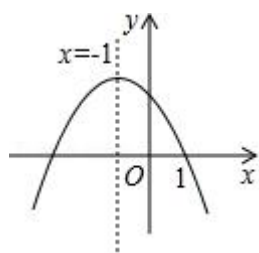


6. (4分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么下列结论中正确的是 ()



- A. $ac > 0$ B. $b > 0$ C. $a + c < 0$ D. $a + b + c = 0$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每小题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4分) 如果 $\frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$, 那么 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 计算: $3(\vec{a} - 2\vec{b}) - 2(\vec{a} - 3\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 两个相似三角形的相似比为 1:3, 则它们周长的比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

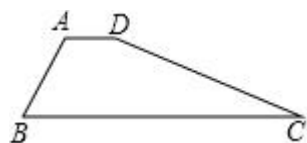
10. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 4x - 1$ 的顶点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 抛物线 $y = -x^2 + mx - 3m$ 的对称轴是直线 $x = 1$, 那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

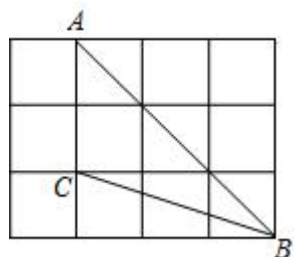
12. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 2$ 在 y 轴右侧的部分是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填“上升”或“下降”)

13. (4分) 如果 α 是锐角, 且 $\sin \alpha = \cos 20^\circ$, 那么 $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.

14. (4分) 如图, 某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$, 坝高为 15 米, 迎水坡 CD 的坡度为 1:2.4, 那么该水库迎水坡 CD 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.



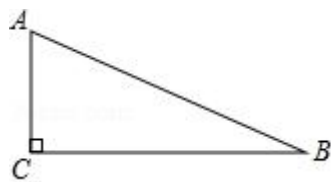
15. (4分) 如图, 在边长相同的小正方形组成的网格中, 点 A 、 B 、 C 都在这些小正方形的顶点上, 则 $\tan \angle ABC$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



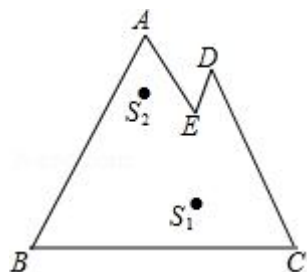
16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 高 AH 与中线 BD 相交于点 E , 如果 $BC = 2$, $BD = 3$, 那么 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1$, $\tan \angle CAB = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A

旋转后，点 B 落在 AC 的延长线上的点 D ，点 C 落在点 E ， DE 与直线 BC 相交于点 F ，那么 $CF =$ _____.



18. (4分) 对于封闭的平面图形，如果图形上或图形内的点 S 到图形上的任意一点 P 之间的线段都在图形内或图形上，那么这样的点 S 称为“亮点”. 如图，对于封闭图形 $ABCDE$ ， S_1 是“亮点”， S_2 不是“亮点”，如果 $AB \parallel DE$ ， $AE \parallel DC$ ， $AB = 2$ ， $AE = 1$ ， $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，那么该图形中所有“亮点”组成的图形的面积为_____.



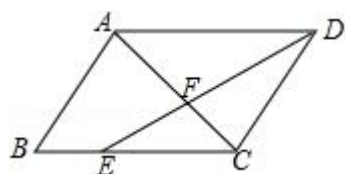
三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）[请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. (10分) 计算： $(\sin 30^\circ)^{-1} + |1 - \cot 30^\circ| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \frac{1}{\cos^2 45^\circ}$.

20. (10分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上， $CE = 2BE$ ， AC 、 DE 相交于点 F .

(1) 求 $DF:EF$ 的值；

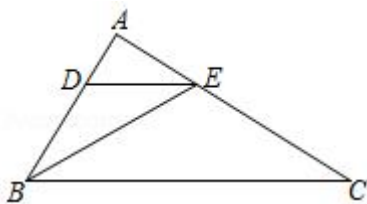
(2) 如果 $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$.



21. (10分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $AE^2 = AD \cdot AB$ ， $\angle ABE = \angle ACB$.

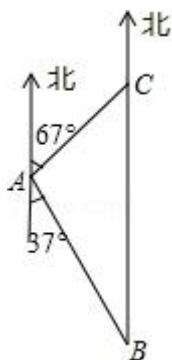
(1) 求证： $DE \parallel BC$ ；

(2) 如果 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 } DBCE} = 1 : 8$ ，求 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE}$ 的值.



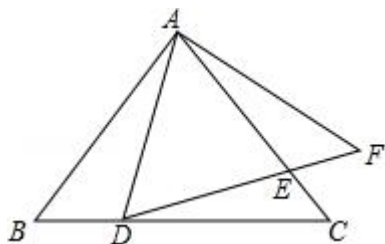
22. (10分) 如图, 在港口 A 的南偏东 37° 方向的海面上, 有一巡逻艇 B , A 、 B 相距 20 海里, 这时在巡逻艇的正北方向及港口 A 的北偏东 67° 方向上, 有一渔船 C 发生故障. 得知这一情况后, 巡逻艇以 25 海里/小时的速度前往救援, 问巡逻艇能否在 1 小时内到达渔船 C 处?

