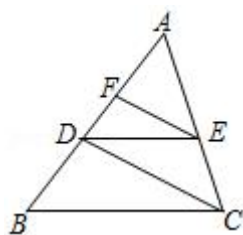


2019 年上海市松江区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，那么 $\angle A$ 的正切值为 ()
 A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
2. (4 分) 如果将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位，那么所得的抛物线的表达式是 ()
 A. $y = x^2 + 1$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = (x + 1)^2$ D. $y = (x - 1)^2$
3. (4 分) 下列各组图形中一定是相似形的是 ()
 A. 两个直角三角形 B. 两个等边三角形
 C. 两个菱形 D. 两个矩形
4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，如果 $AD = 2$ ， $BD = 3$ ，那么由下列条件能够判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()
 A. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$
5. (4 分) 已知 $\vec{e}$ 为单位向量， $\vec{a} = -3\vec{e}$ ，那么下列结论中错误的是 ()
 A. $\vec{a} \parallel \vec{e}$ B. $|\vec{a}| = 3$
 C. $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相同 D. $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反
6. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel CD$ 交 AB 于 F ，那么下列比例式中正确的是 ()



- A. $\frac{AF}{DF} = \frac{DE}{BC}$ B. $\frac{DF}{DB} = \frac{AF}{DF}$ C. $\frac{EF}{CD} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AF}{BD} = \frac{AD}{AB}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ ，那么 $\frac{a-b}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 在比例尺为 1:50000 的地图上，量得甲、乙两地的距离为 12 厘米，则甲、乙两

地的实际距离是_____千米.

9. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{2}{5}$, $BC = 4$, 则 AB 值是_____.

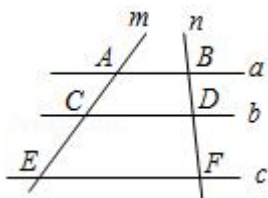
10. (4分) 已知线段 $AB = 2\text{cm}$, 点 C 在线段 AB 上, 且 $AC^2 = BC \cdot AB$, 则 AC 的长_____cm.

11. (4分) 已知某二次函数图象的最高点是坐标原点, 请写出一个符合要求的函数解析式: _____.

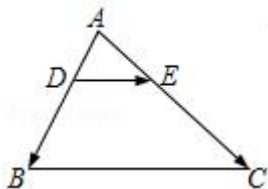
12. (4分) 如果点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-3, y_2)$ 是二次函数 $y = 2x^2 + k$ (k 是常数) 图象上的两点, 那么 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“<”或“=”)

13. (4分) 小明沿坡比为 $1:\sqrt{3}$ 的山坡向上走了100米. 那么他升高了_____米.

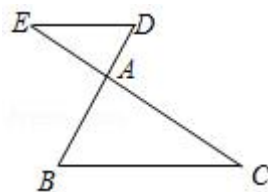
14. (4分) 如图, 已知直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m 、 n 与 a 、 b 、 c 分别交于点 A 、 C 、 E 和 B 、 D 、 F , 如果 $AC = 3$, $CE = 5$, $DF = 4$, 那么 $BD =$ _____.



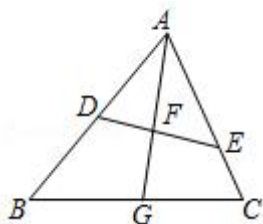
15. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, 且 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



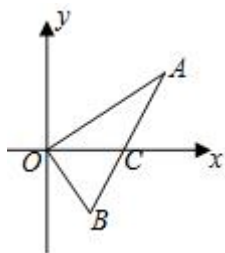
16. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, D 、 E 分别是边 BA 、 CA 延长线上的点, 且 $DE \parallel BC$. 如果 $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}$, $CE = 4$, 那么 AE 的长为_____.



17. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB = 6$, $AC = 5$, D 是边 AB 的中点, E 是边 AC 上一点, $\angle ADE = \angle C$, $\angle BAC$ 的平分线分别交 DE 、 BC 于点 F 、 G , 那么 $\frac{AF}{AG}$ 的值为_____.



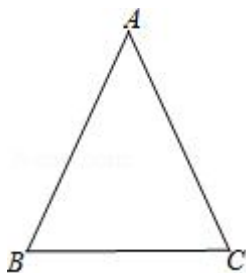
18. (4分) 如图, 在直角坐标平面 xOy 中, 点 A 坐标为 $(3, 2)$, $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle OAB = 30^\circ$, AB 与 x 轴交于点 C , 那么 $AC:BC$ 的值为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

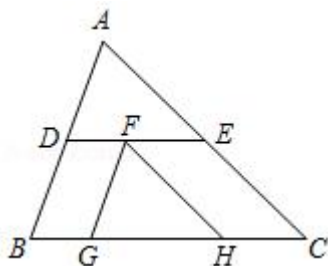
19. (10分) 将二次函数 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 并指出该函数图象的开口方向、顶点坐标和对称轴.

20. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$. 求底边 BC 的长.



