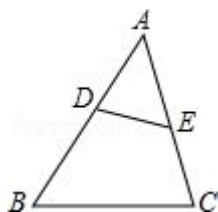


2019 年上海市静安区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分）

1. (4 分) 化简 $(-x^3)^2$ 的结果是 ()
 A. $-x^6$ B. $-x^5$ C. x^6 D. x^5
2. (4 分) 下列抛物线中，顶点坐标为 $(2, 1)$ 的是 ()
 A. $y = (x+2)^2 + 1$ B. $y = (x-2)^2 + 1$ C. $y = (x+2)^2 - 1$ D. $y = (x-2)^2 - 1$
3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AB = 3$ ，那么 AC 等于 ()
 A. $3\sin\alpha$ B. $3\cos\alpha$ C. $\frac{3}{\sin\alpha}$ D. $\frac{3}{\cos\alpha}$
4. (4 分) 点 P 把线段 AB 分割成 AP 和 PB 两段，如果 AP 是 PB 和 AB 的比例中项，那么下列式子成立的是 ()
 A. $\frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
5. (4 分) 如图，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上，且 DE 与 BC 不平行. 下列条件中，能判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似的是 ()



- A. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ B. $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC}$
6. (4 分) 下列说法不正确的是 ()
 A. 设 $\vec{e}$ 为单位向量，那么 $|\vec{e}| = 1$
 B. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 都是非零向量，如果 $\vec{a} = 2\vec{c}$ ， $\vec{b} = -4\vec{c}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 C. 四边形 $ABCD$ 中，如果满足 $AB \parallel CD$ ， $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$ ，那么这个四边形一定是平行四边形
 D. 平面内任意一个非零向量都可以在给定的两个不平行向量的方向上分解

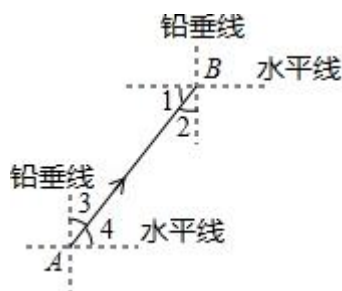
二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分）

7. (4 分) 不等式 $2x - 1 > 0$ 的解是_____.
8. (4 分) 方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$ 的根是_____.

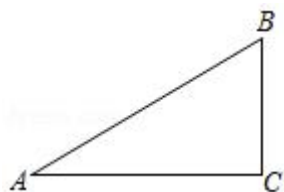
9. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, 那么 $\frac{x+y}{y}$ 的值是_____.

10. (4分) $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 其中点 A, B, C 分别与点 A_1, B_1, C_1 对应, 如果 $AB: A_1B_1 = 2: 3$, $AC = 6$, 那么 $A_1C_1 =$ _____.

11. (4分) 如图, 在点 A 处测得点 B 处的仰角是_____. (用“ $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 或 $\angle 4$ ”表示)



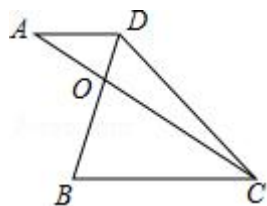
12. (4分) 如图, 当小明沿坡度 $i = 1: \sqrt{3}$ 的坡面由 A 到 B 行走了 6 米时, 他实际上升的高度 $BC =$ _____米.



13. (4分) 抛物线 $y = ax^2 + (a - 1)$ ($a \neq 0$) 经过原点, 那么该抛物线在对称轴左侧的部分是_____的. (填“上升”或“下降”)

14. (4分) 如图 4, $AD \parallel BC$, AC, BD 相交于点 O , 且 $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC} = 1: 4$. 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AO} =$ _____. (用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示)

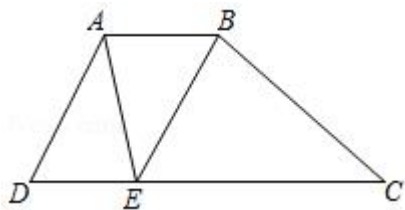


15. (4分) 在中 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, G 是重心, 那么 G 到斜边 AB 中点的距离是_____.

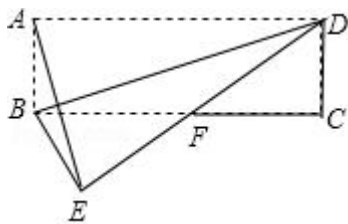
16. (4分) 抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 沿某条直线平移一段距离, 我们把平移后得到的新抛物线叫做原抛物线的“同簇抛物线”. 如果把抛物线 $y = x^2$ 沿直线 $y = x$ 向上平移, 平移距离为 $\sqrt{2}$ 时, 那么它的“同簇抛物线”的表达式是_____.

17. (4分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BE \parallel AD$, 且 BE 交 CD 于点 E , $\angle AEB = \angle C$. 如

果 $AB = 3$, $CD = 8$, 那么 AD 的长是_____.



18. (4 分) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 所在直线翻折后, 点 A 与点 E 重合, 且 ED 交 BC 于点 F , 连接 AE . 如果 $\tan \angle DFC = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{BD}{AE}$ 的值是_____.

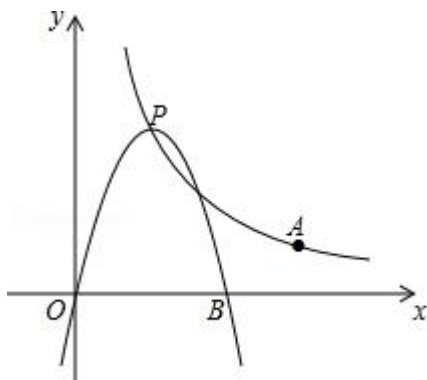


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{2\sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ}{\tan^2 60^\circ + 4\cos 45^\circ}$

20. (10 分) 先化简, 再求值: $(2 - \frac{x-1}{x+1}) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$, 其中 $x = 2$.