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$, $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$)

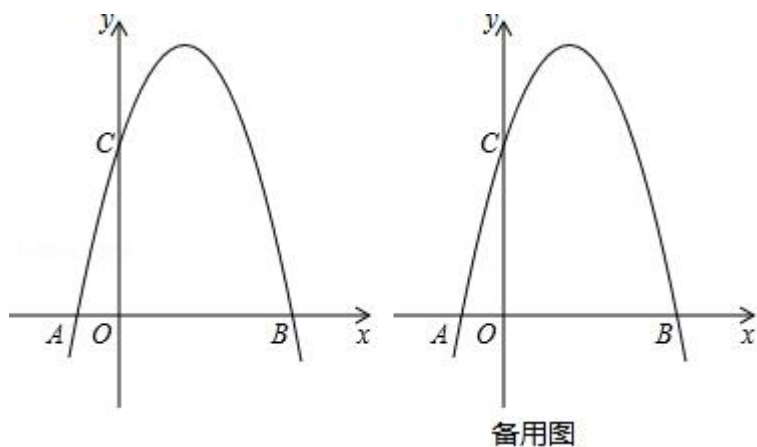


23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, 点 F 在 DE 的延长线上, $AD = AF$, $AE \cdot CE = DE \cdot EF$.

- (1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ACD$;
(2) 如果 $AE \cdot BD = EF \cdot AF$, 求证: $AB = AC$.



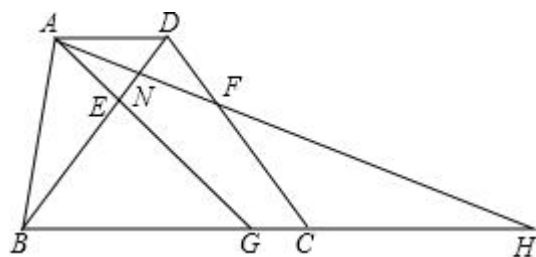
24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = -x^2$ 平移后经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 且平移后的抛物线与 y 轴交于点 C (如图).



- (1) 求平移后的抛物线的表达式；
- (2) 如果点 D 在线段 CB 上，且 $CD = \sqrt{2}$ ，求 $\angle CAD$ 的正弦值；
- (3) 点 E 在 y 轴上且位于点 C 的上方，点 P 在直线 BC 上，点 Q 在平移后的抛物线上，如果四边形 $ECPQ$ 是菱形，求点 Q 的坐标。

25. (14 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 18$ ， $DB = DC = 15$ ，点 E 、 F 分别在线段 BD 、 CD 上， $DE = DF = 5$ 。 AE 的延长线交边 BC 于点 G ， AF 交 BD 于点 N 、其延长线交 BC 的延长线于点 H 。

- (1) 求证： $BG = CH$ ；
- (2) 设 $AD = x$ ， $\triangle ADN$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；
- (3) 联结 FG ，当 $\triangle HFG$ 与 $\triangle ADN$ 相似时，求 AD 的长。



2019 年上海市青浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每小题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1.（4 分）下列图形中，一定相似的是（ ）

- A. 两个正方形
B. 两个菱形
C. 两个直角三角形
D. 两个等腰三角形

【分析】根据相似形的对应边成比例，对应角相等，结合正方形，菱形，直角三角形，等腰三角形的性质与特点对各选项分析判断后利用排除法.

【解答】解：A、两个正方形角都是直角一定相等，四条边都相等一定成比例，所以一定相似，故本选项正确；

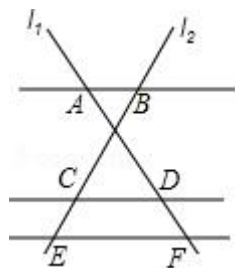
B、两个菱形的对应边成比例，角不一定相等，所以不一定相似，故本选项错误；

C、两个直角三角形的边不一定成比例，角不一定相等，所以不一定相似，故本选项错误；

D、两个等腰三角形的边不一定成比例，角不一定相等，所以不一定相似，故本选项错误.
故选：A.

【点评】本题主要考查了相似图形的定义，比较简单，要从边与角两方面考虑.

2.（4 分）如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A、D、F 和点 B、C、E，如果 $AD : DF = 3 : 1$ ， $BE = 10$ ，那么 CE 等于（ ）



- A. $\frac{10}{3}$
B. $\frac{20}{3}$
C. $\frac{5}{2}$
D. $\frac{15}{2}$

【分析】根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE} = 3$ ，则 $BC = 3CE$ ，然后利用 $BC + CE = BE = 10$ 可计算出 CE 的长.

【解答】解：∵ $AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE} = 3,$$

$$\therefore BC = 3CE,$$

$$\because BC + CE = BE,$$

$$\therefore 3CE + CE = 10,$$

$$\therefore CE = \frac{5}{2}.$$

故选：C.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

3. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $BC = a$ ，那么 AC 等于 ()

A. $a \cdot \tan \alpha$

B. $a \cdot \cot \alpha$

C. $a \cdot \sin \alpha$

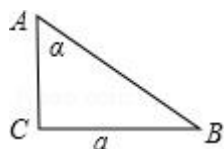
D. $a \cdot \cos \alpha$

【分析】画出图形，根据锐角三角函数的定义求出即可.

【解答】解： $\cot \alpha = \frac{AC}{BC}$,

$$\therefore AC = BC \cdot \cot \alpha = a \cdot \cot \alpha,$$

故选：B.



【点评】本题考查了锐角三角函数的定义的应用，主要考查学生的理解能力和计算能力.

4. (4分) 下列判断错误的是 ()

A. $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$

B. 如果 $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{c}$ ， $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$ ，其中 $\vec{c} \neq \vec{0}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

C. 设 $\vec{e}$ 为单位向量，那么 $|\vec{e}| = 1$

D. 如果 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ ，那么 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 或 $\vec{a} = -2\vec{b}$

【分析】根据平面向量的定义、向量的模以及平行向量的定义解答.

【解答】解：A、 $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ ，故本选项不符合题意.

