 10 户家庭一周内使用环保方便袋的数量，数据如下 (单位: 只): 6, 5, 7, 8, 7, 5, 7, 10, 6, 9. 利用学过的统计知识，根据上述数据估计该小区 200 户家庭一周内共需要环保方便袋约 ()
- A. 200 只 B. 1400 只 C. 9800 只 D. 14000 只
5. (4 分) 把一副三角尺放在同一水平桌面上，如果它们的两个直角顶点重合，两条斜边平行 (如图所示)，那么 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 75° B. 90° C. 100° D. 105°
6. (4 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上， $\angle ABD = \angle ACE$ ，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 ()



- A. $AE = AD$ B. $BD = CE$ C. $\angle ECB = \angle DBC$ D. $\angle BEC = \angle CDB$.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $m^3 \div (-m)^2 =$ _____.

8.（4 分）不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x < 5 \end{cases}$ 的整数解是_____.

9.（4 分）方程 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的根是_____.

10.（4 分）在四张完全相同的卡片上，分别画有圆、菱形、等边三角形和等腰三角形．如果从中任意抽取 2 张卡片，那么这两张卡片上所画图形恰好都是中心对称图形的概率是_____.

11.（4 分）如果正比例函数 $y = (k - 3)x$ 的图象经过第一、三象限，那么 k 的取值范围是_____.

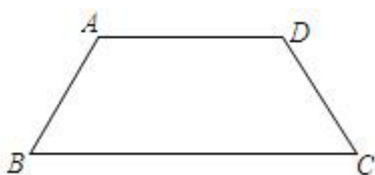
12.（4 分）如果关于 x 的方程 $x^2 + 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根，那么 k 的值是_____.

13.（4 分）下表是某班所有学生体育中考模拟测试成绩的统计表，表格中的每个分数段含最小值，不含最大值，根据表中数据可以知道，该班这次体育中考模拟测试成绩的中位数落在的分数段是_____.

分数段	18 分以下	18 ~ 22 分	22 ~ 26 分	26 ~ 30 分	30 分
人数	3	7	9	13	8

14.（4 分）已知 $\triangle ABC$ ， $AB = 6$ ， $AC = 4$ ， $BC = 9$ ，如果分别以 AB 、 AC 为直径画圆，那么这两个圆的位置关系是_____.

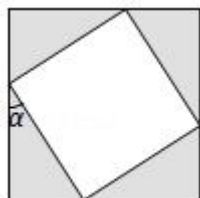
15.（4 分）如图，某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$ ，坝顶宽 AD 是 6 米，坝高 4 米，背水坡 AB 和迎水坡 CD 的坡度都是 1: 0.5，那么坝底宽 BC 是_____米.



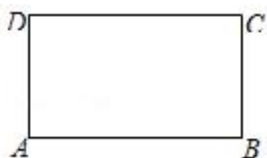
16. (4分) 已知 $\triangle ABC$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{3}BC$. 如果设 $\overrightarrow{AB} =$

$\vec{a}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

17. (4分) 在证明“勾股定理”时, 可以将4个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形(如图所示). 如果小正方形的面积是25, 大正方形的面积为49, 直角三角形中较小的锐角为 α , 那么 $\tan \alpha$ 的值是_____.



18. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$, $AD = a$, 将矩形 $ABCD$ 绕着顶点 B 顺时针旋转, 得到矩形 $EBGF$, 顶点 A 、 D 、 C 分别与点 E 、 F 、 G 对应(点 D 与点 F 不重合). 如果点 D 、 E 、 F 在同一条直线上, 那么线段 DF 的长是_____. (用含 a 的代数式表示)



三、解答题(本大题共7题, 满分78分)

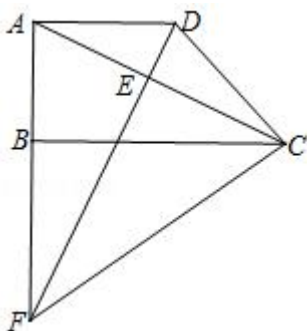
19. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-1} - \frac{x^2-6x+9}{x^2-1} \div \frac{x-3}{x+1}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=6 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

21. (10分) 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 2AB = 8$, 对角线 AC 平分 $\angle BCD$, 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为点 E , 交边 AB 的延长线于点 F , 联结 CF .

(1) 求腰 DC 的长;

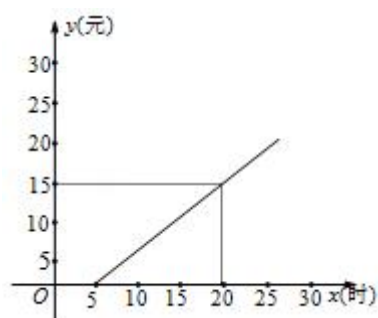
(2) 求 $\angle BCF$ 的余弦值.



22. (10分) $E-learning$ 即为在线学习, 是一种新型的学习方式. 某网站提供了 A 、 B 两种在线学习的收费方式. A 种: 在线学习 10 小时 (包括 10 小时) 以内, 收取费用 5 元, 超过 10 小时时, 在收取 5 元的基础上, 超过部分每小时收费 0.6 元 (不足 1 小时按 1 小时计); B 种: 每月的收费金额 y (元) 与在线学习时间是 x (时) 之间的函数关系如图所示.