21. (10 分) 已知: 如图, 反比例函数的图象经过点 A 、 P , 点 $A(6, \frac{4}{3})$, 点 P 的横坐标是 2. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过坐标原点, 且与 x 轴交于点 B , 顶点为 P . 求: (1) 反比例函数的解析式;
(2) 抛物线的表达式及 B 点坐标.

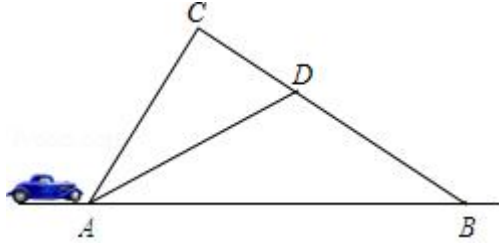


22. (10 分) 2018 年首届“进博会”期间, 上海对周边道路进行限速行驶. 道路 AB 段为监测区, C 、 D 为监测点 (如图). 已知 C 、 D 、 B 在同一条直线上, 且 $AC \perp BC$, $CD = 400$

米， $\tan \angle ADC = 2$ ， $\angle ABC = 35^\circ$ 。

(1) 求道路 AB 段的长；(精确到 1 米)

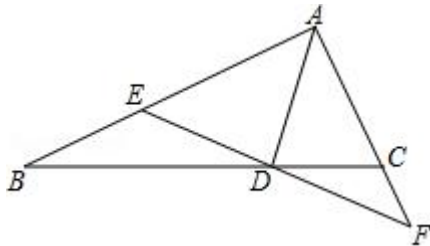
(2) 如果 AB 段限速为 60 千米/时，一辆车通过 AB 段的时间为 90 秒，请判断该车是否超速，并说明理由。(参考数据： $\sin 35^\circ \approx 0.57358$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.8195$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.7$)



23. (12 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 BC 和 AB 上，且 $AD = AC$ ， $EB = ED$ ，分别延长 ED 、 AC 交于点 F 。

(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle FDC$ ；

(2) 求证： $AE^2 = BE \cdot EF$ 。

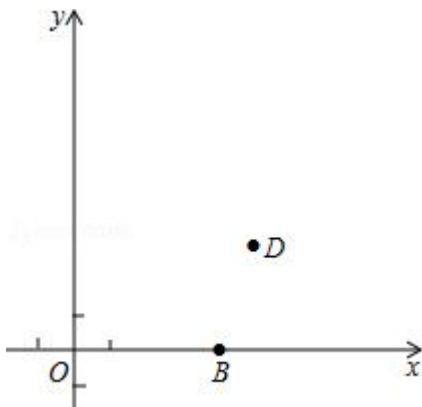


24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图)，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $B(4, 0)$ 、 $D(5, 3)$ ，设它与 x 轴的另一个交点为 A (点 A 在点 B 的左侧)，且 $\triangle ABD$ 的面积是 3。

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 求 $\angle ADB$ 的正切值；

(3) 若抛物线与 y 轴交于点 C ，直线 CD 交 x 轴于点 E ，点 P 在射线 AD 上，当 $\triangle APE$ 与 $\triangle ABD$ 相似时，求点 P 的坐标。

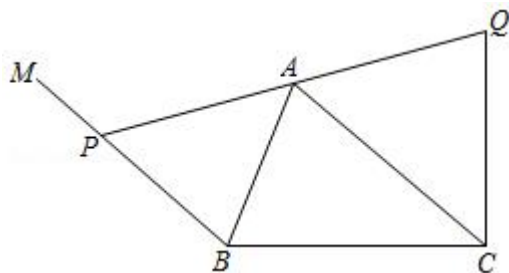


25. (14分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=9$, $\tan \angle ABC=2\sqrt{2}$. 过点 B 作 $BM \parallel AC$, 动点 P 在射线 BM 上 (点 P 不与 B 重合), 连结 PA 并延长到点 Q , 使 $\angle AQC = \angle ABP$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 设 $BP=x$, $AQ=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 连接 PC , 如果 $\triangle PQC$ 是直角三角形, 求 BP 的长.



2019 年上海市静安区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分）

1. (4 分) 化简 $(-x^3)^2$ 的结果是 ()

- A. $-x^6$ B. $-x^5$ C. x^6 D. x^5

【分析】原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= x^6$,

故选：C.

【点评】此题考查了幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. (4 分) 下列抛物线中，顶点坐标为 $(2, 1)$ 的是 ()

- A. $y = (x+2)^2 + 1$ B. $y = (x-2)^2 + 1$ C. $y = (x+2)^2 - 1$ D. $y = (x-2)^2 - 1$

【分析】根据各个选项中的函数解析式可以直接写出它们的顶点坐标，从而可以解答本题.

【解答】解： $y = (x+2)^2 + 1$ 的顶点坐标是 $(-2, 1)$ ，故选项 A 不符合题意，

$y = (x-2)^2 + 1$ 的顶点坐标是 $(2, 1)$ ，故选项 B 符合题意，

$y = (x+2)^2 - 1$ 的顶点坐标是 $(-2, -1)$ ，故选项 C 不符合题意，

$y = (x-2)^2 - 1$ 的顶点坐标是 $(2, -1)$ ，故选项 D 不符合题意，

故选：B.

