

2019 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分）

1. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 15$, 那么下列等式正确的是 ()

- A. $\sin A = \frac{8}{17}$ B. $\cos A = \frac{8}{15}$ C. $\tan A = \frac{8}{17}$ D. $\cot A = \frac{8}{15}$

2. (4 分) 已知线段 $MN = 4\text{cm}$, P 是线段 MN 的黄金分割点, $MP > NP$, 那么线段 MP 的长度等于 ()

- A. $(2\sqrt{5}+2)\text{cm}$ B. $(2\sqrt{5}-2)\text{cm}$ C. $(\sqrt{5}+1)\text{cm}$ D. $(\sqrt{5}-1)\text{cm}$

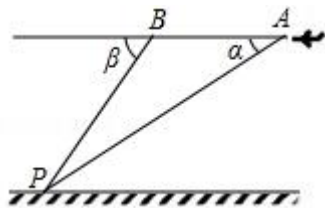
3. (4 分) 已知二次函数 $y = -(x+3)^2$, 那么这个二次函数的图象有 ()

- A. 最高点 $(3, 0)$ B. 最高点 $(-3, 0)$
C. 最低点 $(3, 0)$ D. 最低点 $(-3, 0)$

4. (4 分) 如果将抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 平移, 使它与抛物线 $y = x^2 + 1$ 重合, 那么平移的方式可以是 ()

- A. 向左平移 2 个单位, 向上平移 4 个单位
B. 向左平移 2 个单位, 向下平移 4 个单位
C. 向右平移 2 个单位, 向上平移 4 个单位
D. 向右平移 2 个单位, 向下平移 4 个单位

5. (4 分) 如图, 一架飞机在点 A 处测得水平地面上一个标志物 P 的俯角为 α , 水平飞行 m 千米后到达点 B 处, 又测得标志物 P 的俯角为 β , 那么此时飞机离地面的高度为 ()



- A. $\frac{m}{\cot \alpha - \cot \beta}$ 千米 B. $\frac{m}{\cot \beta - \cot \alpha}$ 千米
C. $\frac{m}{\tan \alpha - \tan \beta}$ 千米 D. $\frac{m}{\tan \beta - \tan \alpha}$ 千米

6. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中, 下列四个命题是真命题的个数共有 ()

- ①如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;
②如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;
③如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

④如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

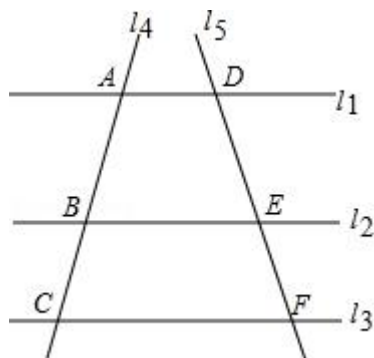
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分)

7. (4 分) 已知 $2x = 5y$, 那么 $\frac{x}{x+2y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 如果 $y = (k-3)x^2 + k(x-3)$ 是二次函数, 那么 k 需满足的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4 分) 如图, 已知直线 l_1, l_2, l_3 分别交直线 l_4 于点 A, B, C , 交直线 l_5 于点 D, E, F , 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB = 6$, $BC = 4$, $DF = 15$, 那么线段 DE 的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



10. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 2cm^2 , $\triangle DEF$ 的面积为 8cm^2 , 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

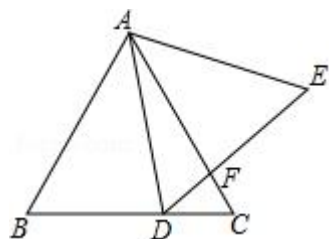
11. (4 分) 已知向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, $|\vec{a}| = 4$, 那么向量 $\vec{a}$ 用单位向量 $\vec{e}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 已知某斜面的坡度为 $1 : \sqrt{3}$, 那么这个斜面的坡角等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

13. (4 分) 如果抛物线经过点 $A(2, 5)$ 和点 $B(-4, 5)$, 那么这条抛物线的对称轴是直线 $\underline{\hspace{2cm}}$.

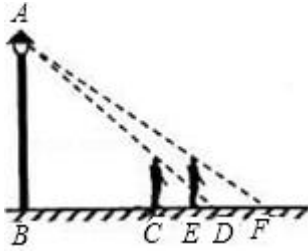
14. (4 分) 已知点 $A(-5, m)$ 、 $B(-3, n)$ 都在二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}$ 的图象上, 那么 m 、 n 的大小关系是: $m \underline{\hspace{1cm}} n$. (填 “>”、“=” 或 “<”)

15. (4 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 点 D 在边 BC 上, 且 $BD = 4$, $CD = 2$, 那么 $AF = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 我们把对称轴相同的抛物线叫做同轴抛物线. 已知抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 的顶点为 M , 它的某条同轴抛物线的顶点为 N , 且点 N 在点 M 的下方, $MN = 10$, 那么点 N 的坐标是_____.

17. (4分) 如图, 已知花丛中的电线杆 AB 上有一盏路灯 A . 灯光下, 小明在点 C 处时, 测得他的影长 $CD = 3$ 米, 他沿 BC 方向行走走到点 E 处时, $CE = 2$ 米, 测得他的影长 $EF = 4$ 米, 如果小明的身高为 1.6 米, 那么电线杆 AB 的高度等于_____米.