B、由 $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{c}$ ， $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$ 得到： $\vec{a} = \frac{5}{2}\vec{c}$ ， $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{c}$ ，故两向量方向相反， $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ ，故

本选项不符合题意.

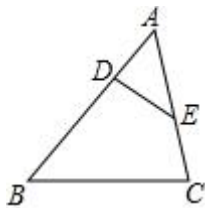
C、 $\vec{e}$ 为单位向量，那么 $|\vec{e}|=1$ ，故本选项不符合题意．

D、由 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ 只能得到两向量模间的数量关系，不能判断其方向，判断错误，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】考查了平面向量，需要掌握平面向量的定义，向量的模以及共线向量的定义，难度不大．

5. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，D、E分别在边AB、AC上，下列条件中，不能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是 ()



A. $\angle AED = \angle B$

B. $\angle BDE + \angle C = 180^\circ$

C. $AD \cdot BC = AC \cdot DE$

D. $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

【分析】A和B：根据有两组角对应相等的两个三角形相似，进行判断即可；

C、根据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，进行判断即可；

D、根据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，进行判断即可．

【解答】解：A、由 $\angle AED = \angle B$ ， $\angle A = \angle A$ ，则可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

B、由 $\angle BDE + \angle C = 180^\circ$ ， $\angle ADE + \angle BDE = 180^\circ$ ，得 $\angle ADE = \angle C$ ， $\angle A = \angle A$ ，则可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

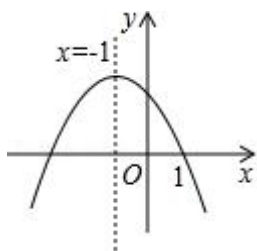
C、由 $AD \cdot BC = AC \cdot DE$ ，得 $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$ 不能判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

D、由 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 得 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ， $\angle A = \angle A$ ，故能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，

故选：C．

【点评】本题考查了相似三角形的判定：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；有两组角对应相等的两个三角形相似．

6. (4分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列结论中正确的是 ()



A. $ac > 0$

B. $b > 0$

C. $a+c < 0$

D. $a+b+c = 0$

【分析】根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】解：(A) 由图象可知： $a < 0$ ， $c > 0$ ，

$\therefore ac < 0$ ，故 A 错误；

(B) 由对称轴可知： $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，

$\therefore b < 0$ ，故 B 错误；

(C) 由对称轴可知： $x = -\frac{b}{2a} = -1$ ，

$$\therefore b = 2a,$$

$$\because x = 1 \text{ 时}, y = 0,$$

$$\therefore a+b+c = 0,$$

$$\therefore c = -3a,$$

$$\therefore a+c = a-3a = -2a > 0, \text{ 故 C 错误；}$$

故选：D.

【点评】本题考查二次函数，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于中等题型.

二、填空题：(本大题共 12 题，每小题 4 分，满分 48 分)[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$ ，那么 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.

【分析】由 $\frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$ 可得 $\frac{x+y}{x} = \frac{5}{2}$ ，进一步得到 $1 + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}$ ，可求 $\frac{y}{x}$ ，进一步得到 $\frac{x}{y}$ 的值.

【解答】解： $\because \frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$ ，

$$\therefore \frac{x+y}{x} = \frac{5}{2},$$

$$1 + \frac{y}{x} = \frac{5}{2},$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}.$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】考查了比例的性质，关键是得到 $1 + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}$.

8. (4分) 计算: $3(\vec{a} - 2\vec{b}) - 2(\vec{a} - 3\vec{b}) = \underline{\vec{a}}$.

【分析】实数的运算法则同样适用于该题.

【解答】解: $3(\vec{a} - 2\vec{b}) - 2(\vec{a} - 3\vec{b})$

$$= 3\vec{a} - 3\vec{b} - 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$= (3 - 2)\vec{a} + (-3 + 3)\vec{b}$$

$$= \vec{a}.$$

故答案是: $\vec{a}$.

【点评】考查了平面向量，熟练掌握平面向量的加法结合律即可解题，属于基础计算题.

9. (4分) 两个相似三角形的相似比为 1:3，则它们周长的比为 1:3.

【分析】由两个相似三角形的相似比为 1:3，根据相似三角形周长的比等于相似比，即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的相似比为 1:3，

$\therefore$ 它们的周长比为: 1:3.

故答案为: 1:3.

【点评】此题考查了相似三角形的性质. 此题比较简单，注意掌握相似三角形周长的比等于相似比定理的应用是解此题的关键.

10. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 4x - 1$ 的顶点坐标是 (2, -5).

【分析】已知抛物线的解析式是一般式，用配方法转化为顶点式，根据顶点式的坐标特点，直接写出顶点坐标.

【解答】解: $\because y = x^2 - 4x - 1 = x^2 - 4x + 4 - 4 - 1 = (x - 2)^2 - 5$,

$\therefore$ 抛物线 $y = x^2 - 4x - 1$ 的顶点坐标是 (2, -5).

故答案为: (2, -5)

【点评】此题考查了二次函数的性质，二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的顶点坐标为 (h, k)，对称轴为 $x = h$ ，此题还考查了配方法求顶点式.

11. (4分) 抛物线 $y = -x^2 + mx - 3m$ 的对称轴是直线 $x = 1$, 那么 $m = \underline{2}$.

【分析】由抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 利用二次函数的性质可得出关于 m 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + mx - 3m$ 的对称轴是直线 $x = 1$,

$$\therefore -\frac{m}{2 \times (-1)} = 1,$$

$$\therefore m = 2.$$

故答案为: 2.

【点评】本题考查了二次函数的性质, 牢记抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 是解题的关键.

12. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 2$ 在 y 轴右侧的部分是 上升. (填“上升”或“下降”)

【分析】根据抛物线解析式可求得对称轴, 结合抛物线的增减性可得到答案.

【解答】解: $\because y = x^2 - 2$,

$\therefore$ 其对称轴为 y 轴, 且开口向上,

$\therefore$ 在 y 轴右侧, y 随 x 增大而增大,

$\therefore$ 其图象在 y 轴右侧部分是上升,

故答案为: 上升.

【点评】本题主要考查二次函数的增减性, 掌握开口向上的二次函数图象在对称轴右侧 y 随 x 的增大而增大是解题的关键.

13. (4分) 如果 α 是锐角, 且 $\sin \alpha = \cos 20^\circ$, 那么 $\alpha = \underline{70}$ 度.

【分析】直接利用 $\sin A = \cos (90^\circ - \angle A)$, 进而得出答案.

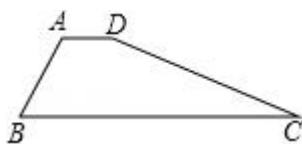
【解答】解: $\because \sin \alpha = \cos 20^\circ$,

$$\therefore \alpha = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ.$$

故答案为: 70.

【点评】此题主要考查了互余两角三角函数的关系, 正确把握相关性质是解题关键.

14. (4分) 如图, 某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$, 坝高为 15 米, 迎水坡 CD 的坡度为 1: 2.4, 那么该水库迎水坡 CD 的长度为 39 米.



【分析】直接利用坡度的定义得出 EC 的长，进而利用勾股定理得出答案．

【解答】解：过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ，

$\because$ 坝高为 15 米，迎水坡 CD 的坡度为 1: 2.4，

$$\therefore DE = 15m,$$

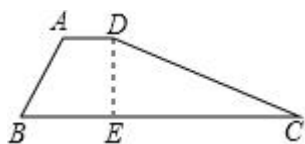
$$\text{则 } \frac{DE}{EC} = \frac{1}{2.4},$$

$$\text{故 } EC = 2.4 \times 15 = 36 (m),$$

则在 $Rt\triangle DEC$ 中，

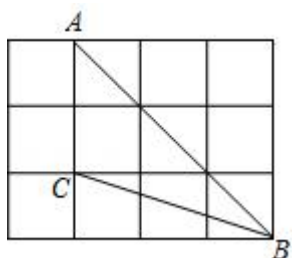
$$DC = \sqrt{ED^2 + EC^2} = 39 (m).$$

故答案为：39．



【点评】此题主要考查了坡度的定义，正确得出 EC 的长是解题关键．

15. (4 分) 如图，在边长相同的小正方形组成的网格中，点 A 、 B 、 C 都在这些小正方形的顶点上，则 $\tan \angle ABC$ 的值为 $\frac{1}{2}$ ．



【分析】根据题意和勾股定理的逆定理、锐角三角函数可以求得 $\tan \angle ABC$ 的值．

【解答】解：连接 CD ，如右图所示，

设每个小正方形的边长为 a ，

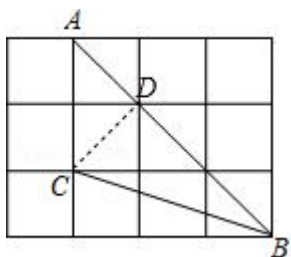
$$\text{则 } CD = \sqrt{2}a, BD = 2\sqrt{2}a, BC = \sqrt{10}a,$$

$$\therefore (2\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2 = (\sqrt{10}a)^2,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形，

$$\therefore \tan \angle ABC = \tan \angle DBC = \frac{CD}{BD} = \frac{\sqrt{2}a}{2\sqrt{2}a} = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ ．



【点评】 本题考查解直角三角形，解答本题的关键是明确题意，作出合适的辅助线，利用数形结合的思想解答．

16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，高 AH 与中线 BD 相交于点 E ，如果 $BC = 2$ ， $BD = 3$ ，那么 $AE = \underline{2\sqrt{3}}$ ．

【分析】 连接 DH ，依据等腰三角形的性质，即可得到 DH 为 $\triangle ABC$ 的中位线，依据 $\triangle DEH \sim \triangle BEA$ ，即可得到 $BE = 2$ ，进而得出 AE 的长．

【解答】 解：如图所示，连接 DH ，

$$\because AB = AC, AH \perp BC,$$

$$\therefore H \text{ 为 } BC \text{ 的中点,}$$

$$\text{又} \because D \text{ 为 } AC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore DH \text{ 为 } \triangle ABC \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore DH \parallel AB, DH = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \triangle DEH \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{ED}{EB} = \frac{DH}{BA} = \frac{1}{2} = \frac{EH}{EA},$$

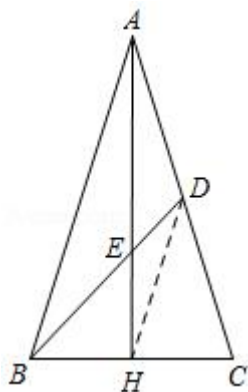
$$\text{又} \because BD = 3,$$

$$\therefore BE = 2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BEH \text{ 中, } EH = \sqrt{BE^2 - BH^2} = \sqrt{3},$$

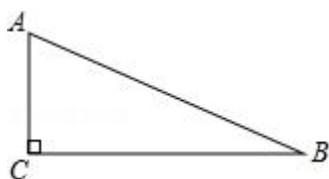
$$\therefore AE = 2EH = 2\sqrt{3},$$

故答案为： $2\sqrt{3}$ ．



【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质以及相似三角形的性质的运用，解题时注意：等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．

17. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $\tan \angle CAB = 2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转后，点 B 落在 AC 的延长线上的点 D ，点 C 落在点 E ， DE 与直线 BC 相交于点 F ，那么 $CF = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ．



【分析】根据已知条件得到 $BC = AC \cdot \tan \angle CAB = 2$ ，根据勾股定理得到 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5}$ ，根据旋转的性质得到 $AD = AB = \sqrt{5}$ ， $\angle D = \angle B$ ，根据三角函数的定义即可得到结论．

【解答】解：如图， $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $\tan \angle CAB = 2$ ，

$$\therefore BC = AC \cdot \tan \angle CAB = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5},$$

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转后，点 B 落在 AC 的延长线上的点 D ，

$$\therefore AD = AB = \sqrt{5}, \angle D = \angle B,$$

$$\because AC = 1,$$

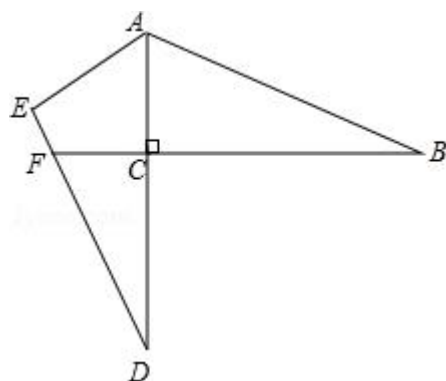
$$\therefore CD = \sqrt{5} - 1,$$

$$\because \angle FCD = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan D = \tan \angle CAB = \frac{CD}{CF} = 2,$$

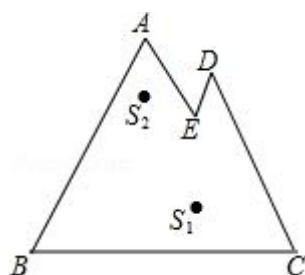
$$\therefore CF = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



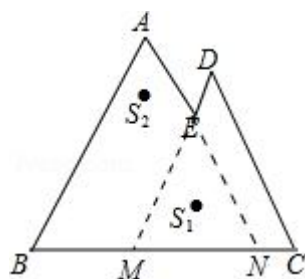
【点评】 本题考查了旋转的性质，解直角三角形，正确的画出图形是解题的关键.

18. (4分) 对于封闭的平面图形，如果图形上或图形内的点 S 到图形上的任意一点 P 之间的线段都在图形内或图形上，那么这样的点 S 称为“亮点”. 如图，对于封闭图形 $ABCDE$ ， S_1 是“亮点”， S_2 不是“亮点”，如果 $AB \parallel DE$ ， $AE \parallel DC$ ， $AB = 2$ ， $AE = 1$ ， $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，那么该图形中所有“亮点”组成的图形的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



【分析】 如图，延长 DE 交 BC 于点 M ，延长 AE 交 BC 于点 N . 由题意：该图形中所有“亮点”组成的图形是 $\triangle EMN$ ，证明 $\triangle EMN$ 是等边三角形，求出 EN 即可.

【解答】 解：如图，延长 DE 交 BC 于点 M ，延长 AE 交 BC 于点 N .



由题意：该图形中所有“亮点”组成的图形是 $\triangle EMN$ ，

$\because AB \parallel DE$ ， $AE \parallel DC$ ，

$\therefore \angle EMN = \angle B = 60^\circ$ ， $\angle ENM = \angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle EMN$ ， $\triangle ABN$ 是等边三角形，

$$\therefore AN = AB = 2,$$

$$\therefore AE = 1,$$

$$\therefore EN = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle EMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

【点评】 本题考查平行线的性质，等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）[请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. (10 分) 计算: $(\sin 30^\circ)^{-1} + |1 - \cot 30^\circ| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \frac{1}{\cos^2 45^\circ}.$

【分析】 本题涉及特殊角的三角函数值、负整数指数幂、绝对值、二次根式化简 4 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: $(\sin 30^\circ)^{-1} + |1 - \cot 30^\circ| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \frac{1}{\cos^2 45^\circ}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= 2 + \sqrt{3} - 1 + 1 - 2$$

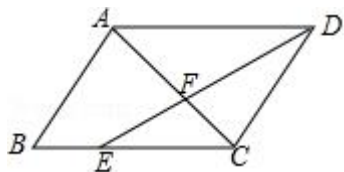
$$= \sqrt{3}.$$

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握特殊角的三角函数值、负整数指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. (10 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上， $CE = 2BE$ ， AC 、 DE 相交于点 F .

(1) 求 $DF:EF$ 的值;

(2) 如果 $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$.



【分析】 (1) 利用平行线分线段成比例定理即可解决问题;

(2) 利用三角形法则即可解决问题;

【解答】解：（1） $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{AD}{EC},$$

$$\because CE = 2BE,$$

$$\therefore \frac{BC}{EC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{3}{2}.$$

$$(2) \because CE = 2BE,$$

$$\therefore CE = \frac{2}{3}CB,$$

$$\therefore \overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = \frac{2}{3}\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CE},$$

$$\therefore \overrightarrow{ED} = \vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a},$$

$$\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{2}{5}ED,$$

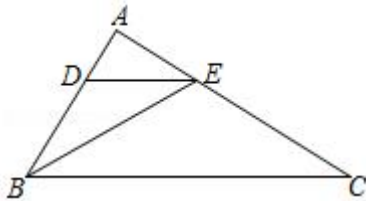
$$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{ED} = \frac{2}{5}(\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}) = \frac{2}{5}\vec{b} - \frac{4}{15}\vec{a}.$$

【点评】本题考查平行四边形的性质，平行线分线段成比例定理，平面向量等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

21. (10分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $AE^2 = AD \cdot AB$ ， $\angle ABE = \angle ACB$.