21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, $DE \parallel BC$, 点 F 在线段 DE 上, 过点 F 作 $FG \parallel AB$ 、 $FH \parallel AC$ 分别交 BC 于点 G 、 H , 如果 $BG:GH:HC = 2:4:$

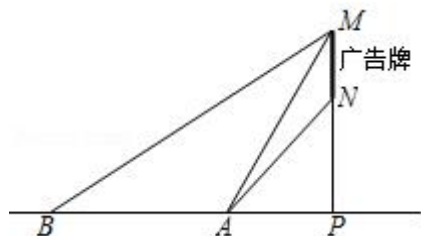
3. 求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle FGH}}$ 的值.



22. (10分) 某数学社团成员想利用所学的知识测量某广告牌的宽度 (图中线段 MN 的长),

直线 MN 垂直于地面，垂足为点 P 。在地面 A 处测得点 M 的仰角为 58° 、点 N 的仰角为 45° ，在 B 处测得点 M 的仰角为 31° ， $AB = 5$ 米，且 A 、 B 、 P 三点在一直线上。请根据以上数据求广告牌的宽 MN 的长。

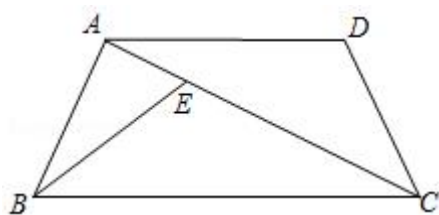
(参考数据： $\sin 58^\circ = 0.85$ ， $\cos 58^\circ = 0.53$ ， $\tan 58^\circ = 1.60$ ， $\sin 31^\circ = 0.52$ ， $\cos 31^\circ = 0.86$ ， $\tan 31^\circ = 0.60$.)



23. (12分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， E 是对角线 AC 上一点，且 $AC \cdot CE = AD \cdot BC$ 。

(1) 求证： $\angle DCA = \angle EBC$ ；

(2) 延长 BE 交 AD 于 F ，求证： $AB^2 = AF \cdot AD$ 。

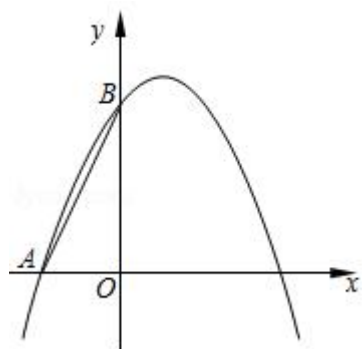


24. (12分) 如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(0, 4)$ 。

(1) 求这条抛物线的表达式；

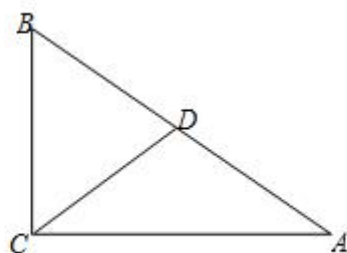
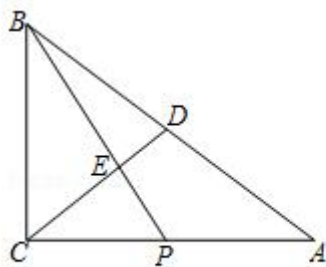
(2) P 是抛物线对称轴上的点，联结 AB 、 PB ，如果 $\angle PBO = \angle BAO$ ，求点 P 的坐标；

(3) 将抛物线沿 y 轴向下平移 m 个单位，所得新抛物线与 y 轴交于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel x$ 轴交新抛物线于点 E ，射线 EO 交新抛物线于点 F ，如果 $EO = 2OF$ ，求 m 的值。

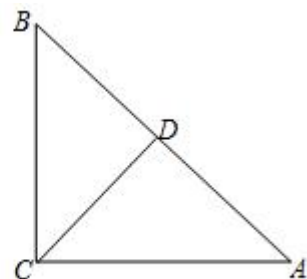


25. (14分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点， P 是边 AC 上一动

点， BP 与 CD 相交于点 E 。



(备用图 1)



(备用图 2)

- (1) 如果 $BC = 6$, $AC = 8$, 且 P 为 AC 的中点, 求线段 BE 的长;
- (2) 联结 PD , 如果 $PD \perp AB$, 且 $CE = 2$, $ED = 3$, 求 $\cos A$ 的值;
- (3) 联结 PD , 如果 $BP^2 = 2CD^2$, 且 $CE = 2$, $ED = 3$, 求线段 PD 的长.

2019 年上海市松江区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，那么 $\angle A$ 的正切值为（ ）

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【分析】根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】解： $\because AC = 4$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4},$$

故选：A.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义的应用，熟记三角函数的定义是解题的关键.

2.（4 分）如果将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位，那么所得的抛物线的表达式是（ ）

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = (x + 1)^2$ D. $y = (x - 1)^2$

【分析】先得到抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，再得到点 $(0, 0)$ 向右平移 1 个单位得到点的坐标为 $(1, 0)$ ，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

【解答】解：抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，把点 $(0, 0)$ 向右平移 1 个单位得到点的坐标为 $(1, 0)$ ，

所以所得的抛物线的表达式为 $y = (x - 1)^2$.