【点评】本题考查二次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AB = 3$ ，那么 AC 等于 ()

- A. $3\sin\alpha$ B. $3\cos\alpha$ C. $\frac{3}{\sin\alpha}$ D. $\frac{3}{\cos\alpha}$

【分析】根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】解： $\because \angle A = \alpha$ ， $AB = 3$ ，

$$\therefore \cos\alpha = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AC = AB \cdot \cos\alpha = 3\cos\alpha,$$

故选：B.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义的应用，熟记三角函数的定义是解题的关键.

4. (4分) 点 P 把线段 AB 分割成 AP 和 PB 两段, 如果 AP 是 PB 和 AB 的比例中项, 那么下列式子成立的是 ()

A. $\frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【分析】把一条线段分成两部分, 使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项, 这样的线段分割叫做黄金分割, 它们的比值 ($\frac{\sqrt{5}-1}{2}$) 叫做黄金比.

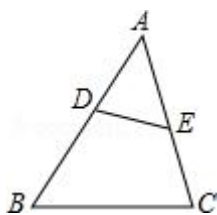
【解答】解: $\because$ 点 P 把线段 AB 分割成 AP 和 PB 两段, AP 是 PB 和 AB 的比例中项,

$\therefore$ 根据线段黄金分割的定义得: $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

故选: D.

【点评】考查了黄金分割, 理解黄金分割的概念, 找出黄金分割中成比例的对应该段是解决问题的关键.

5. (4分) 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, 且 DE 与 BC 不平行. 下列条件中, 能判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似的是 ()



A. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ B. $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC}$

【分析】根据两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似即可求解.

【解答】解: 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 中,

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, 且 $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$.

故选: A.

【点评】此题考查了相似三角形的判定:

(1) 平行线法: 平行于三角形的一边的直线与其他两边相交, 所构成的三角形与原三角形相似;

(2) 三边法: 三组对应边的比相等的两个三角形相似;

(3) 两边及其夹角法: 两组对应边的比相等且夹角相等的两个三角形相似;

(4) 两角法: 有两组角对应相等的两个三角形相似.

6. (4分) 下列说法不正确的是 ()

A. 设 $\vec{e}$ 为单位向量, 那么 $|\vec{e}| = 1$

B. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 都是非零向量, 如果 $\vec{a} = 2\vec{c}$, $\vec{b} = -4\vec{c}$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

C. 四边形 $ABCD$ 中, 如果满足 $AB \parallel CD$, $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$, 那么这个四边形一定是平行四边形

D. 平面内任意一个非零向量都可以在给定的两个不平行向量的方向上分解

【分析】根据单位向量的定义, 向量平行的定义以及平行四边形的判定进行判断.

【解答】解: A、设 $\vec{e}$ 为单位向量, 那么 $|\vec{e}| = 1$, 故本选项说法正确.

B、已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 都是非零向量, 如果 $\vec{a} = 2\vec{c}$, $\vec{b} = -4\vec{c}$, 那么 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向相反, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项说法正确.

C、四边形 $ABCD$ 中, 如果满足 $AB \parallel CD$, $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$ 即 $AD = BC$, 不能判定这个四边形一定是平行四边形, 故本选项说法错误.

D、由平面向量的平行四边形法则可以推知, 平面内任意一个非零向量都可以在给定的两个不平行向量的方向上分解, 故本选项说法正确.

故选: C.

【点评】此题考查了平面向量的知识, 属于基础题, 解答本题的关键是明确平面向量的表示形式, 难度一般.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分)

7. (4 分) 不等式 $2x - 1 > 0$ 的解是 $x > \frac{1}{2}$.

【分析】先移项, 再系数化为 1 即可.

【解答】解: 移项, 得 $2x > 1$,

系数化为 1, 得 $x > \frac{1}{2}$.

【点评】注意移项要变号.

8. (4 分) 方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$ 的根是 $x = -1$.

【分析】按分式方程的解法, 去分母化分式方程为整式方程求解即可.

【解答】解: 方程的两边都乘以 $(x-1)$, 得 $x^2 = 1$

所以 $x = \pm 1$.

当 $x = 1$ 时, $x - 1 = 0$, 所以 1 不是原方程的根;

当 $x = -1$ 时, $x - 1 = -2 \neq 0$, 所以 -1 是原方程的根.

所以原方程的解为: $x = -1$.

故答案为: $x = -1$.

【点评】 本题考查了分式方程的解法. 题目比较简单, 解分式方程易忘记检验而出错.

9. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, 那么 $\frac{x+y}{y}$ 的值是 $\frac{7}{5}$.

【分析】 直接根据已知用同一未知数表示出各数, 进而得出答案.

【解答】 解: $\because \frac{x}{y} = \frac{2}{5}$,

$\therefore$ 设 $x = 2a$, 则 $y = 5a$,

那么 $\frac{x+y}{y} = \frac{2a+5a}{5a} = \frac{7}{5}$.

故答案为: $\frac{7}{5}$.

【点评】 此题主要考查了比例的性质, 正确表示出 x, y 的值是解题关键.

10. (4分) $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 其中点 A, B, C 分别与点 A_1, B_1, C_1 对应, 如果 $AB: A_1B_1 = 2: 3, AC = 6$, 那么 $A_1C_1 = 9$.

【分析】 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解: $\because \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1, AB: A_1B_1 = 2: 3$,

$\therefore \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{2}{3}$,

$\because AC = 6$,

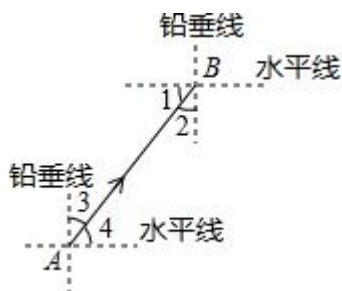
$\therefore \frac{6}{A_1C_1} = \frac{2}{3}$

$\therefore A_1C_1 = 9$,

故答案为: 9.