(1) 求证： $DE \parallel BC$;

(2) 如果 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 } DBCE} = 1 : 8$ ，求 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE}$ 的值.



【分析】(1) 根据已知条件得到 $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AE}$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle AED = \angle ABE$ ，

根据平行线的判定定理即可得到结论；

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$, 由已知条件得到 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$, 根

据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】(1) 证明: $\because AE^2 = AD \cdot AB$,

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AE},$$

又 $\because \angle EAD = \angle BAE$,

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABE,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABE,$$

$$\because \angle ABE = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB,$$

$$\therefore DE \parallel BC;$$

(2) 解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\text{四边形DBCE}}} = \frac{1}{8},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9},$$

$$\therefore \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{1}{2}.$$

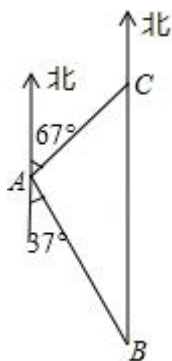
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

22. (10分) 如图, 在港口 A 的南偏东 37° 方向的海面上, 有一巡逻艇 B , A 、 B 相距 20 海里, 这时在巡逻艇的正北方向及港口 A 的北偏东 67° 方向上, 有一渔船 C 发生故障. 得

知这一情况后，巡逻艇以 25 海里/小时的速度前往救援，问巡逻艇能否在 1 小时内到达渔船 C 处？

(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$,

$\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$)



【分析】由已知可得 $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 67^\circ$ ， $\angle B = 37^\circ$ 且 $AB = 20$ 海里．要求 BC 的长，可以过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，先求出 CD 和 BD 的长，就可转化为运用三角函数解直角三角形．

【解答】解：过点 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为点 H ．

由题意，得 $\angle ACH = 67^\circ$ ， $\angle B = 37^\circ$ ， $AB = 20$ ．

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中，

$$\because \sin B = \frac{AH}{AB}, \therefore AH = AB \cdot \sin \angle B = 20 \times \sin 37^\circ \approx 12,$$

$$\because \cos B = \frac{BH}{AB}, \therefore BH = AB \cdot \cos \angle B = 20 \times \cos 37^\circ \approx 16,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中，

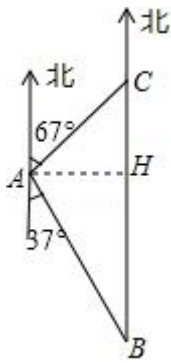
$$\because \tan \angle ACH = \frac{AH}{CH}, \therefore \tan \angle ACH = \frac{AH}{CH},$$

$$\therefore CH = \frac{AH}{\tan \angle ACH} = \frac{12}{\tan 67^\circ} \approx 5,$$

$$\because BC = BH + CH, \therefore BC \approx 16 + 5 = 21.$$

$$\because 21 \div 25 < 1,$$

所以，巡逻艇能在 1 小时内到达渔船 C 处．

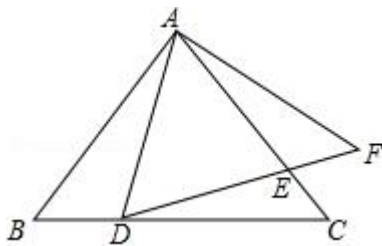


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是将一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线．

23. (12分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上，点 F 在 DE 的延长线上， $AD = AF$ ， $AE \cdot CE = DE \cdot EF$ ．

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ ；

(2) 如果 $AE \cdot BD = EF \cdot AF$ ，求证： $AB = AC$ ．



【分析】 (1) 由 $AE \cdot CE = DE \cdot EF$ ，推出 $\triangle AEF \sim \triangle DEC$ ，可得 $\angle F = \angle C$ ，再证明 $\angle ADF = \angle C$ ，即可解决问题；

(2) 欲证明 $AB = AC$ ，利用相似三角形的性质证明 $\angle B = \angle C$ 即可；

【解答】 证明：(1) $\because AD = AF$ ，

$$\therefore \angle ADF = \angle F,$$

$$\because AE \cdot CE = DE \cdot EF,$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{EF}{CE},$$

$$\text{又} \because \angle AEF = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DEC,$$

$$\therefore \angle F = \angle C,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle DAE = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACD.$$

$$(2) \because AE \cdot BD = EF \cdot AF,$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{EF}{BD},$$

$$\because AD = AF,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{EF}{BD},$$

$$\because \angle AEF = \angle EAD + \angle ADE, \angle ADB = \angle EAD + \angle C,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ADB,$$

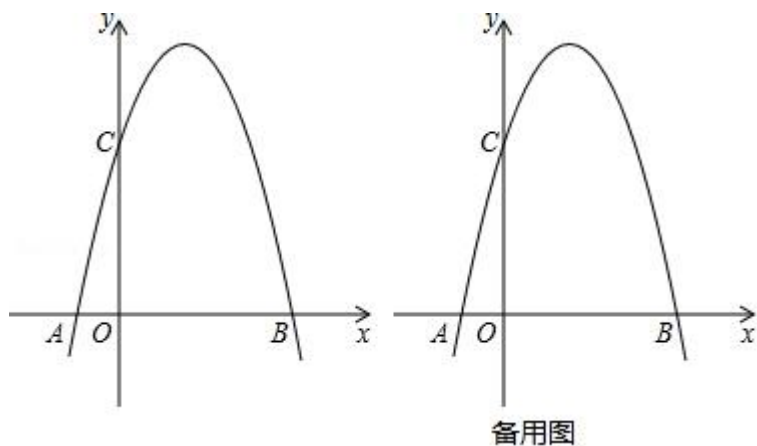
$$\therefore \angle F = \angle B,$$

$$\therefore \angle C = \angle B,$$

$$\therefore AB = AC.$$

【点评】 本题考查等腰三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y = -x^2$ 平移后经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，且平移后的抛物线与 y 轴交于点 C (如图).