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

3.（4 分）下列各组图形中一定是相似形的是（ ）

- A. 两个直角三角形 B. 两个等边三角形
C. 两个菱形 D. 两个矩形

【分析】如果两个多边形的对应角相等，对应边的比相等，则这两个多边形是相似多边形.

【解答】解： $\because$ 等边三角形的对应角相等，对应边的比相等，

$\therefore$ 两个等边三角形一定是相似形，

又 $\because$ 直角三角形，菱形的对应角不一定相等，矩形的边不一定对应成比例，

$\therefore$ 两个直角三角形、两个菱形、两个矩形都不一定是相似形，

故选： B 。

【点评】本题主要考查了相似多边形的性质，相似多边形的性质为：①对应角相等；②对应边的比相等。

4. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，如果 $AD=2$ ， $BD=3$ ，那么由下列条件能够判定 $DE\parallel BC$ 的是 ()

A. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$

C. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$

D. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$

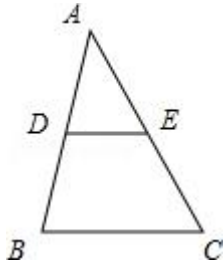
【分析】根据平行线分线段成比例定理的逆定理，当 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ 或 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 时， $DE\parallel BC$ ，

然后可对各选项进行判断。

【解答】解：当 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ 或 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 时， $DE\parallel BC$ ，

即 $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$ 或 $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$ 。

故选： D 。



【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。也考查了平行线分线段成比例定理的逆定理。

5. (4分) 已知 $\vec{e}$ 为单位向量， $\vec{a} = -3\vec{e}$ ，那么下列结论中错误的是 ()

A. $\vec{a}\parallel\vec{e}$

B. $|\vec{a}|=3$

C. $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相同

D. $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反

【分析】根据向量的定义，即可求得答案。

【解答】解： A 、由 $\vec{e}$ 为单位向量， $\vec{a} = -3\vec{e}$ 知：两向量方向相反，相互平行，即 $\vec{a}\parallel\vec{e}$ ，

故本选项错误.

B、由 $\vec{a} = -3\vec{e}$ 得到 $|\vec{a}| = 3$, 故本选项错误.

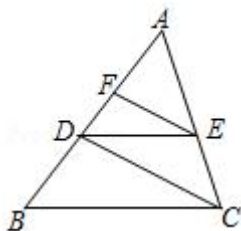
C、由 $\vec{e}$ 为单位向量, $\vec{a} = -3\vec{e}$ 知: 两向量方向相反, 故本选项正确.

D、由 $\vec{e}$ 为单位向量, $\vec{a} = -3\vec{e}$ 知: 两向量方向相反, 故本选项错误.

故选: C.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单, 注意掌握单位向量的知识.

6. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel CD$ 交 AB 于 F , 那么下列比例式中正确的是 ()



- A. $\frac{AF}{DF} = \frac{DE}{BC}$ B. $\frac{DF}{DB} = \frac{AF}{DF}$ C. $\frac{EF}{CD} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AF}{BD} = \frac{AD}{AB}$

【分析】 根据相似三角形的性质可求解.

【解答】 解: $\because DE \parallel BC$, $EF \parallel CD$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \triangle AFE \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}, \frac{EF}{DC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{EF}{DC} = \frac{DE}{BC}$$

故选: C.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 熟练运用相似三角形的性质是本题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 那么 $\frac{a-b}{b} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$.

【分析】 因为 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 所以 $a = \frac{4}{3}b$, 代入求解即可.

【解答】 解: $\because \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$,

$$\therefore a = \frac{4}{3}b,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{\frac{4}{3}b - b}{b} = \frac{1}{3}.$$

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题主要考查比例的基本性质，解题关键是熟练应用比例的基本性质，本题注意掌握比例的合比性质即可得出结果.

8. (4分) 在比例尺为 1: 50000 的地图上，量得甲、乙两地的距离为 12 厘米，则甲、乙两地的实际距离是 6 千米.

【分析】 根据 $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ 列方程即可得到结论.

【解答】 解：设甲、乙两地的实际距离为 xcm ,

$$\text{根据题意得, } \frac{12}{x} = \frac{1}{50000},$$

$$\text{解得: } x = 600000cm = 6km,$$

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了比例线段，熟练掌握 $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ 是解题的关键.

9. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{2}{5}$ ， $BC = 4$ ，则 AB 值是 10.

【分析】 根据正弦函数的定义得出 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ，即 $\frac{2}{5} = \frac{4}{AB}$ ，即可得出 AB 的值.

【解答】 解： $\because \sin A = \frac{BC}{AB}$ ，即 $\frac{2}{5} = \frac{4}{AB}$ ，

$$\therefore AB = 10,$$

故答案为: 10.

【点评】 本题主要考查解直角三角形，熟练掌握正弦函数的定义是解题的关键.

10. (4分) 已知线段 $AB = 2cm$ ，点 C 在线段 AB 上，且 $AC^2 = BC \cdot AB$ ，则 AC 的长 $\sqrt{5} - 1$ cm .