18. (4分) 将矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 AP 折叠, 使点 D 落在原矩形 $ABCD$ 的边 BC 上的点 E 处, 如果 $\angle AED$ 的余弦值为 $\frac{3}{5}$, 那么 $\frac{AB}{BC} =$ _____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

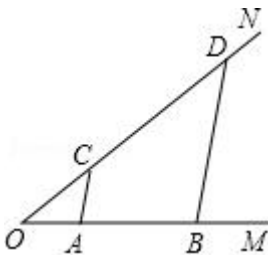
19. (10分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 的图象与 x 轴相交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴相交于点 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (10分) 如图, 已知点 A, B 在射线 OM 上, 点 C, D 在射线 ON 上, $AC \parallel BD$, $\frac{OA}{AB} = \frac{1}{2}$,

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OC} = \vec{b}.$$

(1) 求向量 $\overrightarrow{BD}$ 关于 $\vec{a}, \vec{b}$ 的分解式;

(2) 求作向量 $2\vec{a} - \vec{b}$. (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)

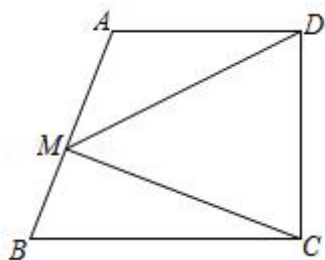


21. (10分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD \perp CD$, M 为腰 AB 上一动点, 联结 MC, MD , $AD = 10$, $BC = 15$, $\cot B = \frac{5}{12}$.

(1) 求线段 CD 的长.

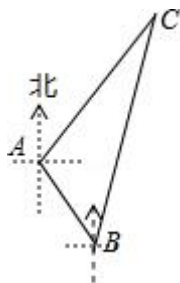
(2) 设线段 BM 的长为 x , $\triangle CDM$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的

定义域.



22. (10分) “雪龙”号考察船在某海域进行科考活动, 在点 A 处测得小岛 C 在它的东北方向上, 它沿南偏东 37° 方向航行 2 海里到达点 B 处, 又测得小岛 C 在它的北偏东 23° 方向上 (如图所示), 求 “雪龙” 号考察船在点 B 处与小岛 C 之间的距离.

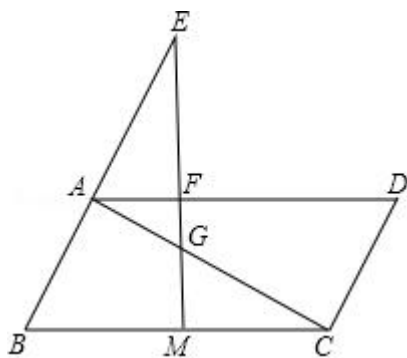
(参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



23. (12分) 已知, 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 是 BC 边的中点, E 是边 BA 延长线上的一点, 联结 EM , 分别交线段 AD 于点 F 、 AC 于点 G .

(1) 求证: $\frac{GF}{GM} = \frac{EF}{EM}$;

(2) 当 $BC^2 = 2BA \cdot BE$ 时, 求证: $\angle EMB = \angle ACD$.

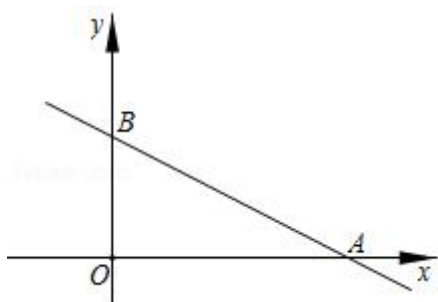


24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴相交于点 A , 与 y 轴相交于点 B , 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 经过点 A 和点 B , 并与 x 轴相交于另一点 C , 对称轴与 x 轴相交于点 D .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求证: $\triangle BOD \sim \triangle AOB$;

(3) 如果点 P 在线段 AB 上, 且 $\angle BCP = \angle DBO$, 求点 P 的坐标.

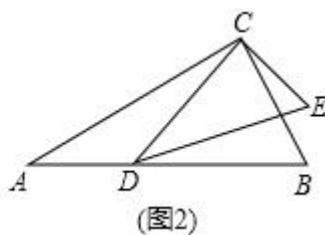
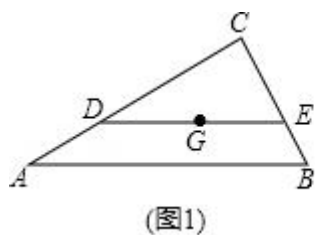


25. (14 分) 将大小两把含 30° 角的直角三角尺按如图 1 位置摆放, 即大小直角三角尺的直角顶点 C 重合, 小三角尺的顶点 D 、 E 分别在大三角尺的直角边 AC 、 BC 上, 此时小三角尺的斜边 DE 恰好经过大三角尺的重心 G . 已知 $\angle A = \angle CDE = 30^\circ$, $AB = 12$.

(1) 求小三角尺的直角边 CD 的长;

(2) 将小三角尺绕点 C 逆时针旋转, 当点 D 第一次落在大三角尺的边 AB 上时(如图 2), 求点 B 、 E 之间的距离;

(3) 在小三角尺绕点 C 旋转的过程中, 当直线 DE 经过点 A 时, 求 $\angle BAE$ 的正弦值.



2019 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分）

1. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 15$ ，那么下列等式正确的是（ ）

A. $\sin A = \frac{8}{17}$ B. $\cos A = \frac{8}{15}$ C. $\tan A = \frac{8}{17}$ D. $\cot A = \frac{8}{15}$

【分析】依据 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 15$ ，即可得到 $AB = 17$ ，进而根据锐角三角函数的定义进行计算，可得出正确结论.

【解答】解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 15$ ，

$\therefore$ 由勾股定理可得 $AB = 17$ ，

$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$ ，故 A 选项错误；

$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{17}$ ，故 B 选项错误；

$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{8}$ ，故 C 选项错误；

$\cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{15}$ ，故 D 选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查的是锐角三角函数的定义，我们把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$. 锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$. 锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ 的正切，记作 $\tan A$.

2. (4 分) 已知线段 $MN = 4\text{cm}$ ， P 是线段 MN 的黄金分割点， $MP > NP$ ，那么线段 MP 的长度等于（ ）

A. $(2\sqrt{5}+2)\text{cm}$ B. $(2\sqrt{5}-2)\text{cm}$ C. $(\sqrt{5}+1)\text{cm}$ D. $(\sqrt{5}-1)\text{cm}$

【分析】根据黄金分割的概念得到 $MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN$ ，把 $MN = 4\text{cm}$ 代入计算即可.