(1) 求平移后的抛物线的表达式;

(2) 如果点 D 在线段 CB 上，且 $CD = \sqrt{2}$ ，求 $\angle CAD$ 的正弦值;

(3) 点 E 在 y 轴上且位于点 C 的上方，点 P 在直线 BC 上，点 Q 在平移后的抛物线上，如果四边形 $ECPQ$ 是菱形，求点 Q 的坐标.

【分析】 (1) 根据平移前后 a 的值不变，用待定系数法求解即可;

(2) 求出直线 BC 的解析式，确定点 D 的坐标，过点 D 作 $DM \perp AC$ ，过点 B 作 $BN \perp AC$ ，垂足分别为点 M 、 N ，运用面积法求出 BN ，再根据相似三角形的性质求出 DM ，根据直

角三角函数求解即可；

(3) 设点 Q 的坐标为 $(n, -n^2+3n+4)$ ，如果四边形 $ECPQ$ 是菱形，则 $n > 0$ ， $PQ \parallel y$ 轴， $PQ = PC$ ，点 P 的坐标为 $(n, -n+4)$ ，根据邻边相等列出方程即可求解。

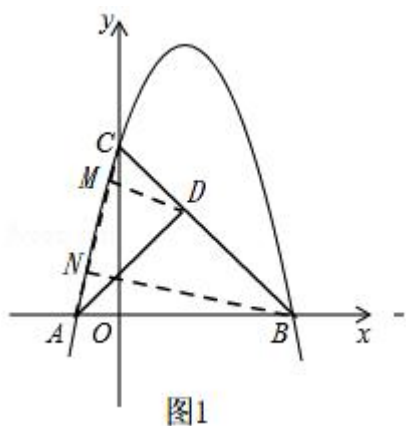
【解答】解：(1) 设平移后的抛物线的解析式为 $y = -x^2 + bx + c$ 。

将 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，代入得 $\begin{cases} -1-b+c=0 \\ -16+4b+c=0. \end{cases}$

解得： $\begin{cases} b=3 \\ c=4. \end{cases}$

所以， $y = -x^2 + 3x + 4$ 。

(2) 如图 1



$\because y = -x^2 + 3x + 4$ ， $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 4)$ 。

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + 4$ ，将 $B(4, 0)$ ，代入得 $kx + 4 = 0$ ，解得 $k = -1$ ，

$\therefore y = -x + 4$ 。

设点 D 的坐标为 $(m, 4 - m)$ 。

$\because CD = \sqrt{2}$ ， $\therefore 2 = 2m^2$ ，解得 $m = 1$ 或 $m = -1$ (舍去)，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, 3)$ 。

过点 D 作 $DM \perp AC$ ，过点 B 作 $BN \perp AC$ ，垂足分别为点 M 、 N 。

$\because \frac{1}{2}AC \cdot BN = \frac{1}{2}AB \cdot OC$ ，

$\therefore \sqrt{17} \cdot BN = 5 \times 4$ ，

$\therefore BN = \frac{20}{\sqrt{17}} = \frac{20\sqrt{17}}{17}$ 。

$\because DM \parallel BN$ ， $\therefore \frac{DM}{BN} = \frac{CD}{CB}$ ，

$\therefore \frac{DM}{BN} = \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ ，

$$\therefore DM = \frac{5\sqrt{17}}{17}.$$

$$\therefore \sin \angle CAD = \frac{DM}{AD} = \frac{5\sqrt{17}}{17} \times \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{221}}{221}.$$

(3) 如图 2

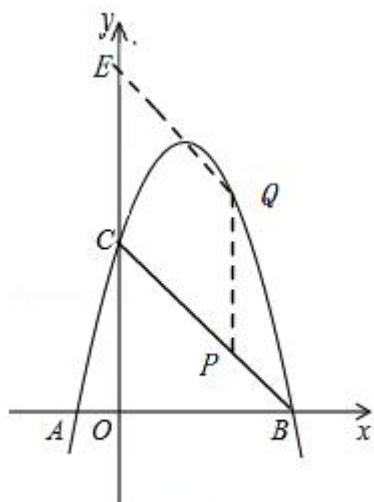


图2

设点 Q 的坐标为 $(n, -n^2+3n+4)$.

如果四边形 $ECPQ$ 是菱形, 则 $n > 0$, $PQ \parallel y$ 轴, $PQ = PC$, 点 P 的坐标为 $(n, -n+4)$.

$$\therefore PQ = -n^2+3n+4+n-4 = 4n-n^2, PC = \sqrt{2}n,$$

$$\therefore 4n-n^2 = \sqrt{2}n, \text{ 解得 } n=4-\sqrt{2} \text{ 或 } n=0 \text{ (舍)}.$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } (4-\sqrt{2}, 5\sqrt{2}-2).$$

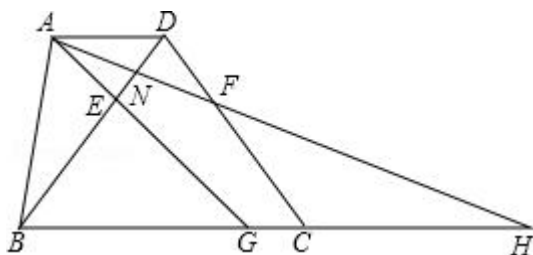
【点评】 此题主要考查二次函数综合问题, 会灵活运用待定系数法求抛物线, 直线的解析式, 会运用面积法, 相似三角形性质求相关线段, 会根据菱形性质确定顶点坐标是解题的关键.