【分析】 根据黄金分割的定义得到点 C 是线段 AB 的黄金分割点，根据黄金比值计算得到答案.

【解答】 解： $\because AC^2 = BC \cdot AB$ ，

$\therefore$ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点， $AC > BC$ ，

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 2 = \sqrt{5} - 1,$$

故答案为: $\sqrt{5} - 1$.

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念和性质, 掌握黄金比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 是解题的关键.

11. (4分) 已知某二次函数图象的最高点是坐标原点, 请写出一个符合要求的函数解析式:

$$y = -x^2.$$

【分析】 根据二次函数的顶点是坐标原点, 设函数的解析式为: $y = ax^2$, 根据顶点是二次函数图象的最高点, 结合二次函数的性质, 得到 $a < 0$, 任取负数 a 代入原解析式, 即可得到答案.

【解答】 解: $\because$ 二次函数的顶点是: $(0, 0)$,

$\therefore$ 设函数的解析式为: $y = ax^2$,

又 $\because$ 点 $(0, 0)$ 是二次函数图象的最高点,

$\therefore$ 抛物线开口方向向下,

$\therefore a < 0$,

令 $a = -1$,

则函数解析式为: $y = -x^2$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 二次函数的图象, 二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的最值, 正确掌握二次函数的性质是解题的关键.

12. (4分) 如果点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-3, y_2)$ 是二次函数 $y = 2x^2 + k$ (k 是常数) 图象上的两点, 那么 y_1 > y_2 . (填 “>”、“<” 或 “=”)

【分析】 先根据二次函数的性质得到当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 然后比较自变量的大小得到函数值的大小关系.

【解答】 解: 抛物线的对称轴为 y 轴,

所以当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

所以 $y_1 > y_2$.

故答案为 >.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 也考查了二次函数的性质.

13. (4分) 小明沿坡比为 1: $\sqrt{3}$ 的山坡向上走了 100 米. 那么他升高了 50 米.

【分析】 设 $BC = x$ 米, 根据坡度的概念得到 $AC = \sqrt{3}x$ 米, 根据勾股定理计算即可.

【解答】解：∵坡比为 $1:\sqrt{3}$,

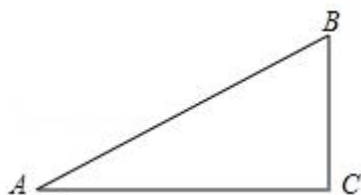
∴设 $BC=x$ 米, 则 $AC=\sqrt{3}x$ 米,

由勾股定理得, $BC^2+AC^2=AB^2$, 即 $x^2+(\sqrt{3}x)^2=100^2$,

解得, $x_1=50$, $x_2=-50$ (舍去),

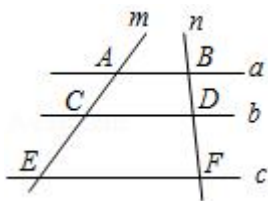
∴ $BC=50$ 米,

故答案为: 50.



【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题, 掌握锐角三角函数的定义、坡度坡角的概念是解题的关键.

14. (4分) 如图, 已知直线 $a//b//c$, 直线 m 、 n 与 a 、 b 、 c 分别交于点 A 、 C 、 E 和 B 、 D 、 F , 如果 $AC=3$, $CE=5$, $DF=4$, 那么 $BD=\frac{12}{5}$.



【分析】利用平行线分线段成比例定理列出比例式, 计算即可.

【解答】解: ∵ $a//b//c$,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}, \text{ 即 } \frac{3}{5} = \frac{BD}{4},$$

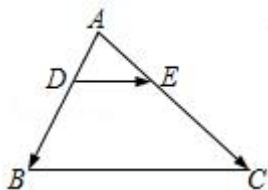
$$\text{解得, } BD = \frac{12}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{12}{5}.$$

【点评】本题考查的是平行线分线段成比例定理的应用, 灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键.

15. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, 且 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$. 设 $\overrightarrow{AB} =$

$$\vec{a}, \overrightarrow{DE} = \vec{b}, \text{ 那么 } \overrightarrow{AC} = \underline{\vec{a} + 3\vec{b}}. \text{ (用向量 } \vec{a}、\vec{b} \text{ 表示)}$$



【分析】由题意可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，可得 $BC = 3DE$ ，根据向量的加法可求解．

【解答】解： $\because \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ ， $\angle BAC = \angle DAE$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore BC = 3DE$$

$$\therefore \text{设 } \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{DE} = \vec{b},$$

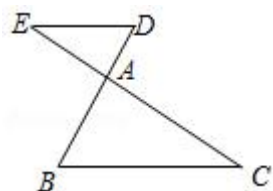
$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + 3\vec{b}$$

故答案为： $\vec{a} + 3\vec{b}$

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，向量的性质，熟练运用相似三角形的判定是本题的关键．

16. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ， D 、 E 分别是边 BA 、 CA 延长线上的点，且 $DE \parallel BC$ ．如果

$$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}, CE = 4, \text{ 那么 } AE \text{ 的长为 } \frac{3}{2}.$$



【分析】根据相似三角形的性质可得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$ ，即可求 AE 的长．