【解答】解： $MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN$
 $= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 4$
 $= 2\sqrt{5}-2(\text{cm}).$

故线段 MP 的长度等于 $(2\sqrt{5}-2)\text{cm}$.

故选：B.

【点评】 本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍。

3. (4分) 已知二次函数 $y = -(x+3)^2$, 那么这个二次函数的图象有()
- A. 最高点 (3, 0)
- B. 最高点 (-3, 0)
- C. 最低点 (3, 0)
- D. 最低点 (-3, 0)

【分析】 根据当 $a < 0$ 时, 二次函数图象有最高点解答.

【解答】解：在二次函数 $y = -(x+3)^2$ 中， $a = -1 < 0$ ，
∴ 这个二次函数的图象有最高点 $(-3, 0)$ ，

故迭: B .

【点评】 本题考查的是二次函数的图象和性质，掌握当 $a < 0$ 时，二次函数图象有最高点
是解题的关键。

4. (4 分) 如果将抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 平移, 使它与抛物线 $y = x^2 + 1$ 重合, 那么平移的方式可以是 ()
- A. 向左平移 2 个单位, 向上平移 4 个单位
- B. 向左平移 2 个单位, 向下平移 4 个单位
- C. 向右平移 2 个单位, 向上平移 4 个单位
- D. 向右平移 2 个单位, 向下平移 4 个单位

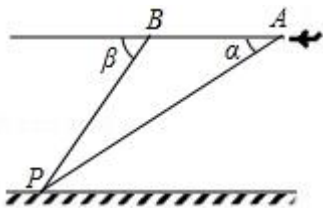
【分析】 根据平移前后的抛物线的顶点坐标确定平移方法即可得解.

【解答】解：∵ 抛物线 $y = x^2 + 4x + 1 = (x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标为 $(-2, 3)$ ，抛物线 $y = x^2 + 1$ 的顶点坐标为 $(0, 1)$ ，
∴ 顶点由 $(-2, 3)$ 到 $(0, 1)$ 需要向右平移 2 个单位再向上平移 4 个单位。

故选: C.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，此类题目，利用顶点的变化确定抛物线解析式更简便.

5. (4分) 如图, 一架飞机在点 A 处测得水平地面上一个标志物 P 的俯角为 α , 水平飞行 m 千米后到达点 B 处, 又测得标志物 P 的俯角为 β , 那么此时飞机离地面的高度为 ()



A. $\frac{m}{\cot \alpha - \cot \beta}$ 千米

B. $\frac{m}{\cot \beta - \cot \alpha}$ 千米

C. $\frac{m}{\tan \alpha - \tan \beta}$ 千米

D. $\frac{m}{\tan \beta - \tan \alpha}$ 千米

【分析】根据题意，作出合适的辅助线，然后根据锐角三角函数即可表示出此时飞机离地面的高度.

【解答】解：作 $PC \perp AB$ 交 AB 于点 C ，如右图所示，

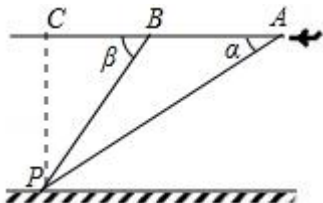
$$AC = \frac{PC}{\tan \alpha}, \quad BC = \frac{PC}{\tan \beta},$$

$$\because m = AC - BC,$$

$$\therefore m = \frac{PC}{\tan \alpha} - \frac{PC}{\tan \beta},$$

$$\therefore PC = \frac{m}{\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta}} = \frac{m}{\cot \alpha - \cot \beta},$$

故选：A.



【点评】本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，解答本题的关键是明确题意，利用锐角三角函数解答，注意 $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$.

6. (4分) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，下列四个命题是真命题的个数共有 ()

①如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

②如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

③如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

④如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似;

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【分析】根据相似三角形的判定定理判断即可.

【解答】解：①如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似；故错误；

②如果 $\angle A = \angle D$, $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似；故正确；

③如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似；故正确；

④如果 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似；故正确；

故选：C.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和判定，熟记相似三角形的判定定理是解题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分）

7. (4 分) 已知 $2x = 5y$, 那么 $\frac{x}{x+2y} = \frac{5}{9}$.

【分析】直接根据已知用同一未知数表示出各数，进而得出答案.

【解答】解： $\because 2x = 5y$,

$\therefore$ 设 $x = 5a$, 则 $y = 2a$,

那么 $\frac{x}{x+2y} = \frac{5a}{5a+4a} = \frac{5}{9}$.

故答案为： $\frac{5}{9}$.

【点评】此题主要考查了比例的性质，正确表示出 x, y 的值是解题关键.

8. (4 分) 如果 $y = (k-3)x^2 + k(x-3)$ 是二次函数，那么 k 需满足的条件是 $k \neq 3$.

【分析】直接利用二次函数的定义分析得出答案.

【解答】解： $\because y = (k-3)x^2 + k(x-3)$ 是二次函数，

$\therefore k-3 \neq 0$,

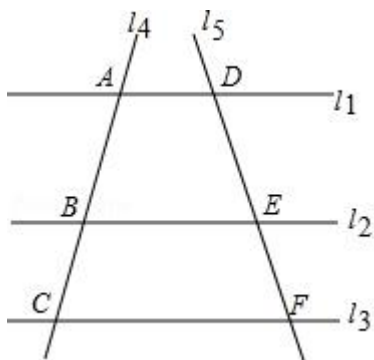
解得： $k \neq 3$,

$\therefore k$ 需满足的条件是： $k \neq 3$,

故答案为： $k \neq 3$.

【点评】此题主要考查了二次函数的定义，正确把握二次函数的定义是解题关键.