(1) 按照 B 种方式收费, 当 $x \geq 5$ 时, 求 y 关于 x 的函数关系式.

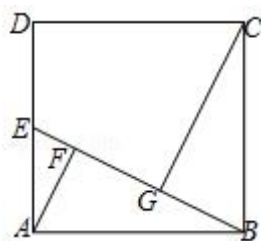
(2) 如果小明三月份在这个网站在线学习, 他按照 A 种方式支付了 20 元, 那么在线学习的时间最多是多少小时? 如果该月他按照 B 种方式付费, 那么他需要多付多少元?



23. (12分) 已知: 如图, 正方形 $ABCD$, 点 E 在边 AD 上, $AF \perp BE$, 垂足为点 F , 点 G 在线段 BF 上, $BG = AF$.

(1) 求证: $CG \perp BE$;

(2) 如果点 E 是 AD 的中点, 联结 CF , 求证: $CF = CB$.



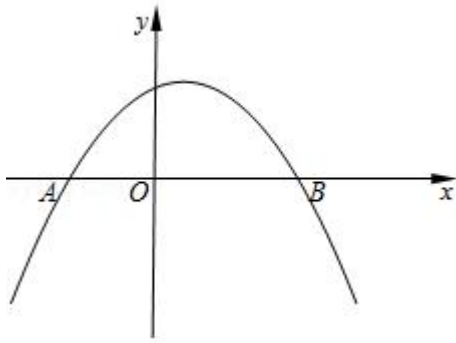
24. (12分) 如图, 已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(4, 0)$.

(1) 求这条抛物线的表达式和对称轴;

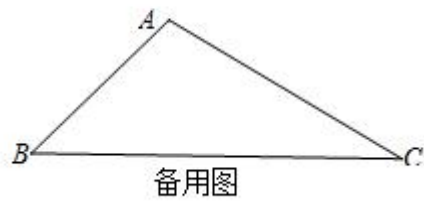
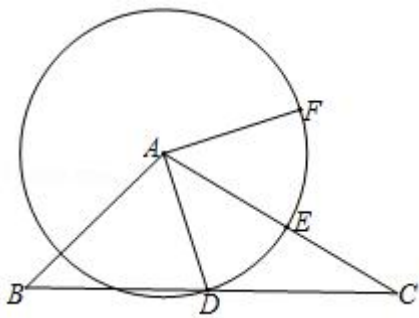
(2) 点 C 在线段 OB 上, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 垂足为点 C , 交抛物线于点 D , E 是 BD 中点, 联结 CE 并延长, 与 y 轴交于点 F .

①当 D 恰好是抛物线的顶点时, 求点 F 的坐标;

②联结 BF , 当 $\triangle DBC$ 的面积是 $\triangle BCF$ 面积的 $\frac{3}{2}$ 时, 求点 C 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 3$, $\angle B = 45^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 联结 AD , 以点 A 为圆心, AD 为半径画圆, 与边 AC 交于点 E , 点 F 在圆 A 上, 且 $AF \perp AD$.
- (1) 设 BD 为 x , 点 D 、 F 之间的距离为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
 - (2) 如果 E 是 $\widehat{DF}$ 的中点, 求 $BD:CD$ 的值;
 - (3) 联结 CF , 如果四边形 $ADCF$ 是梯形, 求 BD 的长.



2019 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列各数中，最小的数是（ ）

- A. $-|-2|$ B. $(-\sqrt{2})^2$ C. $-(-2)$ D. $(-2)^0$.

【分析】根据实数的大小比较法则即可求出答案.

【解答】解：(A) 原式 $= -2$;

(B) 原式 $= 2$;

(C) 原式 $= 2$;

(D) 原式 $= 1$;

故选：A.

【点评】本题考查实数的大小比较，解题的关键是正确化简原数，本题属于基础题型.

2.（4 分）电影《流浪地球》从 2 月 5 日上映以来，凭借其气势磅礴的特效场面与动人的父子情获得大众的喜爱与支持，截止 3 月底，中国电影票房高达 4559000000 元. 数据 4559000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 45.59×10^8 B. 45.59×10^9 C. 4.559×10^9 D. 4.559×10^{10}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：4559000000 $= 4.559 \times 10^9$,

故选：C.

【点评】本题考查了科学记数法表示较大的数，正确移动小数点位数是解题的关键.

3.（4 分）关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 函数图象经过点 $(2, 2)$
B. 函数图象位于第一、三象限
C. 当 $x > 0$ 时，函数值 y 随着 x 的增大而增大
D. 当 $x > 1$ 时， $y < -4$

【分析】直接利用反比例函数的性质分别分析得出答案.

【解答】解：A、关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，函数图象经过点 $(2, -2)$ ，故此选项错误；

B、关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，函数图象位于第二、四象限，故此选项错误；

C、关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，当 $x > 0$ 时，函数值 y 随着 x 的增大而增大，故此选项正确；

D、关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，当 $x > 1$ 时， $y > -4$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了反比例函数的性质，正确掌握相关函数的性质是解题关键.

4. (4分) 学校环保小组的同学随机调查了某小区 10 户家庭一周内使用环保方便袋的数量，数据如下(单位：只)：6, 5, 7, 8, 7, 5, 7, 10, 6, 9. 利用学过的统计知识，根据上述数据估计该小区 200 户家庭一周内共需要环保方便袋约 ()

A. 200 只 B. 1400 只 C. 9800 只 D. 14000 只

【分析】直接求出每户使用环保方便袋的数量，进而求出答案.