【点评】 本题主要考查了相似三角形的性质, 熟记相似三角形的性质是解题的关键.

11. (4分) 如图, 在点 A 处测得点 B 处的仰角是 $\angle 4$. (用 “ $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 或 $\angle 4$ ” 表示)



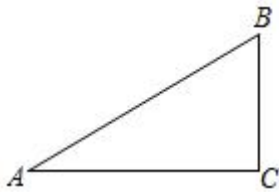
【分析】根据仰角的定义即可得到结论.

【解答】解：在点 A 处测得点 B 处的仰角是 $\angle 4$,

故答案为： $\angle 4$.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角和俯角，熟记仰角和俯角的定义是解题的关键.

12. (4 分) 如图，当小明沿坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$ 的坡面由 A 到 B 行走了 6 米时，他实际上升的高度 $BC =$ 3 米.



【分析】根据坡度的概念求出 $\angle A$ ，根据直角三角形的性质解答.

【解答】解： $\because i = 1 : \sqrt{3}$,

$$\therefore \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 3 \text{ (米)},$$

故答案为： 3.

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，掌握锐角三角函数的定义、坡度坡角的概念是解题的关键.

13. (4 分) 抛物线 $y = ax^2 + (a - 1)$ ($a \neq 0$) 经过原点，那么该抛物线在对称轴左侧的部分是 下降 的. (填“上升”或“下降”)

【分析】根据抛物线 $y = ax^2 + (a - 1)$ ($a \neq 0$) 经过原点，从而可以求得 a 的值，进而得到该抛物线在对称轴左侧的部分是上升还是下降，本题得以解决.

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + (a - 1)$ ($a \neq 0$) 经过原点，

$$\therefore 0 = a \times 0^2 + (a - 1), \text{ 得 } a = 1,$$

$$\therefore y = x^2,$$

$\therefore$ 该函数的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，函数图象的开口向上，

$\therefore$ 该抛物线在对称轴左侧的部分是下降的，

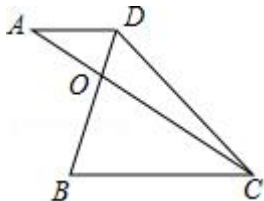
故答案为： 下降.

【点评】本题考查二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是

明确题意，利用二次函数的性质解答．

14. (4分) 如图4, $AD \parallel BC$, AC 、 BD 相交于点 O , 且 $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC} = 1 : 4$. 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【分析】根据已知条件得到 $\triangle ADO \sim \triangle CBO$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle COB}} = \left(\frac{AO}{CO}\right)^2 = \frac{1}{4}$,

得到 $\frac{AO}{CO} = \frac{1}{2}$, 求得 $\frac{AO}{AC} = \frac{1}{3}$, 根据已知条件得到 $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADO \sim \triangle CBO$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle COB}} = \left(\frac{AO}{CO}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{1}{3},$$

$$\because \overrightarrow{AD} = \vec{a}, \overrightarrow{DC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b},$$

故答案为: $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，平面向量，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键．

15. (4分) 在中 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, G 是重心, 那么 G 到斜边 AB 中点的距离是 $\frac{5}{3}$.

【分析】根据勾股定理可求得 $AB = 10$, 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $CD = 5$, 最后根据重心的性质可求 DG .

【解答】解: $\because \angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

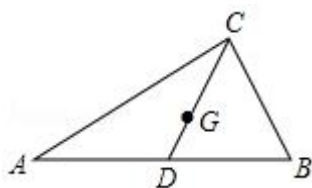
$\because CD$ 为 AB 边上的中线,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 5,$$

$\because$ 点 G 是重心,

$$\therefore DG = \frac{1}{3}CD = \frac{5}{3}.$$

故答案为: $\frac{5}{3}$.



【点评】 本题考查的是三角形的重心的概念和性质, 掌握三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍是解题的关键.

16. (4 分) 抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 沿某条直线平移一段距离, 我们把平移后得到的新抛物线叫做原抛物线的“同簇抛物线”. 如果把抛物线 $y = x^2$ 沿直线 $y = x$ 向上平移, 平移距离为 $\sqrt{2}$ 时, 那么它的“同簇抛物线”的表达式是 $y = (x - 1)^2 + 1$.

【分析】 沿直线 $y = x$ 向上平移, 平移距离为 $\sqrt{2}$ 则相当于抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 向右平移 1 个单位, 向上平移 1 个单位, 即可得到平移后抛物线的表达式.

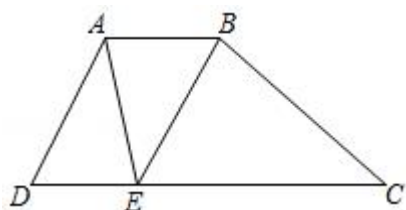
【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = x^2$ 沿直线 $y = x$ 向上平移, 平移距离为 $\sqrt{2}$, 相当于抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 向右平移 1 个单位, 向上平移 1 个单位,

$\therefore$ 根据平移的规律得到: “同簇抛物线”的表达式是 $y = (x - 1)^2 + 1$.

故答案为: $y = (x - 1)^2 + 1$.

【点评】 本题考查了二次函数的几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

17. (4 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BE \parallel AD$, 且 BE 交 CD 于点 E , $\angle AEB = \angle C$. 如果 $AB = 3$, $CD = 8$, 那么 AD 的长是 $\sqrt{15}$.