【解答】解： $\because DE \parallel BC$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{设 } AE = 3k, AC = 5k (k \neq 0),$$

$$\therefore CE = 3k + 5k = 4$$

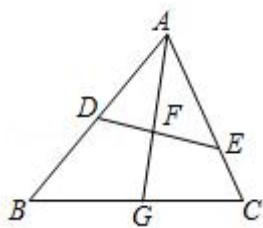
$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

$$\therefore AE = 3k = \frac{3}{2}$$

故答案为: $\frac{3}{2}$

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练运用相似三角形的性质是本题的关键。

17. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $AB = 6$ ， $AC = 5$ ， D 是边 AB 的中点， E 是边 AC 上一点， $\angle ADE = \angle C$ ， $\angle BAC$ 的平分线分别交 DE 、 BC 于点 F 、 G ，那么 $\frac{AF}{AG}$ 的值为 $\frac{3}{5}$ 。



【分析】根据线段中点的定义得到 $AD = 3$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle BAG = \angle EAF$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论。

【解答】证明： $\because AB = 6$ ， D 是边 AB 的中点，

$$\therefore AD = 3,$$

$\because AG$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle BAG = \angle EAF,$$

$$\because \angle ADE = \angle C,$$

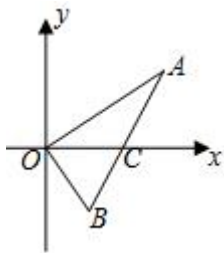
$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACG;$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5},$$

故答案为: $\frac{3}{5}$ 。

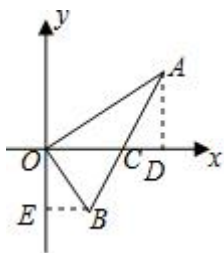
【点评】本题考查的是相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键。

18. (4分) 如图，在直角坐标平面 xOy 中，点 A 坐标为 $(3, 2)$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\angle OAB = 30^\circ$ ， AB 与 x 轴交于点 C ，那么 $AC:BC$ 的值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。



【分析】作 $AD \perp x$ 轴，垂足为 D ，作 $BE \perp y$ 轴，垂足为 E ，先求得 OA 的长，然后证明 $\triangle OEB \sim \triangle ODA$ ，依据相似三角形的性质可得到 $\frac{OE}{OD} = \frac{OB}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，最后依据 $AC:BC = S_{\triangle AOC}:S_{\triangle OBC} = AD:OE$ 求解即可。

【解答】解：如图所示：作 $AD \perp x$ 轴，垂足为 D ，作 $BE \perp y$ 轴，垂足为 E 。



$$\because A(3, 2),$$

$$\therefore OA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

$$\because \angle OAB = 30^\circ, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \sqrt{3},$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ, \angle EOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EOB = \angle AOD,$$

$$\text{又} \because \angle BEO = \angle ADO,$$

$$\therefore \triangle OEB \sim \triangle ODA,$$

$$\therefore \frac{OE}{OD} = \frac{OB}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } \frac{OE}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 解得: } OE = \sqrt{3},$$

$$\because AC:BC = S_{\triangle AOC}:S_{\triangle OBC} = AD:OE = 2: \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】本题主要考查的是含 30° 的直角三角形的性质，相似三角形的判定和性质，证得 $\triangle OEB \sim \triangle ODA$ 是解答本题的关键。

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）将二次函数 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出该函

数图象的开口方向、顶点坐标和对称轴.

【分析】利用配方法把将二次函数 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 利用二次函数的性质指出函数图象的开口方向、顶点坐标和对称轴, 即可得到答案.

【解答】解: $y = 2(x^2 + 2x) - 1$,

$$y = 2(x^2 + 2x + 1) - 2 - 1,$$

$$y = 2(x+1)^2 - 3,$$

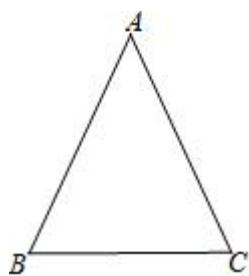
开口方向: 向上,

顶点坐标: $(-1, -3)$,

对称轴: 直线 $x = -1$.

【点评】本题考查了二次函数的性质, 二次函数的三种形式, 正确掌握配方法和二次函数的性质是解题的关键.

20. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$. 求底边 BC 的长.



【分析】过点 B 作 $BD \perp AC$, 垂足为点 D , 解直角三角形即可得到结论.