【解答】解： $\because$ 某小区 10 户家庭一周内使用环保方便袋的数量，数据如下(单位：只)：

6, 5, 7, 8, 7, 5, 7, 10, 6, 9,

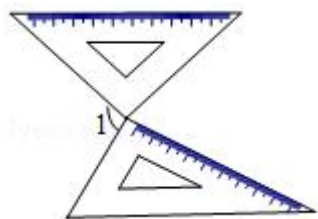
$\therefore$ 平均每户使用方便袋的数量为： $\frac{1}{10} (6+5+7+8+7+5+7+10+6+9) = 7$ (只),

$\therefore$ 该小区 200 户家庭一周内共需要环保方便袋约： $7 \times 200 = 1400$ (只).

故选：B.

【点评】此题主要考查了用样本估计总体，正确求出平均数是解题关键.

5. (4分) 把一副三角尺放在同一水平桌面上，如果它们的两个直角顶点重合，两条斜边平行(如图所示)，那么 $\angle 1$ 的度数是 ()

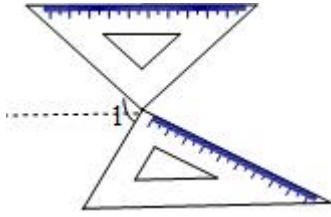


A. 75° B. 90° C. 100° D. 105°

【分析】通过在 $\angle 1$ 的顶点作斜边的平行线可得 $\angle 1 = 105^\circ$.

【解答】解：如图：过 $\angle 1$ 的顶点作斜边的平行线，

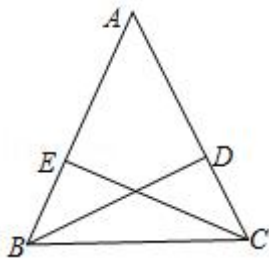
利用平行线的性质可得， $\angle 1 = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.



故选：D.

【点评】本题考查了平行线的性质，利用了转化的数学思想.

6. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上， $\angle ABD = \angle ACE$ ，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 ()



- A. $AE = AD$ B. $BD = CE$ C. $\angle ECB = \angle DBC$ D. $\angle BEC = \angle CDB$.

【分析】添加 $AE = AD$ 、 $BD = CE$ 、 $\angle ECB = \angle DBC$ 可利用AAS判定 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，进而可得 $AB = AC$ ，从而可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形；添加 $\angle BEC = \angle CDB$ 不能判定 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，因此也不能证明 $AB = AC$ ，进而不能证明 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

【解答】解：A、添加 $AE = AD$ ，

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中 } \begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle ABD = \angle ACE, \\ AE = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形，故此选项不合题意；

B、添加 $BD = CE$ ，

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中 } \begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle ABD = \angle ACE, \\ BD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形，故此选项不合题意；

C、添加 $\angle ECB = \angle DBC$ ，

又 $\because \angle ABD = \angle ACE$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形, 故此选项不合题意;

D、添加 $\angle BEC = \angle CDB$, 不能证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 因此也不能证明 $AB = AC$, 进而得不到 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 故此选项符合题意;

故选: D.

【点评】此题主要考查了等腰三角形的判定, 关键是掌握判定三角形全等的方法.

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $m^3 \div (-m)^2 = \underline{m}$.

【分析】根据同底数幂相除, 底数不变, 指数相减即可.

【解答】解: $m^3 \div (-m)^2 = m^3 \div m^2 = m$.

故答案为 m .

【点评】本题考查了同底数幂相除, 正确运用同底数幂相除法则是解题的关键.

8. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x < 5 \end{cases}$ 的整数解是 $\underline{2}$.

【分析】先解不等式组, 然后取整数解即可.

【解答】解: $\begin{cases} x-1 > 0 \textcircled{1} \\ 2x < 5 \textcircled{2} \end{cases}$

由①得 $x > 1$,

由②得 $x < \frac{5}{2}$,

$\therefore 1 < x < \frac{5}{2}$,

$\because x$ 取整数,

$\therefore x = 2$.

故答案为 2.

【点评】本题考查了解不等式组, 能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解题的关键.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的根是 $\underline{x=1}$.

【分析】将无理方程化为一元二次方程, 然后求解即可.

【解答】解：原方程变形为 $x(x-1)=0$,

$\therefore x=0$ 或 $x-1=0$,

$\therefore x=0$ 或 $x=1$,

$\therefore x=0$ 时, 被开方数 $x-1=-1<0$,

$\therefore x=0$ 不符合题意, 舍去,

$\therefore$ 方程的根为 $x=1$,

故答案为 $x=1$.

【点评】本题考查了无理方程, 将无理方程化为一元二次方程是解题的关键.

10. (4分) 在四张完全相同的卡片上, 分别画有圆、菱形、等边三角形和等腰三角形. 如果从中任意抽取 2 张卡片, 那么这两张卡片上所画图形恰好都是中心对称图形的概率是 $\frac{1}{6}$.

【分析】画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再根据中心对称图形的定义找出这两张卡片上所画图形恰好都是中心对称图形的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数, 其中这两张卡片上所画图形恰好都是中心对称图形的结果数为 2,

所以这两张卡片上所画图形恰好都是中心对称图形的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

故答案为 $\frac{1}{6}$.