【分析】根据平行四边形的判定得到四边形 $ABED$ 是平行四边形，由平行四边形的性质得到 $BE = AD$ ， $DE = AB = 3$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论．

【解答】解：∵ $AB \parallel CD$ ， $BE \parallel AD$ ，

∴ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

∴ $BE = AD$ ， $DE = AB = 3$ ，

∵ $CD = 8$ ，

∴ $CE = CD - DE = 5$ ，

∵ $AB \parallel CD$ ，

∴ $\angle ABE = \angle BEC$ ，

∵ $\angle AEB = \angle C$ ，

∴ $\triangle AEB \sim \triangle BCE$ ，

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BE}{CE},$$

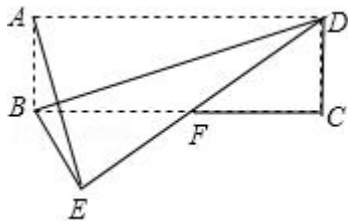
$$\therefore \frac{3}{BE} = \frac{BE}{5},$$

$$\therefore BE = \sqrt{15},$$

故答案为： $\sqrt{15}$ ．

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，平行线的性质，正确的识别图形是解题的关键．

18. (4分) 如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 所在直线翻折后，点 A 与点 E 重合，且 ED 交 BC 于点 F ，连接 AE ．如果 $\tan \angle DFC = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{BD}{AE}$ 的值是 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ．



【分析】根据矩形的性质得到 $BC = AD$ ， $\angle DAB = \angle C = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，根据折叠的性质得到 $DE = AD$ ， $\angle BED = \angle DAB = 90^\circ$ ， $\angle ADB = \angle BDE$ ，设 $CD = BE = 2x$ ， $CF = EF = 3x$ ，根据勾股定理得到 $BF = CF = \sqrt{(2x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{13}x$ ，求得 $BC = (\sqrt{13} + 3)x$ ，根据勾股定理得到 $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{26 + 6\sqrt{13}}x$ ，根据三角形的面积公式得到 $AH =$

$\frac{BE \cdot DE}{BD}$, 求得 $AE = 2AH = \frac{2BE \cdot DE}{BD}$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore BC = AD$, $\angle DAB = \angle C = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle DBC$,

$\because$ 矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 所在直线翻折后, 点 A 与点 E 重合,

$\therefore DE = AD$, $\angle BED = \angle DAB = 90^\circ$, $\angle ADB = \angle BDE$,

$\therefore \angle DBF = \angle FDB$,

$\therefore BF = DF$,

$\therefore EF = CF$,

$\because \tan \angle DFC = \angle BFE = \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 设 $CD = BE = 2x$, $CF = EF = 3x$,

$\therefore BF = CF = \sqrt{(2x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{13}x$,

$\therefore BC = (\sqrt{13} + 3)x$,

$\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{26 + 6\sqrt{13}}x$,

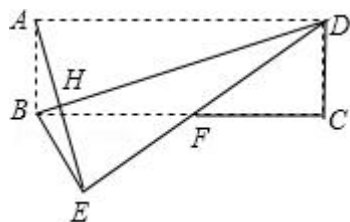
$\because AE \perp BD$,

$\therefore AH = \frac{BE \cdot DE}{BD}$,

$\therefore AE = 2AH = \frac{2BE \cdot DE}{BD}$,

$\therefore \frac{BD}{AE} = \frac{BD}{\frac{2BE \cdot DE}{BD}} = \frac{BD^2}{2BE \cdot DE} = \frac{\sqrt{13}}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{13}}{2}$.



【点评】本题考查了翻折变换(折叠问题), 矩形的性质, 解直角三角形, 正确的识别图形是解题的关键.

三、解答题(本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\frac{2\sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ}{\tan^2 60^\circ + 4\cos 45^\circ}$

【分析】直接利用特殊角的三角函数值代入进而得出答案.

【解答】解: 原式 = $\frac{2 \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{1}{2}}{(\sqrt{3})^2 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$$= \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}.$$

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值, 正确记忆相关数据是解题关键.

20. (10分) 先化简, 再求值: $(2 - \frac{x-1}{x+1}) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$, 其中 $x=2$.

【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解: $(2 - \frac{x-1}{x+1}) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$

$$= \frac{2(x+1) - (x-1)}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{2x+2-x+1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

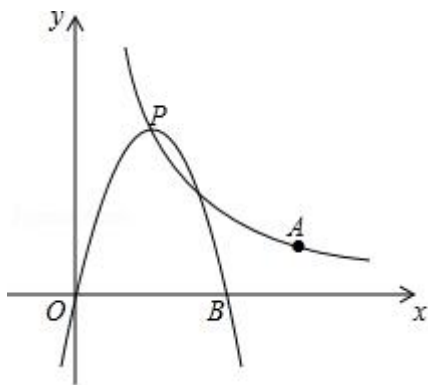
$$= \frac{x+3}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{x-1}{x+3},$$

当 $x=2$ 时, 原式 = $\frac{2-1}{2+3} = \frac{1}{5}$.

【点评】本题考查分式的混合运算, 解答本题的关键是明确分式混合运算的计算方法.

21. (10分) 已知: 如图, 反比例函数的图象经过点 A 、 P , 点 $A(6, \frac{4}{3})$, 点 P 的横坐标是 2. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过坐标原点, 且与 x 轴交于点 B , 顶点为 P . 求: (1) 反比例函数的解析式;
- (2) 抛物线的表达式及 B 点坐标.