【解答】解: 过点 B 作 $BD \perp AC$, 垂足为点 D ,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\cos A = \frac{AD}{AB}$,

$$\because \cos A = \frac{3}{5}, AB = 5,$$

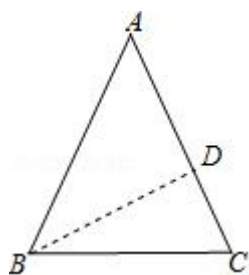
$$\therefore AD = AB \cdot \cos A = 5 \times \frac{3}{5} = 3,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4,$$

$$\because AC = AB = 5,$$

$$\therefore DC = 2,$$

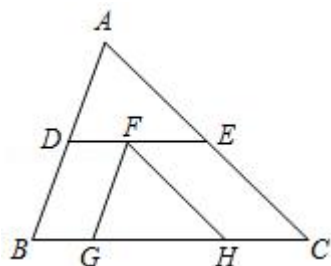
$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = 2\sqrt{5}.$$



【点评】 本题考查了解直角三角形，勾股定理，等腰三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键．

21. (10分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点， $DE \parallel BC$ ，点 F 在线段 DE 上，过点 F 作 $FG \parallel AB$ 、 $FH \parallel AC$ 分别交 BC 于点 G 、 H ，如果 $BG: GH: HC = 2: 4:$

3. 求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle FGH}}$ 的值．



【分析】 设 $BG = 2k$ ， $GH = 4k$ ， $HC = 3k$ ，根据平行四边形的性质可得 $DF = BG = 2k$ ， EF

$= HC = 3k$ ，可得 $DE = 5k$ ，根据 $\triangle ADE \sim \triangle FGH$ 可得 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle FGH}} = \left(\frac{DE}{GH}\right)^2 = \frac{25}{16}$ ．

【解答】 解： $\because BG: GH: HC = 2: 4: 3$ ，

$\therefore$ 设 $BG = 2k$ ， $GH = 4k$ ， $HC = 3k$ ，($k \neq 0$)

$\because DE \parallel BC$ ， $FG \parallel AB$ ，

$\therefore$ 四边形 $BDFG$ 是平行四边形，

$\therefore DF = BG = 2k$ ，

$\because DE \parallel BC$ ， $FH \parallel AC$

$\therefore$ 四边形 $EFHC$ 是平行四边形，

$\therefore EF = HC = 3k$ ，

$\therefore DE = 5k$

$\because DE \parallel BC$

$\therefore \angle ADE = \angle B$ ，

$$\because FG \parallel AB$$

$$\therefore \angle FGH = \angle B,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle FGH,$$

同理可得： $\angle AED = \angle FHG$

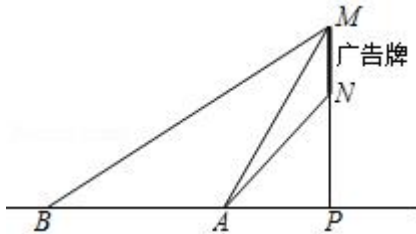
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FGH$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle FGH}} = \left(\frac{DE}{GH} \right)^2 = \frac{25}{16},$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，平行四边形判定和性质，熟练掌握相似三角形的性质是本题的关键．

22. (10 分) 某数学社团成员想利用所学的知识测量某广告牌的宽度 (图中线段 MN 的长), 直线 MN 垂直于地面, 垂足为点 P . 在地面 A 处测得点 M 的仰角为 58° 、点 N 的仰角为 45° , 在 B 处测得点 M 的仰角为 31° , $AB = 5$ 米, 且 A 、 B 、 P 三点在一直线上. 请根据以上数据求广告牌的宽 MN 的长.

(参考数据: $\sin 58^\circ = 0.85$, $\cos 58^\circ = 0.53$, $\tan 58^\circ = 1.60$, $\sin 31^\circ = 0.52$, $\cos 31^\circ = 0.86$, $\tan 31^\circ = 0.60$.)



【分析】 在 $\text{Rt}\triangle APN$ 中根据已知条件得到 $PA = PN$, 设 $PA = PN = x$, 得到 $MP = AP \cdot \tan \angle MAP = 1.6x$, 根据三角函数的定义列方程即可得到结论.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle APN$ 中, $\angle NAP = 45^\circ$,

$$\therefore PA = PN,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle APM \text{ 中, } \tan \angle MAP = \frac{MP}{AP},$$

$$\text{设 } PA = PN = x,$$

$$\because \angle MAP = 58^\circ,$$

$$\therefore MP = AP \cdot \tan \angle MAP = 1.6x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BPM \text{ 中, } \tan \angle MBP = \frac{MP}{BP},$$

$$\because \angle MBP = 31^\circ, AB = 5,$$

$$\therefore 0.6 = \frac{1.6x}{5+x},$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore MN = MP - NP = 0.6x = 1.8 \text{ (米)},$$

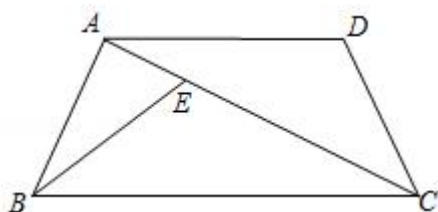
答：广告牌的宽 MN 的长为 1.8 米.

【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，根据已知直角三角形得出 AP 的长是解题关键.

23. (12 分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， E 是对角线 AC 上一点，且 $AC \cdot CE = AD \cdot BC$.

(1) 求证： $\angle DCA = \angle EBC$;

(2) 延长 BE 交 AD 于 F ，求证： $AB^2 = AF \cdot AD$.