【点评】本题考查了中心对称图形和列表法与树状图法求概率.

11. (4分) 如果正比例函数 $y=(k-3)x$ 的图象经过第一、三象限, 那么 k 的取值范围是 $k>3$.

【分析】根据正比例函数 $y=(k-3)x$ 的图象经过第一、三象限得出 k 的取值范围即可.

【解答】解：因为正比例函数 $y=(k-3)x$ 的图象经过第一、三象限,

所以 $k - 3 > 0$,

解得: $k > 3$,

故答案为: $k > 3$.

【点评】此题考查一次函数问题, 关键是根据正比例函数 $y = (k - 3)x$ 的图象经过第一、三象限解答.

12. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 + 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值是 2.

【分析】 x 的方程 $x^2 + 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根, 即 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 代入即可求 k 值

【解答】解:

$\because x$ 的方程 $x^2 + 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 2k = 0$, 解得 $k = 2$

故答案为: 2

【点评】此题主要考查一元二次方程的根的判别式, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: ①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; ②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; ③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根. 上述结论反过来也成立.

13. (4 分) 下表是某班所有学生体育中考模拟测试成绩的统计表, 表格中的每个分数段含最小值, 不含最大值, 根据表中数据可以知道, 该班这次体育中考模拟测试成绩的中位数落在的分数段是 26 ~ 30 分.

分数段	18 分以下	18 ~ 22 分	22 ~ 26 分	26 ~ 30 分	30 分
人数	3	7	9	13	8

【分析】直接利用表格得出数据个数, 再利用中位数的定义求出答案.

【解答】解: 由表格中数据可得本班一共有: $3 + 7 + 9 + 13 + 8 = 40$ (人),

故中位数是第 20 个和第 21 个数据的平均数,

则该班这次体育中考模拟测试成绩的中位数落在的分数段是 26 ~ 30 分.

故答案为: 26 ~ 30 分.

【点评】此题主要考查了中位数, 正确把握中位数的定义是解题关键.

14. (4 分) 已知 $\triangle ABC$, $AB = 6$, $AC = 4$, $BC = 9$, 如果分别以 AB 、 AC 为直径画圆, 那么这两个圆的位置关系是 相交.

【分析】设以 AB 为直径的圆的圆心为 D ，以 AC 为直径的圆的圆心为 E ，根据三角形中位线性质得 $DE = \frac{9}{2}$ ，而 $\odot D$ 的半径为 3， $\odot E$ 的半径为 2，所以 $3 - 2 < \frac{9}{2} < 3 + 2$ ，然后根据圆与圆的位置关系的判定方法可确定 $\odot D$ 与 $\odot E$ 相交．

【解答】解：设以 AB 为直径的圆的圆心为 D ，以 AC 为直径的圆的圆心为 E ，则 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2},$$

$\because \odot D$ 的半径为 3， $\odot E$ 的半径为 2，

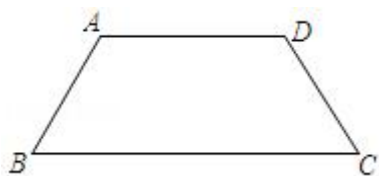
$$\therefore 3 - 2 < \frac{9}{2} < 3 + 2,$$

$\therefore \odot D$ 与 $\odot E$ 相交．

故答案为相交．

【点评】本题考查了圆和圆的位置关系：两圆的圆心距为 d ，两圆半径分别为 R 、 r ，当两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R + r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r$ ($R > r$)．

15. (4 分) 如图，某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$ ，坝顶宽 AD 是 6 米，坝高 4 米，背水坡 AB 和迎水坡 CD 的坡度都是 1: 0.5，那么坝底宽 BC 是 10 米．



【分析】直接利用坡比的定义得出 BE ， FC 的长，进而求出答案．

【解答】解：过点 A 作 $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，

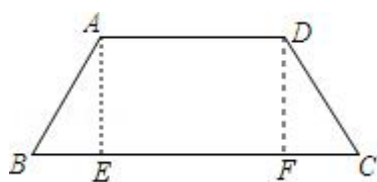
由题意可得： $AD = EF = 6m$ ， $AE = DF = 4m$ ，

$\because$ 背水坡 AB 和迎水坡 CD 的坡度都是 1: 0.5，

$$\therefore BE = FC = 2m,$$

$$\therefore BC = BE + FC + EF = 6 + 2 + 2 = 10 (m).$$

故答案为：10．



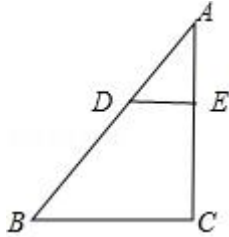
【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，正确得出 BE ， FC 的长是解题关键．

16. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $DE = \frac{1}{3}BC$ ．如果设 $\overrightarrow{AB} =$

$\vec{a}$ ， $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AC} = \underline{\vec{a} + 3\vec{b}}$ ．(用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

【分析】根据平行向量的性质求出 $\overrightarrow{BC}$ ，再根据 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ，求出 $\overrightarrow{AC}$ 即可．

【解答】解：如图，



$$\because DE \parallel BC, DE = \frac{1}{3}BC, \overrightarrow{DE} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 3\vec{b},$$

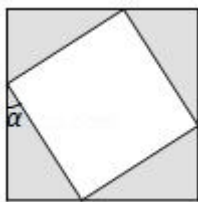
$$\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \vec{a} + 3\vec{b},$$