9. (4 分) 如图，已知直线 l_1, l_2, l_3 分别交直线 l_4 于点 A, B, C ，交直线 l_5 于点 D, E, F ，且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB = 6$, $BC = 4$, $DF = 15$ ，那么线段 DE 的长等于 9 .



【分析】利用平行线分线段成比例定理得到 $\frac{6}{4} = \frac{DE}{EF}$ ，利用比例的性质得到 $\frac{DE}{15} = \frac{3}{5}$ ，从而可计算出 DE 的长．

【解答】解：∵ $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}, \text{ 即 } \frac{6}{4} = \frac{DE}{EF},$$

$$\frac{DE}{DE+EF} = \frac{6}{6+4}, \text{ 即 } \frac{DE}{15} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DE = 9.$$

故答案为 9．

【点评】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．

10. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 2cm^2 ， $\triangle DEF$ 的面积为 8cm^2 ，那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 1: 2．

【分析】根据题意求出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比，根据相似三角形的性质解答．

【解答】解： $\triangle ABC$ 的面积为 2cm^2 ， $\triangle DEF$ 的面积为 8cm^2 ，

∴ $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为 1: 4，

∵ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，

∴ $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 1: 2，

故答案为：1: 2．

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键．

11. (4 分) 已知向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反， $|\vec{a}| = 4$ ，那么向量 $\vec{a}$ 用单位向量 $\vec{e}$ 表示为 $-4\vec{e}$ ．

【分析】由向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反，且长度为 4，根据向量的定义，即可求得答

案.

【解答】解：∵向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反， $|\vec{a}|=4$ ，

$$\therefore \vec{a} = -4\vec{e}.$$

故答案是： $-4\vec{e}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单，注意掌握单位向量的知识.

12. (4分) 已知某斜面的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，那么这个斜面的坡角等于 30 度.

【分析】坡度等于坡角的正切值. 根据特殊角的三角函数值解答.

【解答】解：设该斜面坡角为 α ，

∵某斜面的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

故答案为：30.

【点评】本题考查解直角三角形的应用-坡度坡角问题，解题的关键是掌握坡度的定义以及坡度与坡角之间的关系. 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比，它是一个比值，反映了斜坡的陡峭程度，一般用 i 表示，常写成 $i=1:m$ 的形式. 把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角，坡度 i 与坡角 α 之间的关系为： $i=\tan\alpha$.

13. (4分) 如果抛物线经过点 $A(2, 5)$ 和点 $B(-4, 5)$ ，那么这条抛物线的对称轴是直线 $x = -1$.

【分析】根据点 A, B 的坐标，利用二次函数的性质可求出抛物线的对称轴，此题得解.

【解答】解：∵抛物线经过点 $A(2, 5)$ 和点 $B(-4, 5)$ ，

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为直线 } x = \frac{2-4}{2} = -1.$$

故答案为： $x = -1$.

【点评】本题考查了二次函数的性质，根据抛物线的对称性，找出抛物线的对称轴是解题的关键.

14. (4分) 已知点 $A(-5, m)$ 、 $B(-3, n)$ 都在二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}$ 的图象上，那么 m 、 n 的大小关系是： m $>$ n . (填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”)

【分析】先利用二次函数的性质得到抛物线的对称轴为 y 轴，然后根据二次函数的性质解决问题.

【解答】解：抛物线的对称轴为 y 轴，

而抛物线开口向上，

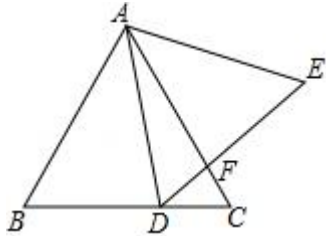
所以当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，

所以 $m > n$ ．

故答案为 $>$ ．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．也考查了二次函数的性质．

15. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，点 D 在边 BC 上，且 $BD = 4$ ， $CD = 2$ ，那么 $AF = \frac{14}{3}$ ．



【分析】依据 $\angle B = \angle C$ ， $\angle BAD = \angle CDF$ ，即可判定 $\triangle ABD \sim \triangle DCF$ ，进而得出 $\frac{CF}{BD} = \frac{CD}{BA}$ ，

求得 $CF = \frac{4}{3}$ ，即可得到 AF 的长．

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形， $BD = 4$ ， $CD = 2$ ，

$$\therefore AB = AC = 6, \quad \angle B = \angle C = \angle ADF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB + \angle BAD = \angle ADB + \angle CDF = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CDF,$$

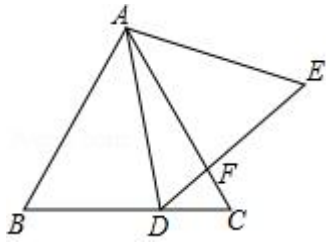
$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore \frac{CF}{BD} = \frac{CD}{BA}, \text{ 即 } \frac{CF}{4} = \frac{2}{6},$$

$$\text{解得 } CF = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AF = AC - CF = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3},$$

故答案为： $\frac{14}{3}$ ．



【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用．

16. (4 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，我们把对称轴相同的抛物线叫做同轴抛物线．已知抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 的顶点为 M ，它的某条同轴抛物线的顶点为 N ，且点 N 在点 M 的下方， $MN = 10$ ，那么点 N 的坐标是 $(3, -1)$ ．