【分析】(1) 设反比例函数的解析式为: $y = \frac{k}{x}$, 把点 $A(6, \frac{4}{3})$ 代入, 得到关于 k 的一元一次方程, 解之得到 k 的值, 即可得到答案,

(2) 把 $x=2$ 代入 (1) 的解析式, 得到点 P 的坐标, 根据抛物线过坐标原点, 利用待定系数法, 求得抛物线的表达式, 把 $y=0$ 代入抛物线的表达式, 解之即可得到答案.

【解答】解: (1) 设反比例函数的解析式为: $y = \frac{k}{x}$,

把点 $A(6, \frac{4}{3})$ 代入得:

$$\frac{4}{3} = \frac{k}{6},$$

解得: $k=8$,

即反比例函数的解析式为: $y = \frac{8}{x}$,

(2) 把 $x=2$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ 得:

$$y = \frac{8}{2} = 4,$$

即点 P 的坐标为: $(2, 4)$,

设抛物线的表达式为: $y = a(x-2)^2 + 4$,

把点 $O(0, 0)$ 代入得:

$$4a+4=0,$$

解得: $a = -1$,

即抛物线的表达式为: $y = -(x-2)^2 + 4$,

把 $y=0$ 代入得:

$$-(x-2)^2 + 4 = 0,$$

解得: $x_1 = 0, x_2 = 4$,

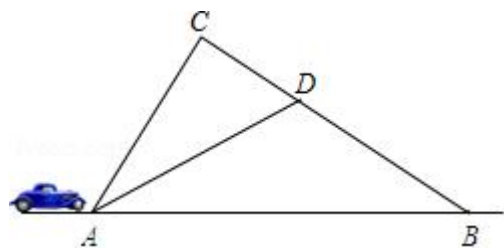
即 B 点的坐标为: $(4, 0)$.

【点评】本题考查了待定系数法求反比例函数解析式，反比例函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求二次函数解析式，抛物线与 x 轴的交点，解题的关键：（1）正确掌握待定系数法求反比例函数解析式，（2）正确掌握待定系数法求二次函数解析式，根据抛物线解析式，求抛物线与 x 轴的交点。

22.（10分）2018年首届“进博会”期间，上海对周边道路进行限速行驶．道路 AB 段为监测区， C 、 D 为监测点（如图）．已知 C 、 D 、 B 在同一条直线上，且 $AC \perp BC$ ， $CD = 400$ 米， $\tan \angle ADC = 2$ ， $\angle ABC = 35^\circ$ ．

（1）求道路 AB 段的长；（精确到 1 米）

（2）如果 AB 段限速为 60 千米/时，一辆车通过 AB 段的时间为 90 秒，请判断该车是否超速，并说明理由．（参考数据： $\sin 35^\circ \approx 0.57358$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.8195$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.7$ ）



【分析】（1）由 $AC \perp BC$ ，得到 $\angle C = 90^\circ$ ，根据三角函数的定义得到 $AC = 800$ ，在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中根据三角函数的定义得到 $AB = \frac{AC}{\sin 35^\circ} = \frac{800}{0.57358} \approx 1395$ 米；

（2）求得该车的速度 $= \frac{1395}{90} = 55.8 \text{ km/h} < 60$ 千米/时，于是得到结论．

【解答】解：（1） $\because AC \perp BC$ ，

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \tan \angle ADC = \frac{AC}{CD} = 2,$$

$$\because CD = 400,$$

$$\therefore AC = 800,$$

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\because \angle ABC = 35^\circ$ ， $AC = 800$ ，

$$\therefore AB = \frac{AC}{\sin 35^\circ} = \frac{800}{0.57358} \approx 1395 \text{ 米};$$

（2） $\because AB = 1395$ ，

$$\therefore \text{该车的速度} = \frac{1395}{90} = 55.8 \text{ km/h} < 60 \text{ 千米/时},$$

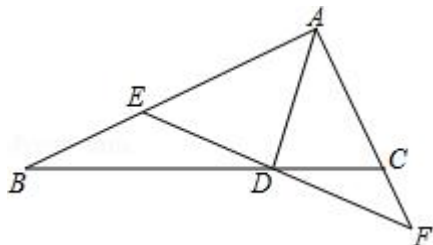
故没有超速．

【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，关键是掌握三角函数定义．

23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 和 AB 上, 且 $AD = AC$, $EB = ED$, 分别延长 ED 、 AC 交于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle FDC$;

(2) 求证: $AE^2 = BE \cdot EF$.



【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle ADC = \angle ACD$, $\angle B = \angle BDE$, 根据三角形的外角的性质得到 $\angle BAD = \angle F$, 于是得到结论;

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AE}{DE} = \frac{EF}{AE}$, 等量代换即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because AD = AC$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD,$$

$$\because BE = DE,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDE,$$

$$\because \angle BDE = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle B,$$

$$\because \angle BAD = \angle ADC - \angle B, \angle F = \angle ACD - \angle CDF,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle F,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle FDC;$$

$$(2) \because \angle EAD = \angle F, \angle AED = \angle FEA,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle FEA,$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{EF}{AE},$$

$$\therefore AE^2 = DE \cdot EF,$$

$$\because BE = DE,$$

$$\therefore AE^2 = BE \cdot EF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

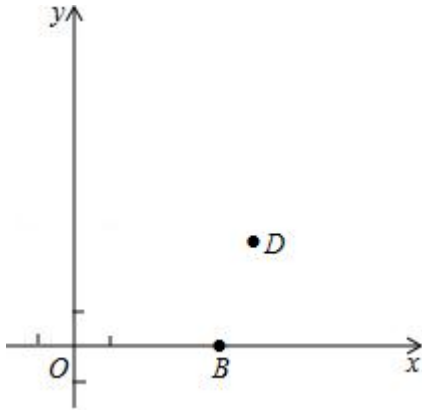
24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中(如图), 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经

过点 $B(4, 0)$ 、 $D(5, 3)$ ，设它与 x 轴的另一个交点为 A （点 A 在点 B 的左侧），且 $\triangle ABD$ 的面积是 3.