故答案为 $\vec{a} + 3\vec{b}$ ．

【点评】本题考查平面向量，平行向量的性质，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

17. (4 分) 在证明“勾股定理”时，可以将 4 个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形（如图所示）．如果小正方形的面积是 25，大正方形的面积为 49，直角三角形中较小的锐角为 α ，那么 $\tan \alpha$ 的值是 $\underline{\frac{3}{4}}$ ．



【分析】首先求出小正方形的边长和大正方形的边长然后再求出 BD 和 DE 的长，进而可得 $\tan \alpha$ 的值．

【解答】解： $\because$ 小正方形的面积是 25，

$$\therefore EB = 5,$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEB,$$

$$\therefore AB = DE,$$

$\because$ 大正方形的面积为 49,

$$\therefore AD = 7,$$

$$\therefore DB + DE = 7,$$

设 $BD = x$,

则 $DE = 7 - x$,

$$\text{在 Rt}\triangle BDE \text{ 中: } x^2 + (7 - x)^2 = 5^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = 4, x_2 = 3,$$

$$\text{当 } x = 4 \text{ 时, } 7 - x = 3,$$

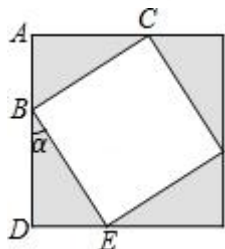
$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, } 7 - x = 4,$$

$\because \alpha$ 为较小的锐角,

$$\therefore BD = 4, DE = 3,$$

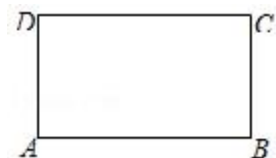
$$\therefore \tan \alpha = \frac{3}{4},$$

故答案为: $\frac{3}{4}$.



【点评】 此题主要考查了勾股定理和锐角三角形函数, 关键是掌握勾股定理的应用.

18. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$, $AD = a$, 将矩形 $ABCD$ 绕着顶点 B 顺时针旋转, 得到矩形 $EBGF$, 顶点 A 、 D 、 C 分别与点 E 、 F 、 G 对应 (点 D 与点 F 不重合). 如果点 D 、 E 、 F 在同一条直线上, 那么线段 DF 的长是 $2a$. (用含 a 的代数式表示)



【分析】 连接 BD , 证明 $\text{Rt}\triangle EDB \cong \text{Rt}\triangle CBD$, 可得 $DE = BC = AD = a$, 因为 $EF = AD = a$, 根据 $DF = DE + EF$ 即可得出 DF 的长.

【解答】 解: 如图, 连接 BD ,

∵将矩形 $ABCD$ 绕着顶点 B 顺时针旋转, 得到矩形 $EBGF$, 且 D 、 E 、 F 在同一条直线上,

∴ $\angle DEB = \angle C = 90^\circ$, $BE = AB = CD$,

∴ $DB = BD$,

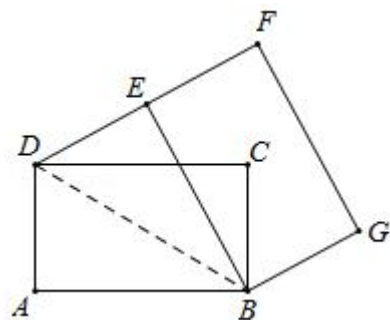
∴ $\text{Rt}\triangle EDB \cong \text{Rt}\triangle CBD$ (HL),

∴ $DE = BC = AD = a$,

∴ $EF = AD = a$,

∴ $DF = DE + EF = a + a = 2a$.

故答案为: $2a$.



【点评】 本题考查图形的旋转, 三角形全等的判定和性质, 解题的关键是掌握图形旋转的性质.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-1} - \frac{x^2-6x+9}{x^2-1} \div \frac{x-3}{x+1}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

【分析】 根据分式的混合运算法则把原式化简, 把 $x = \sqrt{2}$ 代入, 根据分母有理化法则计算即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x}{x-1} - \frac{(x-3)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x-3}$
 $= \frac{x}{x-1} - \frac{x-3}{x-1}$
 $= \frac{3}{x-1},$

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= \frac{3}{\sqrt{2}-1} = 3\sqrt{2}+3$.

【点评】 本题考查的是分式的化简求值, 掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

20. (10 分) 解方程组: $\begin{cases} x+y=6 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$

【分析】 先对 $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 分解因式转化为两个一元一次方程, 然后联立①, 组成两

个二元一次方程组，解之即可．

【解答】解：将方程 $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 的左边因式分解，得 $x - 2y = 0$ 或 $x - y = 0$ ，

原方程组可以化为 $\begin{cases} x+y=6 \\ x-2y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=0 \end{cases}$ ，

解这两个方程组得 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$ ，

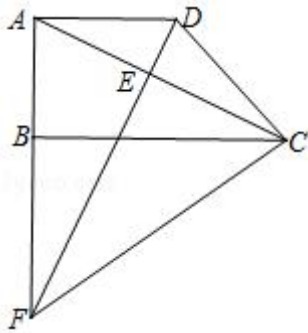
所以原方程组的解是 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2=3 \\ y_2=3 \end{cases}$ ．

【点评】 本题考查了高次方程组，将高次方程化为一次方程是解题的关键．

21. (10分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 2AB = 8$ ，对角线 AC 平分 $\angle BCD$ ，过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为点 E ，交边 AB 的延长线于点 F ，联结 CF ．