【分析】 把解析式化成顶点式，求得顶点 M 的坐标，然后根据题意即可求得 N 的坐标．

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 6x = -(x - 3)^2 + 9$ ，

$\therefore M(3, 9)$ ，

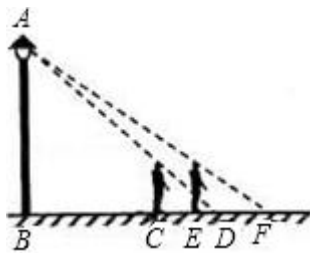
$\because$ 点 N 在点 M 的下方， $MN = 10$ ，

$\therefore N(3, -1)$ ，

故答案为 $(3, -1)$ ．

【点评】 本题考查了二次函数的性质，还考查了二次函数图象与几何变换，求得 M 点的坐标是解题的关键．

17. (4 分) 如图，已知花丛中的电线杆 AB 上有一盏路灯 A ．灯光下，小明在点 C 处时，测得他的影长 $CD = 3$ 米，他沿 BC 方向行走走到点 E 处时， $CE = 2$ 米，测得他的影长 $EF = 4$ 米，如果小明的身高为 1.6 米，那么电线杆 AB 的高度等于 4.8 米．



【分析】 如图，证明 $\triangle DC' C \sim \triangle DAB$ 得到 $\frac{1.6}{AB} = \frac{3}{BC+3}$ ，证明 $\triangle FE' E \sim \triangle FAB$ 得到 $\frac{1.6}{AB} = \frac{4}{BC+2+4}$ ，然后解关于 AB 和 BC 的方程组即可．

【解答】 解： 如图， $\because CC' \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle DC' C \sim \triangle DAB$ ，

$$\therefore \frac{C'C}{AB} = \frac{DC}{DB}, \text{ 即 } \frac{1.6}{AB} = \frac{3}{BC+3} \text{ ①},$$

$$\because EE' \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle FE'E \sim \triangle FAB,$$

$$\therefore \frac{E'E}{AB} = \frac{EF}{BF}, \text{ 即 } \frac{1.6}{AB} = \frac{4}{BC+2+4} \text{ ②},$$

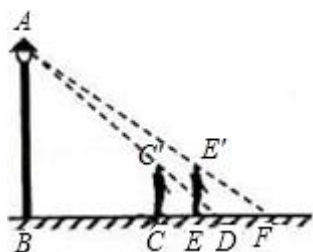
$$\text{①} - \text{②} \text{ 得 } \frac{3}{BC+3} = \frac{4}{BC+2+4}, \text{ 解得 } BC = 6,$$

$$\therefore \frac{1.6}{AB} = \frac{3}{6+3},$$

$$\therefore AB = 4.8.$$

即电线杆 AB 的高度等于 $4.8m$.

故答案为 4.8 .



【点评】 本题看了相似三角形的应用：利用杆或直尺测量物体的高度就是利用杆或直尺的高（长）作为三角形的边，利用视点和盲区的知识构建相似三角形，用相似三角形对应边的比相等的性质求物体的高度。

18. (4分) 将矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 AP 折叠，使点 D 落在原矩形 $ABCD$ 的边 BC 上的点 E 处，如果 $\angle AED$ 的余弦值为 $\frac{3}{5}$ ，那么 $\frac{AB}{BC} = \frac{24}{25}$ 。

【分析】 设 $EF = 3a$ ， $AE = 5a$ ，则 $AD = BC = 5a$ ，利用射影定理可得 $PF = \frac{9}{4}a$ ，利用勾股定理可得 $DP = \frac{15}{4}a$ ，再根据 $\triangle ABE \sim \triangle ECP$ ，即可得到 $\frac{BE}{CP} = \frac{AE}{EP}$ ，进而得出 $AB = \frac{24}{5}a$ ，据此可得 $\frac{AB}{BC}$ 的值。

【解答】 解：如图所示，由折叠可得， AP 垂直平分 DE ， $\angle ADP = \angle AEP = 90^\circ$ ，

$$\because \angle AED \text{ 的余弦值为 } \frac{3}{5},$$

$$\therefore \text{可设 } EF = 3a, AE = 5a, \text{ 则 } AD = BC = 5a,$$

$$\because \text{Rt} \triangle AEP \text{ 中, } EF \perp AP,$$

$$\therefore EF^2 = AF \times PF, \text{ 即 } PF = \frac{EF^2}{AF} = \frac{9}{4}a,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADP \text{ 中, } DP = \sqrt{AP^2 - AD^2} = \frac{15}{4}a,$$

$$\therefore PE = \frac{15}{4}a,$$

$$\text{设 } AB = CD = x, \text{ 则 } CP = x - \frac{15}{4}a, BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - x^2},$$

由 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $\angle BAE = \angle CEP$, 可得 $\triangle ABE \sim \triangle ECP$,

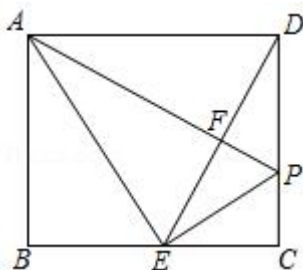
$$\therefore \frac{BE}{CP} = \frac{AE}{EP}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{25a^2 - x^2}}{x - \frac{15}{4}a} = \frac{5a}{\frac{15}{4}a},$$

$$\text{解得 } x = \frac{24}{5}a,$$

$$\therefore AB = \frac{24}{5}a,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{24}{5}a}{5a} = \frac{24}{25},$$

故答案为: $\frac{24}{25}$.



【点评】 本题主要考查了矩形的性质, 折叠的性质以及相似三角形的判定与性质的运用, 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 的图象与 x 轴相交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴相交于点 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【分析】 根据题目中的函数解析式可以求得点 A 、 B 、 C 的坐标, 从而可以求得 $\triangle ABC$ 的面积, 本题得以解决.

【解答】 解: $\because$ 二次函数 $y = 2x^2 - 12x + 10$,

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $y = 10$, 当 $y = 0$ 时, $x = 1$ 或 $x = 5$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B 的坐标为 $(5, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 10)$,

$\therefore AB = 5 - 1 = 4$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积是: $\frac{4 \times 10}{2} = 20$.