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 求 $\angle ADB$ 的正切值；

(3) 若抛物线与 y 轴交于点 C ，直线 CD 交 x 轴于点 E ，点 P 在射线 AD 上，当 $\triangle APE$ 与 $\triangle ABD$ 相似时，求点 P 的坐标.



【分析】(1) 设 $A(m, 0)$ ，由 $\triangle ABD$ 的面积是 3 可求得 $m = 2$ ，再利用待定系数法求解可得；

(2) 作 $DF \perp x$ 轴， $BF \perp AD$ ，由 A, B, D 坐标知 $DF = AF = 3$ ，据此可求得 $AD = 3\sqrt{2}$ ， $\angle DAF = 45^\circ$ ，继而可得 $AE = BE = \sqrt{2}$ ， $DE = 2\sqrt{2}$ ，再依据正切函数的定义求解可得；

(3) 先求出直线 AD 解析式为 $y = x - 2$ ，直线 BD 解析式为 $y = 3x - 12$ ，直线 CD 解析式为 $y = -x + 8$ ，① $\triangle ADB \sim \triangle APE$ 时 $BD \parallel PE$ ，此条件下求得 PE 解析式，连接直线 PE 和直线 AD 解析式所得方程组，解之求得点 P 坐标；② $\triangle ADB \sim \triangle AEP$ 时 $\angle ADB = \angle AEP$ ，依据 $\tan \angle ADB = \tan \angle AEP = \frac{1}{2}$ 求解可得.

【解答】解：(1) 设 $A(m, 0)$ ，

则 $AB = 4 - m$ ，

由 $\triangle ABD$ 的面积是 3 知 $\frac{1}{2}(4 - m) \times 3 = 3$ ，

解得 $m = 2$ ，

$\therefore A(2, 0)$ ，

设抛物线解析式为 $y = a(x - 2)(x - 4)$ ，

将 $D(5, 3)$ 代入得： $3a = 3$ ，解得 $a = 1$ ，

$\therefore y = (x - 2)(x - 4) = x^2 - 6x + 8$ ；

(2) 如图 1, 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F ,

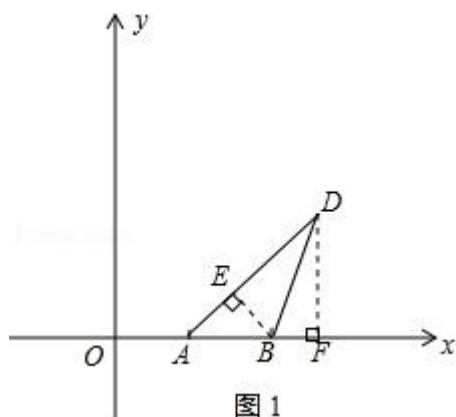


图 1

$\because A(2, 0), B(4, 0), D(5, 3),$

$\therefore DF = 3, AF = 3,$

则 $AD = 3\sqrt{2}, \angle DAF = 45^\circ,$

过点 B 作 $BE \perp AD$ 于 E ,

则 $AE = BE = \sqrt{2},$

$\therefore DE = 2\sqrt{2},$

$\therefore \tan \angle ADB = \frac{BE}{DE} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2};$

(3) 如图 2,

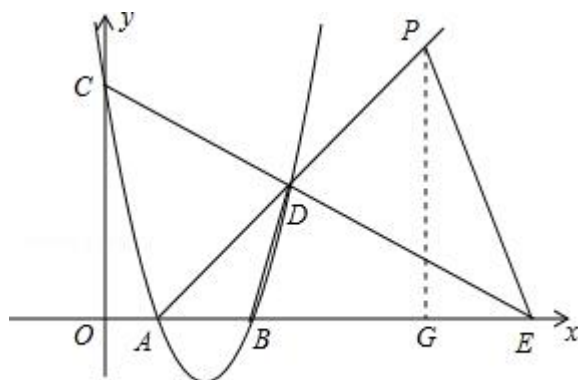


图 2

由 $A(2, 0), D(5, 3)$ 得直线 AD 解析式为 $y = x - 2$,

由 $B(4, 0), D(5, 3)$ 可得直线 BD 解析式为 $y = 3x - 12$,

由 $C(0, 8), D(5, 3)$ 可得直线 CD 解析式为 $y = -x + 8$,

当 $y = 0$ 时, $-x + 8 = 0$, 解得 $x = 8$,

$$\therefore E(8, 0),$$

①若 $\triangle ADB \sim \triangle APE$ ，则 $\angle ADB = \angle APE$ ，

$$\therefore BD \parallel PE,$$

设 PE 所在直线解析式为 $y = 3x + m$ ，

将点 $E(8, 0)$ 代入得 $24 + m = 0$ ，解得 $m = -24$ ，

$\therefore$ 直线 PE 解析式为 $y = 3x + 24$ ，

$$\text{由} \begin{cases} y = 3x + 24 \\ y = x - 2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = 11 \\ y = 9 \end{cases},$$

$\therefore$ 此时点 $P(11, 9)$;

②若 $\triangle ADB \sim \triangle AEP$ ，则 $\angle ADB = \angle AEP$ ，

$$\therefore \tan \angle ADB = \tan \angle AEP = \frac{1}{2},$$

设 $P(n, n - 2)$ ，过点 P 作 $PG \perp AE$ 于点 G ，

则 $OG = n$ ， $PG = n - 2$ ，

$$\therefore GE = 8 - n,$$

$$\text{由} \tan \angle AEP = \frac{PG}{GE} = \frac{n-2}{8-n} = \frac{1}{2} \text{求得} n = 4,$$

$$\therefore P(4, 2);$$

综上， $P(11, 9)$ 或 $(4, 2)$.