【分析】 (1) 通过题意可证 $\triangle ACD \sim \triangle CBE$ ，可得 $\angle DCA = \angle EBC$;

(2) 通过证明 $\triangle ABF \sim \triangle DAC$ ，可得 $\frac{AB}{AD} = \frac{AF}{CD}$ ，可得 $AB^2 = AF \cdot AD$.

【解答】 证明：(1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA$$

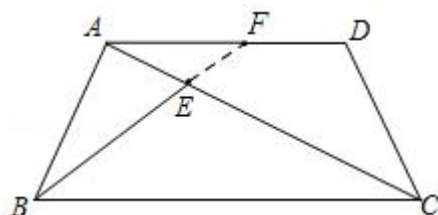
$$\because AC \cdot CE = AD \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{CE}$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBE$$

$$\therefore \angle DCA = \angle EBC$$

(2)



$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle EBC, \text{ 且 } \angle DCA = \angle EBC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle DCA$$

$$\because AD \parallel BC, AB = DC$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADC$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle DAC$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AF}{CD}$$

$$\text{且 } AB = DC,$$

$$\therefore AB^2 = AF \cdot AD$$

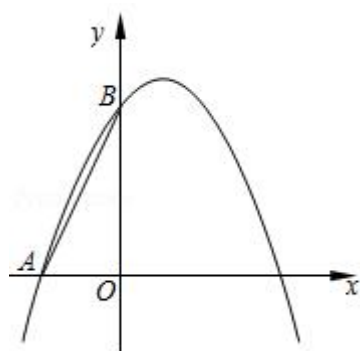
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰梯形的性质，根据题意找到正确的两个三角形相似是本题的关键。

24. (12分) 如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(0, 4)$ 。

(1) 求这条抛物线的表达式；

(2) P 是抛物线对称轴上的点，联结 AB 、 PB ，如果 $\angle PBO = \angle BAO$ ，求点 P 的坐标；

(3) 将抛物线沿 y 轴向下平移 m 个单位，所得新抛物线与 y 轴交于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel x$ 轴交新抛物线于点 E ，射线 EO 交新抛物线于点 F ，如果 $EO = 2OF$ ，求 m 的值。



【分析】 (1) 把点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(0, 4)$ 代入解析式求解即可；

(2) 先确定抛物线的对称轴，再过点 P 作 $PG \perp y$ 轴，垂足为 G ，根据三角函数建立等量关系，求解即可；

(3) 设新抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 - m$ ，则 $D(0, 4 - m)$ ， $E(2, 4 - m)$ ， $DE = 2$ ，过点 F 作 $FH \perp y$ 轴，垂足为 H ，运用平行建立线段的比例关系求解即可。

【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线经过点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(0, 4)$

$$\therefore \begin{cases} -2-2b+c=0 \\ c=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=1 \\ c=4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4,$$

$$(2) y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{9}{2},$$

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = 1$ ，如图 1，过点 P 作 $PG \perp y$ 轴，垂足为 G ，

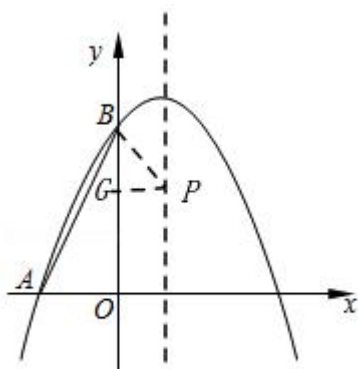


图1

$\because \angle PBO = \angle BAO, \therefore \tan \angle PBO = \tan \angle BAO,$

$$\therefore \frac{PG}{BG} = \frac{BO}{AO}$$

$$\therefore \frac{1}{BG} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore BG = \frac{1}{2}$$

$$\therefore OG = \frac{7}{2},$$

$$\therefore P\left(1, \frac{7}{2}\right),$$

(3) 如图 2

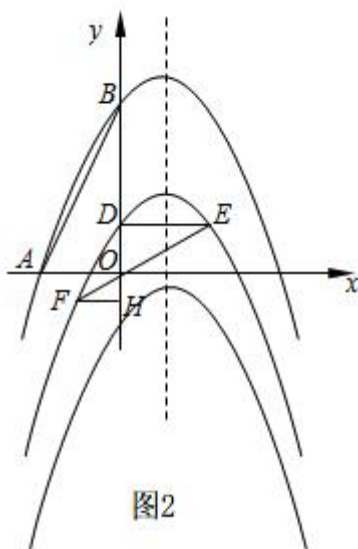


图2

设新抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 - m$

则 $D(0, 4 - m), E(2, 4 - m), DE = 2$

过点 F 作 $FH \perp y$ 轴，垂足为 H ，

$$\because DE \parallel FH, EO = 2OF$$

$$\therefore \frac{DE}{FH} = \frac{EO}{OF} = \frac{DO}{OH} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore FH = 1,$$

①点 D 在 y 轴的正半轴上，则 $F(-1, \frac{5}{2} - \pi)$,

$$\therefore OH = m - \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{DO}{OH} = \frac{4-m}{m-\frac{5}{2}} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore m = 3,$$