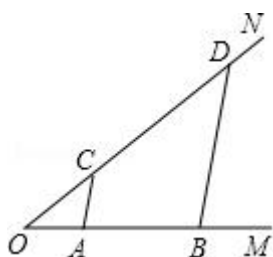
【点评】 本题考查抛物线与 x 轴的交点, 解答本题的关键是明确题意, 利用二次函数的性质解答.

20. (10 分) 如图, 已知点 A 、 B 在射线 OM 上, 点 C 、 D 在射线 ON 上, $AC \parallel BD$, $\frac{OA}{AB} = \frac{1}{2}$,

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OC} = \vec{b}.$$

(1) 求向量 $\overrightarrow{BD}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式;

(2) 求作向量 $2\vec{a} - \vec{b}$. (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)



【分析】 (1) 由三角形法则知 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$, 根据 $AC \parallel BD$, $\frac{OA}{AB} = \frac{1}{2}$ 知 $\frac{AC}{BD} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3}$, 即 $BD = 3AC$, 据此可得答案;

(2) 作 $CF \parallel OB$ 交 BD 于点 F , 作 $AE \parallel OC$ 交 CF 于点 E , 据此知 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OC} = \vec{b}$, 由 $AB = 2OA$ 知 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OA} = 2\vec{a}$, 再利用三角形法则即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\because \overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OC} = \vec{b}$.

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}.$$

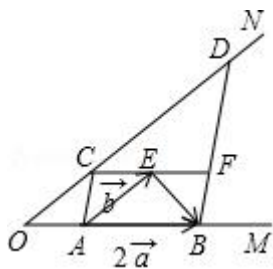
$$\because AC \parallel BD, \frac{OA}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3},$$

则 $BD = 3AC$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{AC} = 3\vec{b} - 3\vec{a};$$

(2) 如图所示, $\overrightarrow{EB} = 2\vec{a} - \vec{b}$

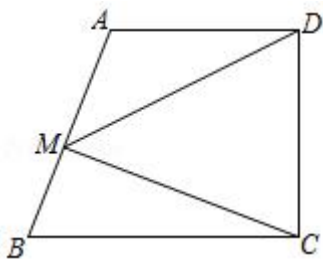


【点评】 本题主要考查作图 - 复杂作图，解题的关键是掌握平面向量的三角形法则和平行四边形法则等知识点.

21. (10 分) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp CD$ ， M 为腰 AB 上一动点，联结 MC 、 MD ， $AD = 10$ ， $BC = 15$ ， $\cot B = \frac{5}{12}$.

(1) 求线段 CD 的长.

(2) 设线段 BM 的长为 x ， $\triangle CDM$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域.



【分析】(1) 如图，作 $AH \perp BC$ 于 H . 则四边形 $AHCD$ 是矩形，在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中求出 AH 即可解决问题；

(2) 作 $ME \perp CD$ 于 E ， $MF \perp BC$ 于 F ，则四边形 $MECF$ 是矩形. 解直角三角形求出 BF ，根据 $y = \frac{1}{2} \times CD \times ME$ ，列出关系式即可；

【解答】解：(1) 如图，作 $AH \perp BC$ 于 H .

$\because AD \parallel BC$ ， $AD \perp CD$ ，

$\therefore CD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle DCH = \angle AHC = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $AHCD$ 是矩形，

$\therefore AD = CH = 10$ ， $AH = CD$ ，

$\because BC = 15$ ，

$\therefore BH = BC - HC = 5$ ，

$$\because \cot B = \frac{BH}{AH} = \frac{5}{12},$$

$$\therefore AH = 12,$$

$$\therefore CD = AH = 12.$$

(2) 作 $ME \perp CD$ 于 E , $MF \perp BC$ 于 F , 则四边形 $MECF$ 是矩形.

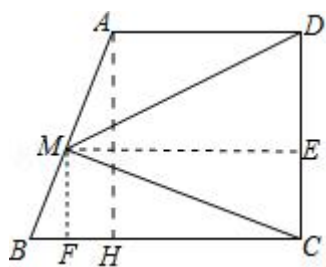
在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\because BH = 5, AH = 12$,

$$\therefore AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\because BM = x,$$

$$\therefore BF = \frac{5}{13}x, CF = EM = 12 - \frac{5}{13}x,$$

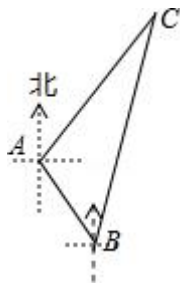
$$\therefore y = \frac{1}{2} \times CD \times ME = \frac{1}{2} \times 12 \times \left(12 - \frac{5}{13}x\right) = 72 - \frac{30}{13}x \quad (0 \leq x \leq 12).$$



【点评】 本题考查直角梯形的性质, 解直角三角形, 三角形的面积等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

22. (10分) “雪龙”号考察船在某海域进行科考活动, 在点 A 处测得小岛 C 在它的东北方向上, 它沿南偏东 37° 方向航行 2 海里到达点 B 处, 又测得小岛 C 在它的北偏东 23° 方向上 (如图所示), 求 “雪龙” 号考察船在点 B 处与小岛 C 之间的距离.

(参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【分析】 由已知方位角, 根据平行线的性质、角的和差关系及三角形的内角和定理可得 $\angle CAB$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle C$ 的度数. 过点 A 作 $AM \perp BC$, 构造直角 $\triangle ABM$ 和直角 $\triangle CAM$, 利用直角三角形的边角关系, 可求出线段 AM 、 CM 、 BM 的长, 从而问题得解.