25. (14 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 18$, $DB = DC = 15$, 点 E 、 F 分别在线段 BD 、 CD 上, $DE = DF = 5$. AE 的延长线交边 BC 于点 G , AF 交 BD 于点 N , 其延长线交 BC 的延长线于点 H .

(1) 求证: $BG = CH$;

(2) 设 $AD = x$, $\triangle ADN$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 联结 FG , 当 $\triangle HFG$ 与 $\triangle ADN$ 相似时, 求 AD 的长.



【分析】(1) 由 $AD \parallel BC$ 知 $\frac{AD}{BG} = \frac{DE}{EB}$, $\frac{AD}{CH} = \frac{DF}{FC}$, 结合 $DB = DC = 15$, $DE = DF = 5$ 知

$\frac{DE}{EB} = \frac{DF}{FC} = \frac{1}{2}$, 从而得 $\frac{AD}{BG} = \frac{AD}{CH}$, 据此可得答案;

(2) 作 $DP \perp BC$, $NQ \perp AD$, 求得 $BP = CP = 9$, $DP = 12$, 由 $\frac{AD}{BG} = \frac{DE}{EB} = \frac{1}{2}$ 知 $BG = CH =$

$2x$, $BH = 18 + 2x$, 根据 $\frac{AD}{BH} = \frac{DN}{NB}$ 得 $\frac{x}{18+2x+x} = \frac{DN}{NB+DN} = \frac{DN}{15}$, 即 $DN = \frac{5x}{x+6}$, 再根据 $\frac{NQ}{DN} = \frac{PD}{BD}$

知 $NQ = \frac{4x}{x+6}$, 由三角形的面积公式可得答案;

(3) 分 $\angle ADN = \angle FGH$ 和 $\angle ADN = \angle GFH$ 两种情况分别求解可得.

【解答】解: (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AD}{BG} = \frac{DE}{EB}, \frac{AD}{CH} = \frac{DF}{FC}.$$

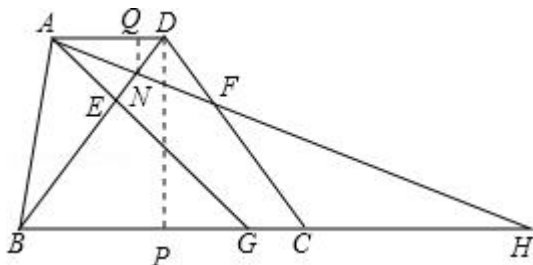
$$\because DB = DC = 15, DE = DF = 5,$$

$$\therefore \frac{DE}{EB} = \frac{DF}{FC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{BG} = \frac{AD}{CH}.$$

$$\therefore BG = CH.$$

(2) 过点 D 作 $DP \perp BC$, 过点 N 作 $NQ \perp AD$, 垂足分别为点 P 、 Q .



$$\because DB = DC = 15, BC = 18,$$

$$\therefore BP = CP = 9, DP = 12.$$

$$\therefore \frac{AD}{BG} = \frac{DE}{EB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BG = CH = 2x,$$

$$\therefore BH = 18 + 2x.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BH} = \frac{DN}{NB},$$

$$\therefore \frac{x}{18 + 2x} = \frac{DN}{NB},$$

$$\therefore \frac{x}{18 + 2x + x} = \frac{DN}{NB + DN} = \frac{DN}{15},$$

$$\therefore DN = \frac{5x}{x + 6}.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADN = \angle DBC,$$

$$\therefore \sin \angle ADN = \sin \angle DBC,$$

$$\therefore \frac{NQ}{DN} = \frac{PD}{BD},$$

$$\therefore NQ = \frac{4x}{x + 6}.$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} AD \cdot NQ = \frac{1}{2} x \cdot \frac{4x}{6 + x} = \frac{2x^2}{x + 6} \quad (0 < x \leq 9).$$

$$(3) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAN = \angle FHG.$$

$$(i) \text{ 当 } \angle ADN = \angle FGH \text{ 时,}$$

$$\because \angle ADN = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle FGH,$$

$$\therefore BD \parallel FG,$$

$$\therefore \frac{BG}{BC} = \frac{DF}{DC},$$

$$\therefore \frac{BG}{18} = \frac{5}{15},$$

$$\therefore BG = 6,$$

$$\therefore AD = 3.$$

$$(ii) \text{ 当 } \angle ADN = \angle GFH \text{ 时,}$$

$$\because \angle ADN = \angle DBC = \angle DCB,$$

$$\text{又 } \because \angle AND = \angle FGH,$$

$$\therefore \triangle ADN \sim \triangle FCG.$$

$$\therefore \frac{AD}{DN} = \frac{FC}{CG},$$

$$\therefore x \cdot (18 - 2x) = \frac{5x}{x+6} \cdot 10, \text{ 整理得 } x^2 - 3x - 29 = 0,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3+5\sqrt{5}}{2}, \text{ 或 } x = \frac{3-5\sqrt{5}}{2} \text{ (舍去)}.$$

综上所述, 当 $\triangle HFG$ 与 $\triangle ADN$ 相似时, AD 的长为 3 或 $\frac{3+5\sqrt{5}}{2}$.

【点评】 本题是相似三角形的综合问题, 解题的关键是掌握平行线分线段成比例定理及相似三角形的判定与性质、分类讨论思想的运用等知识点.