(1) 求腰 DC 的长；

(2) 求 $\angle BCF$ 的余弦值．



【分析】 (1) 根据勾股定理求出 AC ，求出 CE ，解直角三角形求出 DE ，根据勾股定理求出 DC 即可；

(2) 根据相似三角形的性质和判定求出 AF ，求出 CF ，解直角三角形求出即可．

【解答】 解：(1) $\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 2AB = 8$ ，

$$\therefore AB = 4, AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle BCD,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\because DE \perp AC,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle DEC \text{ 中, } \angle DEC = 90^\circ, \tan \angle DCE = \frac{DE}{CE},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ABC = 90^\circ, \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CE = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore DE = \sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle DEC \text{ 中, 由勾股定理得: } DC = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 5;$$

即腰 DC 的长是 5;

(2) 设 DF 与 BC 相交于点 Q ,

$$\because \angle FBC = \angle FEC = 90^\circ, \angle BQF = \angle EQC,$$

$$\therefore \text{由三角形内角和定理得: } \angle AFE = \angle ACB,$$

$$\because \angle FAD = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{AD}{AF} = \frac{AB}{BC},$$

$$\because AD = DC = 5, \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{5}{AF} = \frac{1}{2},$$

$$\text{解得: } AF = 10,$$

$$\because AE = CE, FE \perp AC,$$

$$\therefore CF = AF = 10,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCF \text{ 中, } \angle CBF = 90^\circ, \cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

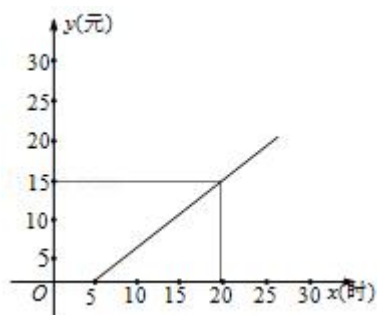
【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定, 等腰三角形的性质和判定, 勾股定理, 解直角三角形等知识点, 能综合运用定理进行推理是解此题的关键.

22. (10 分) *E-learning* 即为在线学习, 是一种新型的学习方式. 某网站提供了 A 、 B 两种在线学习的收费方式. A 种: 在线学习 10 小时 (包括 10 小时) 以内, 收取费用 5 元, 超过 10 小时时, 在收取 5 元的基础上, 超过部分每小时收费 0.6 元 (不足 1 小时按 1 小

时计); B 种: 每月的收费金额 y (元) 与在线学习时间是 x (时) 之间的函数关系如图所示.

(1) 按照 B 种方式收费, 当 $x \geq 5$ 时, 求 y 关于 x 的函数关系式.

(2) 如果小明三月份在这个网站在线学习, 他按照 A 种方式支付了 20 元, 那么在线学习的时间最多是多少小时? 如果该月他按照 B 种方式付费, 那么他需要多付多少元?



【分析】 (1) 当 $x \geq 5$ 时, y 关于 x 的函数经过点 $(5, 0)$, $(20, 15)$, 设函数解析式为: $y = kx + b$, 求出 k , b 值即可

(2) 按照 A 种方式可列出方程 $5 + (x - 10) \times 0.6 = 20$, 解出 x 的值, 即可求学习的时长, 再代入 (1) 中的解析式, 即可求按 B 种方式应付多少元.

【解答】 解: (1) 当 $x \geq 5$ 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式是: $y = kx + b$ ($k \neq 0$)

$\because$ 它经过点 $(5, 0)$, $(20, 15)$,

$$\therefore \begin{cases} 5k + b = 0 \\ 20k + b = 15 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\therefore y = x - 5$$

(2) 按照 A 种收费方式, 设小明三月份在线学习时间为 x 小时,

$$\text{得 } 5 + (x - 10) \times 0.6 = 20. \text{ 解得 } x = 35.$$

$$\text{当 } x = 35 \text{ 时, } y = x - 5 = 35 - 5 = 30.$$

$$30 - 20 = 10 \text{ (元)}.$$

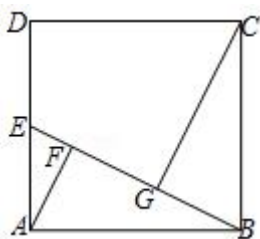
答: 如果小明 3 月份按照 A 种方式支付了 20 元, 那么他三月份在线学习的时间最多是 35 小时, 如果该月他按照 B 种方式付费, 那么他需要多付 10 元.

【点评】 此题考查一次函数的应用, 解决此类题, 要认真的审题, 同时, 要读懂图象, 这是解答的突破口, 此外, 灵活地运用一次函数的解析式, 是解题的关键.

23. (12 分) 已知: 如图, 正方形 $ABCD$, 点 E 在边 AD 上, $AF \perp BE$, 垂足为点 F , 点 G 在线段 BF 上, $BG = AF$.

(1) 求证: $CG \perp BE$;

(2) 如果点 E 是 AD 的中点, 联结 CF , 求证: $CF = CB$.