【解答】解：过点 A 作 $AM \perp BC$ ，垂足为 M 。

由题意知： $AB = 2$ 海里， $\angle NAC = \angle CAE = 45^\circ$ ，

$\angle SAB = 37^\circ$ ， $\angle DBC = 23^\circ$ ，

$\therefore \angle SAB = 37^\circ$ ， $DB \parallel AS$ ，

$\therefore \angle DBA = 37^\circ$ ， $\angle EAB = 90^\circ - \angle SAB = 53^\circ$ 。

$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 37^\circ + 23^\circ = 60^\circ$ ，

$\angle CAB = \angle EAB + \angle CAE = 53^\circ + 45^\circ = 98^\circ$ 。

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 180^\circ - 98^\circ - 60^\circ = 22^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle AMB$ 中， $\because AB = 2$ 海里， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

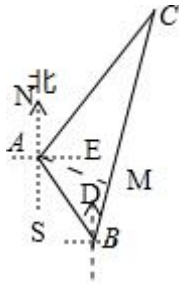
$\therefore BM = 1$ 海里， $AM = \sqrt{3}$ 海里。

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中， $\tan C = \frac{AM}{CM}$ ，

$\therefore CM = \frac{AM}{\tan 22^\circ} \approx \frac{\sqrt{3}}{0.40} \approx \frac{1.7}{0.40} = 4.25$ （海里）

$\therefore CB = CM + BM = 4.25 + 1 = 5.25$ （海里）

答：“雪龙”号考察船在点 B 处与小岛 C 之间的距离为 5.25 海里。

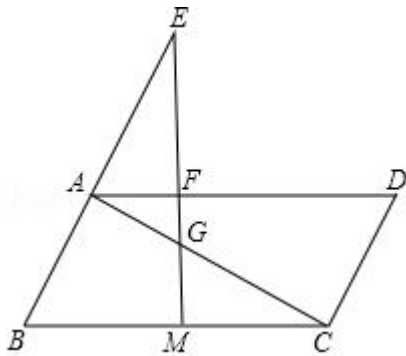


【点评】本题主要考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题。解决本题的关键是作垂线构造直角三角形，利用直角三角形的边角间关系求解。

23.（12分）已知，如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， M 是 BC 边的中点， E 是边 BA 延长线上的一点，联结 EM ，分别交线段 AD 于点 F 、 AC 于点 G 。

（1）求证： $\frac{GF}{GM} = \frac{EF}{EM}$ ；

（2）当 $BC^2 = 2BA \cdot BE$ 时，求证： $\angle EMB = \angle ACD$ 。



【分析】(1) 由 $AD \parallel BC$, 推出 $\frac{FG}{CM} = \frac{AF}{CM}$, $\frac{AF}{BM} = \frac{EF}{EM}$, 由 $CM = BM$, 可得 $\frac{FG}{GM} = \frac{AF}{BM}$, 即可推出 $\frac{GF}{GM} = \frac{EF}{EM}$;

(2) 只要证明 $\triangle BCA \sim \triangle BEM$, 可得 $\angle BME = \angle BAC$, 再证明 $\angle ACD = \angle BAC$, 即可解决问题;

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$$\therefore \frac{FG}{CM} = \frac{AF}{CM}, \frac{AF}{BM} = \frac{EF}{EM},$$

$\because CM = BM$,

$$\therefore \frac{FG}{GM} = \frac{AF}{BM},$$

$$\therefore \frac{GF}{GM} = \frac{EF}{EM}.$$

(2) $\because BC^2 = 2BA \cdot BE$,

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{BA}{\frac{1}{2}BC} = \frac{BA}{BM},$$

$\because \angle B = \angle B$,

$\therefore \triangle BCA \sim \triangle BEM$,

$\therefore \angle BME = \angle BAC$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ACD = \angle BAC$,

$\therefore \angle EMB = \angle ACD$.

【点评】 本题考查平行四边形的性质, 相似三角形的判定和性质, 平行线分线段成比例

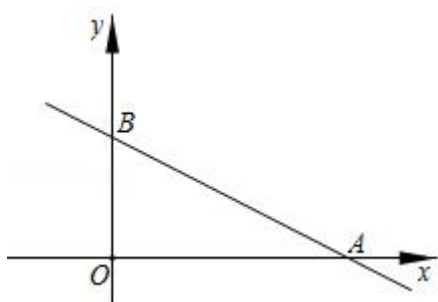
定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

24. (12分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 经过点 A 和点 B ，并与 x 轴相交于另一点 C ，对称轴与 x 轴相交于点 D ．

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 求证： $\triangle BOD \sim \triangle AOB$ ；

(3) 如果点 P 在线段 AB 上，且 $\angle BCP = \angle DBO$ ，求点 P 的坐标．



【分析】(1) 利用直线表达式求出点 A 、 B 的坐标，把这两个点的坐标代入二次函数表达式即可求解；

(2) 利用两个三角形夹角相等、夹边成比例，即可证明 $\triangle BOD \sim \triangle AOB$ ；

(3) 证明 $\triangle BCP \sim \triangle BAC$ ，则 $\frac{BP}{BC} = \frac{BC}{BA}$ ，求出 BP 的长度，即可求解．

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 经过点 A 和点 B ，点 B 在 y 轴上，

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时， $y = 4$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 4)$ ，

$\because$ 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，

$\therefore b = 4$ ，

$\therefore$ 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ ，

当 $y = 0$ 时， $x = 8$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(8, 0)$ ，

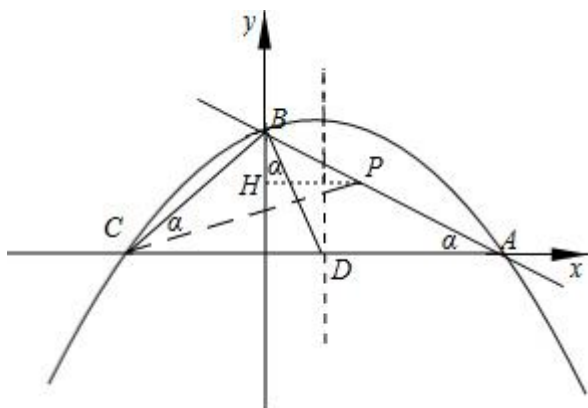
$\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 经过点 A 和点 B ，