②点 D 在 y 轴的负半轴上，则 $F(1, \frac{9}{2} - \pi)$,

$$\therefore OH = m - \frac{9}{2},$$

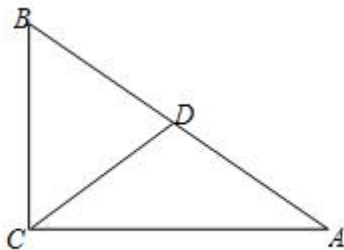
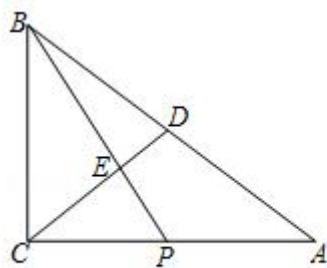
$$\therefore \frac{DO}{OH} = \frac{m-4}{m-\frac{9}{2}} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore m = 5$$

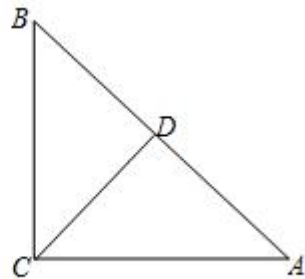
$\therefore$ 综上所述 m 的值为 3 或 5.

【点评】 此题主要考查二次函数的综合问题，会求抛物线解析式，会求抛物线的对称轴，会待定点的坐标根据题意建立方程求解是解题的关键

25. (14 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点， P 是边 AC 上一动点， BP 与 CD 相交于点 E .



(备用图 1)



(备用图 2)

- (1) 如果 $BC = 6$ ， $AC = 8$ ，且 P 为 AC 的中点，求线段 BE 的长；
- (2) 联结 PD ，如果 $PD \perp AB$ ，且 $CE = 2$ ， $ED = 3$ ，求 $\cos A$ 的值；
- (3) 联结 PD ，如果 $BP^2 = 2CD^2$ ，且 $CE = 2$ ， $ED = 3$ ，求线段 PD 的长.

【分析】(1) 根据已知条件得到 $CP = 4$ ，求得 $BP = 2\sqrt{13}$ ，根据三角形重心的性质即可得到结论；

(2) 如图 1，过点 B 作 $BF \parallel CA$ 交 CD 的延长线于点 F ，根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{BD}{DA} = \frac{FD}{DC} = \frac{BF}{CA}$ ，求得 $\frac{CP}{PA} = \frac{1}{3}$ ，设 $CP = k$ ，则 $PA = 3k$ ，得到 $PA = PB = 3k$ 根据三角函数的定义即可得到结论；

(3) 根据直角三角形的性质得到 $CD = BD = \frac{1}{2}AB$ ，推出 $\triangle PBD \sim \triangle ABP$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle BPD = \angle A$ ，推出 $\triangle DPE \sim \triangle DCP$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论。

【解答】解：(1) $\because P$ 为 AC 的中点， $AC = 8$ ，

$$\therefore CP = 4,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, BC = 6,$$

$$\therefore BP = 2\sqrt{13},$$

$$\because D \text{ 是边 } AB \text{ 的中点, } P \text{ 为 } AC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的重心,}$$

$$\therefore BE = \frac{2}{3}BP = \frac{4}{3}\sqrt{13};$$

(2) 如图 1，过点 B 作 $BF \parallel CA$ 交 CD 的延长线于点 F ，

$$\therefore \frac{BD}{DA} = \frac{FD}{DC} = \frac{BF}{CA},$$

$$\because BD = DA,$$

$$\therefore FD = DC, BF = AC,$$

$$\because CE = 2, ED = 3, \text{ 则 } CD = 5,$$

$$\therefore EF = 8,$$

$$\therefore \frac{CP}{BF} = \frac{CE}{EF} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{CP}{CA} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{CP}{PA} = \frac{1}{3},$$

$$\text{设 } CP = k, \text{ 则 } PA = 3k,$$

$$\because PD \perp AB, D \text{ 是边 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore PA = PB = 3k$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{2}k,$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{6}k,$$

$$\therefore AC = 4k,$$

$$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{6}}{3};$$

(3) $\because \angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点,

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore PB^2 = 2CD^2,$$

$$\therefore BP^2 = 2CD \cdot CD = BD \cdot AB,$$

$$\therefore \angle PBD = \angle ABP,$$

$$\therefore \triangle PBD \sim \triangle ABP,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \angle DCA,$$

$$\therefore \angle DPE = \angle DCP,$$

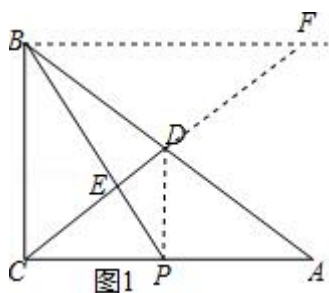
$$\therefore \angle PDE = \angle CDP,$$

$$\therefore \triangle DPE \sim \triangle DCP,$$

$$\therefore PD^2 = DE \cdot DC,$$

$$\therefore DE = 3, DC = 5,$$

$$\therefore PD = \sqrt{15}.$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，直角三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键．