【分析】 (1) 证明 $\triangle AFB \cong \triangle BGC$, 通过角的代换即可得到 $\angle BGC = 90^\circ$, 即 $CG \perp BE$;

(2) 先证明 $\triangle AEB \sim \triangle FAB$, 得到 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BF}$, 根据中点线段关系结合比例式推导出 $FG =$

BG , 又 $CG \perp BE$, 所以 $CF = CB$.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = BC, \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\because AF \perp BE,$$

$$\therefore \angle FAB + \angle FBA = 90^\circ.$$

$$\because \angle FBA + \angle CBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle CBG.$$

$$\text{又} \because AF = BG,$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle BGC \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore \angle AFB = \angle BGC.$$

$$\therefore \angle BGC = 90^\circ, \therefore CG \perp BE.$$

$$(2) \because \angle ABF = \angle EBA, \angle AFB = \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle FAB.$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BF}.$$

$$\because \text{点 } E \text{ 是 } AD \text{ 的中点, } AD = AB,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BF} = \frac{1}{2}.$$

$$\because AF = BG,$$

$$\therefore \frac{BG}{BF} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } FG = BG.$$

$$\because CG \perp BE,$$

$$\therefore CF = CB.$$

【点评】 本题主要考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和

性质. 难度中等, 熟练掌握全等三角形、相似三角形的判定方法是解题的关键.

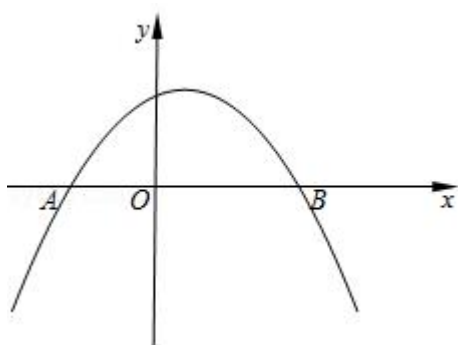
24. (12分) 如图, 已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(4, 0)$.

(1) 求这条抛物线的表达式和对称轴;

(2) 点 C 在线段 OB 上, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 垂足为点 C , 交抛物线于点 D , E 是 BD 中点, 联结 CE 并延长, 与 y 轴交于点 F .

①当 D 恰好是抛物线的顶点时, 求点 F 的坐标;

②联结 BF , 当 $\triangle DBC$ 的面积是 $\triangle BCF$ 面积的 $\frac{3}{2}$ 时, 求点 C 的坐标.



【分析】 (1) 用待定系数法求解;

(2) ①求出顶点坐标, 得出 DC 、 OC 、 BC 长度, 在 $\text{Rt}\triangle DCB$ 和 $\text{Rt}\triangle OFC$ 中, 利用三角函数求出 OF 值即可;

②通过面积比找到 DC 与 OF 比值, 证明 $\triangle DCB \sim \triangle FOC$, 借助比例式求解 OB , 从而得到 OC 长.

【解答】 解: (1) 由题意得, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(4, 0)$,

$$\text{代入得} \begin{cases} 4a - 2b + 2 = 0 \\ 16a + 4b + 2 = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

因此, 这条抛物线的表达式是 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

它的对称轴是直线 $x = 1$.

(2) ①由抛物线的表达式 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$, 得顶点 D 的坐标是 $(1, \frac{9}{4})$.

$$\therefore DC = \frac{9}{4}, OC = 1, BC = 4 - 1 = 3.$$

$\because D$ 是抛物线顶点, $CD \perp x$ 轴, E 是 BD 中点,

$$\therefore CE = BE.$$

$$\therefore \angle EBC = \angle ECB.$$

$$\because \angle ECB = \angle OCF, \therefore \angle EBC = \angle OCF.$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCB \text{ 中, } \angle DCB = 90^\circ, \cot \angle EBC = \frac{BC}{DC} = \frac{3}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{4}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle OFC \text{ 中, } \angle FOC = 90^\circ, \cot \angle OCF = \frac{OC}{OF}.$$

$$\therefore \frac{1}{OF} = \frac{4}{3}, OF = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 的坐标是 } (0, -\frac{3}{4}).$$

$$\textcircled{2} \because S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DC, S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OC, \therefore \frac{S_{\triangle DBC}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{DC}{OC}.$$

$$\because \triangle DBC \text{ 的面积是 } \triangle BCF \text{ 面积的 } \frac{3}{2}, \therefore \frac{DC}{OC} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得 } \angle BDC = \angle OFC, \text{ 又 } \angle DCB = \angle FOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DCB \sim \triangle FOC.$$

$$\therefore \frac{DC}{OF} = \frac{CB}{OC}.$$

$$\text{又 } OB = 4,$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{4-OC}{OC},$$

$$\therefore OC = \frac{8}{5}.$$

$$\text{即点 } C \text{ 坐标是 } (\frac{8}{5}, 0).$$

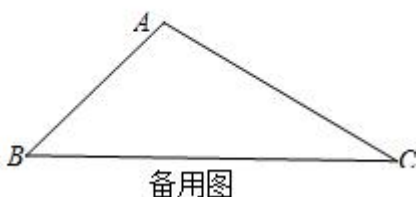
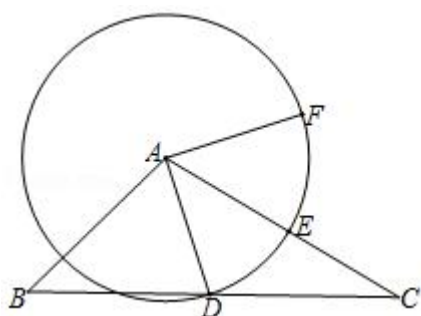
【点评】 本题主要考查抛物线与 x 轴交点、二次函数性质、相似三角形的判定和性质、待定系数法求函数解析式.