$\therefore a \times 8^2 - 4a \times 8 + 4 = 0$ ，解得， $a = -\frac{1}{8}$ ，

$\therefore$ 抛物线 $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + 4$ ；

(2) 证明: $\because y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + 4 = -\frac{1}{8}(x-2)^2 + \frac{9}{2}$, 该抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 D ,

令 $y=0$, 解得: $x = -4$ 和 8 , 则点 C 的坐标为 $(-4, 0)$, 即: $OC = 4$,



$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(2, 0)$, $\therefore OD = 2$,

$\because$ 点 $B(0, 4)$,

$\therefore OB = 4$,

$\because$ 点 $A(8, 0)$,

$\therefore OA = 8$,

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{1}{2}, \quad \frac{OB}{OA} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{OB}{OA},$$

$\because \angle BOD = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BOD \sim \triangle AOB$;

(3) 连接 CP , $\because \triangle BOD \sim \triangle AOB$,

$\therefore \angle OBD = \angle BAO = \alpha$, $\angle BCP = \angle DBO = \alpha$,

$\therefore \angle BCP = \angle BAO = \alpha$, 而 $\angle CPB = \angle CBP$,

$\therefore \triangle BCP \sim \triangle BAC$, 则 $\frac{BP}{BC} = \frac{BC}{BA}$,

其中, $BC = 4\sqrt{2}$, $AB = 4\sqrt{5}$, 代入上式并解得: $BP = \frac{8}{\sqrt{5}}$,

过点 P 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 H ,

$\because PH \parallel x$ 轴,

$$\therefore \frac{PH}{OA} = \frac{PB}{BA},$$

$$\text{即: } \frac{PH}{4\sqrt{5}} = \frac{\frac{8}{\sqrt{5}}}{4\sqrt{5}}, \text{ 解得: } PH = \frac{16}{5},$$

即：点 P 的横坐标为： $\frac{16}{5}$ ，

同理可得其纵坐标为 $\frac{12}{5}$ ，

即点 P 的坐标为 $(\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$ 。

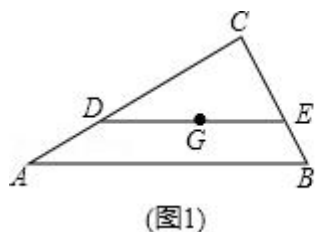
【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养，要会利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来，利用三角形相似求出线段的长度。

25. (14 分) 将大小两把含 30° 角的直角三角尺按如图 1 位置摆放，即大小直角三角尺的直角顶点 C 重合，小三角尺的顶点 D 、 E 分别在大三角尺的直角边 AC 、 BC 上，此时小三角尺的斜边 DE 恰好经过大三角尺的重心 G 。已知 $\angle A = \angle CDE = 30^\circ$ ， $AB = 12$ 。

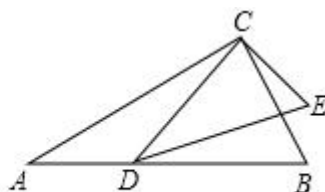
(1) 求小三角尺的直角边 CD 的长；

(2) 将小三角尺绕点 C 逆时针旋转，当点 D 第一次落在大三角尺的边 AB 上时(如图 2)，求点 B 、 E 之间的距离；

(3) 在小三角尺绕点 C 旋转的过程中，当直线 DE 经过点 A 时，求 $\angle BAE$ 的正弦值。



(图1)



(图2)

【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由重心的性质得： $\frac{CD}{AC} = \frac{2}{3}$ ，即可求解；

(2) 证明 $\triangle ADC \sim \triangle BEC$ ，则 $\frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，即可求解；

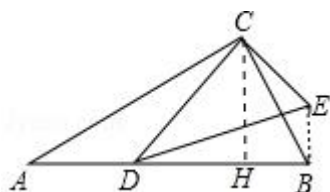
(3) 分 DE 在 AC 下方、上方两种情况求解即可。

【解答】 解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = AB \cos 30^\circ = 6\sqrt{3}$ ， $BC = 6$ ，

由重心的性质得： $\frac{CD}{AC} = \frac{2}{3}$ ，则 $CD = 4\sqrt{3}$ ，

$DE = 8$ ；

(2) 连接 BE ，过点 C 作 $CH \perp AB$ 交于点 H ，



$BH = \frac{1}{2}BC = 3$ ， $CH = BC \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$ ， $AH = 9$ ，

$$HD = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{21}, \quad AD = AH - HD = 9 - \sqrt{21},$$

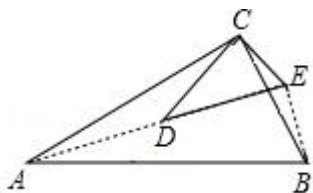
$$\because \angle ACD = \angle ECB, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{CE},$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{即: } AD = \sqrt{3}BE,$$

$$\therefore BE = \frac{\sqrt{3}}{3} (9 - \sqrt{21}) = 3\sqrt{3} - \sqrt{7};$$

(3) ①如图, 当 DE 在 AC 下方时,



$$\because \triangle ADC \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle ADC = \angle AEB + \angle CED = \angle DCE + \angle DEC = 90^\circ + \angle CED,$$

$$\text{即: } \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE^2 + BE^2 = AB^2,$$

$$\text{设: } BE = x, \text{ 则 } AD = \sqrt{3}x,$$

$$AB = 12, \quad AE = AD + DE = \sqrt{3}x + 8,$$

$$\text{即: } (\sqrt{3}x + 8)^2 + x^2 = 12^2, \text{ 解得: } x = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3},$$

②当 DE 在 AC 上方时,

$$\text{求得: } x = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3};$$

$$\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{3}}{6}.$$

【点评】 本题是三角形相似综合题, 核心是确定图象旋转后的位置, 利用相似确定边角关系, 此类题目难度在于作图的准确性.