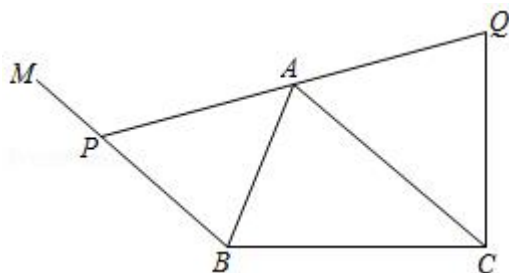
【点评】本题是二次函数的综合问题，解题的关键是掌握三角形的面积公式、待定系数法求二次函数和一次函数的解析式、一次函数和二次函数的交点问题等知识点.

25. (14分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 6$ ， $AC = 9$ ， $\tan \angle ABC = 2\sqrt{2}$. 过点 B 作 $BM \parallel AC$ ，动点 P 在射线 BM 上(点 P 不与 B 重合)，连结 PA 并延长到点 Q ，使 $\angle AQC = \angle ABP$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 设 $BP = x$ ， $AQ = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围;

(3) 连接 PC ，如果 $\triangle PQC$ 是直角三角形，求 BP 的长.



【分析】(1) 用解直角三角形的方法，求出 AH 和 BC 长即可求解；

(2) 证明 $\triangle ABP \sim \triangle CQA$ ，利用 $\frac{AB}{CQ} = \frac{BP}{QA} = \frac{AP}{AC}$ ，即可求解；

(3) 连接 PC ， $\triangle PQC$ 是直角三角形，即 $\angle PCQ = 90^\circ$ ，利用 $\cos \angle PQC = \cos \alpha = \frac{CQ}{PQ} = \frac{1}{3}$ ，即可求解。

【解答】解：(1) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 交于点 H ，

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $\tan \angle ABC = \frac{AH}{BH} = 2\sqrt{2}$ ，

设 $BH = m$ ， $\therefore AH = 2\sqrt{2}m$ ，

根据勾股定理得， $m^2 + (2\sqrt{2}m)^2 = 36$ ，

$\therefore m = -2$ (舍) 或 $m = 2$ ，

$\therefore BH = 2$ ， $AH = 2\sqrt{2}m = 4\sqrt{2}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中， $AC = 9$ ，

根据勾股定理得， $CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 7$ ，

$\therefore BC = BH + CH = 9$ ，

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 9 = 18\sqrt{2}$ ；

(2) 过点 A 作 $AG \perp BP$ 交于点 G ，

由 (1) 知， $BC = 9$ ，

$\therefore AC = 9$ ，

$\therefore AC = BC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle BAC$ ，

$\therefore BM \parallel AC$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle ABP$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle ABC$ ，

$\therefore AH \perp BC$ ， $AG \perp BP$ ，

$\therefore AG = AH = 4\sqrt{2}$ ， $BG = BH = 2$ ，

$\therefore PG = BP - BG = x - 2$

根据勾股定理得， $AP = \sqrt{AG^2 + PG^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 36}$ ，

$\because BM \parallel AC$,

$\therefore \angle QAC = \angle APB$, 又 $\angle AQC = \angle ABP$,

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle CQA$,

$$\therefore \frac{AB}{CQ} = \frac{BP}{QA} = \frac{AP}{AC},$$

其中: $AB = 6$, $BP = x$, $QA = y$, $AP = \sqrt{x^2 - 4x + 36}$, $AC = 9$,

$$\therefore \frac{6}{CQ} = \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 36}}{9},$$

$$\therefore CQ = \frac{54}{\sqrt{x^2 - 4x + 36}}, y = \frac{9x\sqrt{x^2 - 4x + 36}}{x^2 - 4x + 36} \text{①} (x > 0);$$

(3) 连接 PC , $\triangle PQC$ 是直角三角形, 即 $\angle PCQ = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{3}$,

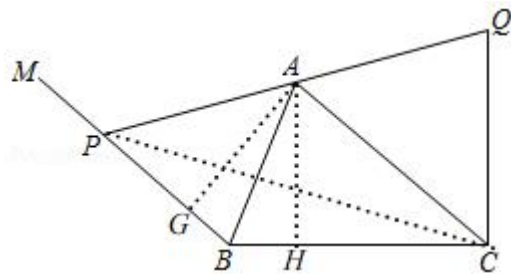
$$\therefore \cos \angle PQC = \cos \alpha = \frac{CQ}{PQ} = \frac{1}{3}$$

其中 $CQ = \frac{54}{\sqrt{x^2 - 4x + 36}}$, $PQ = AP + AQ = y + AP$, $AP = \sqrt{x^2 - 4x + 36}$,

$$\therefore \frac{\frac{54}{\sqrt{x^2 - 4x + 36}}}{y + \sqrt{x^2 - 4x + 36}} = \frac{1}{3} \text{②}$$

联立①②解得: $x = -14$ (舍) 或 $x = 9$,

即 BP 的长为 9.



【点评】 本题为三角形综合题, 重点是确定三角形相似, 利用解直角三角形和三角形相似的方法, 求出对应线段长度是解题的关键, 本题难度较大.