25. (14 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 3$, $\angle B = 45^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 联结 AD , 以点 A 为圆心, AD 为半径画圆, 与边 AC 交于点 E , 点 F 在圆 A 上, 且 $AF \perp AD$.

(1) 设 BD 为 x , 点 D 、 F 之间的距离为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(2) 如果 E 是 $\widehat{DF}$ 的中点, 求 $BD:CD$ 的值;

(3) 联结 CF , 如果四边形 $ADCF$ 是梯形, 求 BD 的长.



【分析】(1) 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H . 构造直角三角形, 利用解直角三角形和勾股定理求得 AD 的长度. 联结 DF , 点 D 、 F 之间的距离 y 即为 DF 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 利用锐角三角形函数的定义求得 DF 的长度, 易得函数关系式.

(2) 由勾股定理求得: $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2}$. 设 DF 与 AE 相交于点 Q , 通过解 $\text{Rt}\triangle DCQ$ 和 $\text{Rt}\triangle AHC$ 推知 $\frac{DQ}{CQ} = \frac{1}{2}$. 故设 $DQ = k$, $CQ = 2k$, $AQ = DQ = k$, 所以再次利用勾股定理推知 DC 的长度, 结合图形求得线段 BD 的长度, 易得答案.

(3) 如果四边形 $ADCF$ 是梯形, 则需要分类讨论: ①当 $AF \parallel DC$ 、②当 $AD \parallel FC$. 根据相似三角形的判定与性质, 结合图形解答.

【解答】解: (1) 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H .

$$\because \angle B = 45^\circ, AB = \sqrt{2},$$

$$\therefore BH = AH = AB \cdot \cos B = 1.$$

$$\because BD = x, \therefore DH = |x - 1|.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $\angle AHD = 90^\circ$,

$$\therefore AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{2 - 2x + x^2}.$$

联结 DF , 点 D 、 F 之间的距离 y 即为 DF 的长度.

$\because$ 点 F 在圆 A 上, 且 $AF \perp AD$,

$$\therefore AD = AF, \angle ADF = 45^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\angle DAF = 90^\circ$,

$$\therefore DF = \frac{AD}{\cos \angle ADF} = \sqrt{4 - 4x + 2x^2}.$$

$$\therefore y = \sqrt{4 - 4x + 2x^2}. (0 \leq x \leq 3).$$

(2) $\because E$ 是 $\widehat{DF}$ 的中点,

$\therefore AE \perp DF$, AE 平分 DF .

$\because BC = 3$,

$\therefore HC = 3 - 1 = 2$.

$\therefore AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{5}$.

设 DF 与 AE 相交于点 Q , 在 $\text{Rt}\triangle DCQ$ 中, $\angle DCQ = 90^\circ$, $\tan \angle DCQ = \frac{DQ}{CQ}$.

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中, $\angle AHC = 90^\circ$, $\tan \angle ACH = \frac{AH}{HC} = \frac{1}{2}$.

$\because \angle DCQ = \angle ACH$,

$\therefore \frac{DQ}{CQ} = \frac{1}{2}$.

设 $DQ = k$, $CQ = 2k$, $AQ = DQ = k$,

$\because 3k = \sqrt{5}$, $k = \frac{\sqrt{5}}{3}$,

$\therefore DC = \sqrt{DQ^2 + CQ^2} = \frac{5}{3}$.

$\because BD = BC - CD = \frac{4}{3}$,

$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{4}{5}$.

(3) 如果四边形 $ADCF$ 是梯形

则①当 $AF \parallel DC$ 时, $\angle AFD = \angle FDC = 45^\circ$.

$\because \angle ADF = 45^\circ$,

$\therefore AD \perp BC$, 即点 D 与点 H 重合.

$\therefore BD = 1$.

②当 $AD \parallel FC$ 时, $\angle ADF = \angle CFD = 45^\circ$.

$\because \angle B = 45^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle CFD$.

$\because \angle B + \angle BAD = \angle DF + \angle FDC$,

$\therefore \angle BAD = \angle FDC$.

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DFC$.

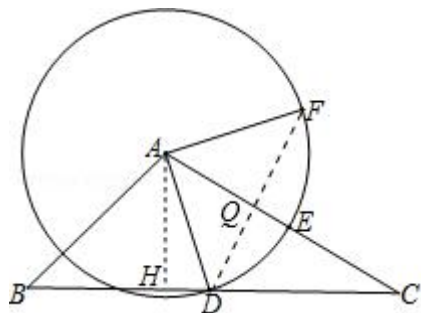
$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{AD}{DC}$.

$\because DF = \sqrt{2}AD$, $DC = BC - CD$.

$$\therefore AD^2 = BC - BD. \text{ 即 } (\sqrt{2-2x+x^2})^2 = 3-x.$$

整理得 $x^2 - x - 1 = 0$, 解得 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (负数舍去).

综上所述，如果四边形 $ADCF$ 是梯形， BD 的长是 1 或 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.



【点评】此题属于圆的综合题，涉及了平行四边形的性质、相似三角形的判定与性质、三角函数值以及勾股定理等知识，综合性较强，解答本题需要我们熟练各部分的内容，对学生的综合能力要求较高，一定要注意将所学知识贯穿起来.