

2019 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.（4 分）下列函数中，是二次函数的是（ ）

A. $y = 2x + 1$

B. $y = (x - 1)^2 - x^2$

C. $y = 1 - x^2$

D. $y = \frac{1}{x^2}$

2.（4 分）已知抛物线 $y = x^2 + 3$ 向左平移 2 个单位，那么平移后的抛物线表达式是（ ）

A. $y = (x + 2)^2 + 3$

B. $y = (x - 2)^2 + 3$

C. $y = x^2 + 1$

D. $y = x^2 + 5$

3.（4 分）已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ，那么 AB 的长为（ ）

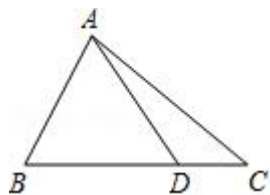
A. $5\sin A$

B. $5\cos A$

C. $\frac{5}{\sin A}$

D. $\frac{5}{\cos A}$

4.（4 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是在边 BC 上，且 $BD = 2CD$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于（ ）



A. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b}$

B. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

C. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$

D. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

5.（4 分）如果点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 中的边 AB 和 AC 上，那么不能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是（ ）

A. $AD : DB = AE : EC$

B. $DE : BC = AD : AB$

C. $BD : AB = CE : AC$

D. $AB : AC = AD : AE$

6.（4 分）已知点 C 在线段 AB 上（点 C 与点 A 、 B 不重合），过点 A 、 B 的圆记作为圆 O_1 ，过点 B 、 C 的圆记作为圆 O_2 ，过点 C 、 A 的圆记作为圆 O_3 ，则下列说法中正确的是（ ）

A. 圆 O_1 可以经过点 C

B. 点 C 可以在圆 O_1 的内部

C. 点 A 可以在圆 O_2 的内部

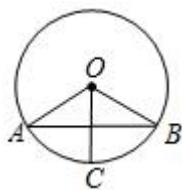
D. 点 B 可以在圆 O_3 的内部

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

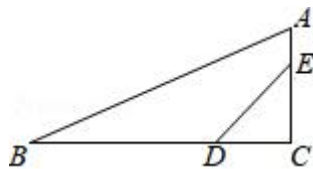
7.（4 分）如果抛物线 $y = (k - 2)x^2 + k$ 的开口向上，那么 k 的取值范围是_____.

8.（4 分）抛物线 $y = x^2 + 2x$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

9. (4分) 二次函数 $y = x^2 + 4x + a$ 图象上的最低点的横坐标为_____.
10. (4分) 如果 $3a = 4b$ (a, b 都不等于零), 那么 $\frac{a+b}{b} =$ _____.
11. (4分) 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点, $AB = 6\text{cm}$, $AP > BP$, 那么 $AP =$ _____ cm .
12. (4分) 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $2\vec{a} - (\vec{x} - 3\vec{b}) = 4\vec{b}$, 那么 $\vec{x} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).
13. (4分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 4、5、6, $\triangle DEF$ 的最短边长为 12, 那么 $\triangle DEF$ 的周长等于_____.
14. (4分) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $BC = 6$, 那么 $\cos B$ 的值 =_____.
15. (4分) 小杰在楼下点 A 处看到楼上点 B 处的小明的仰角是 42° , 那么点 B 处的小明看点 A 处的小杰的俯角等于_____度.
16. (4分) 如图, 在圆 O 中, AB 是弦, 点 C 是劣弧 AB 的中点, 连接 OC , AB 平分 OC , 连接 OA 、 OB , 那么 $\angle AOB =$ _____度.



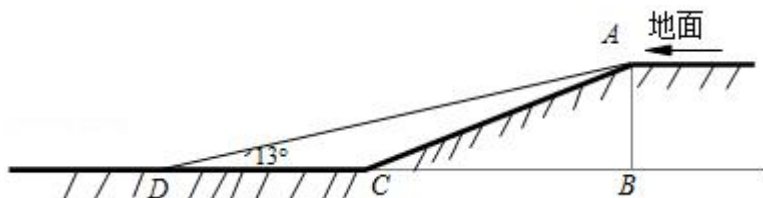
17. (4分) 已知两圆内切, 半径分别为 2 厘米和 5 厘米, 那么这两圆的圆心距等于_____厘米.
18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $AC = 3AE$, $\angle CDE = 45^\circ$ (如图), $\triangle DCE$ 沿直线 DE 翻折, 翻折后的点 C 落在 $\triangle ABC$ 内部的点 F , 直线 AF 与边 BC 相交于点 G , 如果 $BG = AE$, 那么 $\tan B =$ _____.



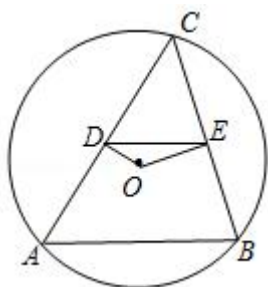
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 76 分)

19. (10分) 计算: $2|1 - \sin 60^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\cot 30^\circ - 2\cos 45^\circ}$.
20. (10分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx - 3$ 经过点 $A(1, 0)$, 顶点为点 M .
- (1) 求抛物线的表达式及顶点 M 的坐标;
- (2) 求 $\angle OAM$ 的正弦值.

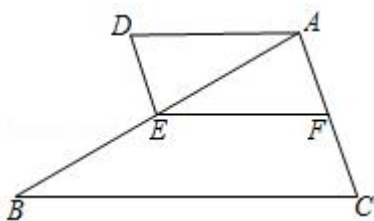
21. (10分) 某小区开展了“行车安全，方便居民”的活动，对地下车库作了改进. 如图，这小区原地下车库的入口处有斜坡 AC 长为 13 米，它的坡度为 $i = 1:2.4$ ， $AB \perp BC$ ，为了居民行车安全，现将斜坡的坡角改为 13° ，即 $\angle ADC = 13^\circ$ （此时点 B 、 C 、 D 在同一直线上）.



- (1) 求这个车库的高度 AB ；
- (2) 求斜坡改进后的起点 D 与原起点 C 的距离（结果精确到 0.1 米）.
- （参考数据： $\sin 13^\circ \approx 0.225$ ， $\cos 13^\circ \approx 0.974$ ， $\tan 13^\circ \approx 0.231$ ， $\cot 13^\circ \approx 4.331$ ）
22. (10分) 如图，在圆 O 中，弦 $AB = 8$ ，点 C 在圆 O 上（ C 与 A 、 B 不重合），连接 CA 、 CB ，过点 O 分别作 $OD \perp AC$ ， $OE \perp BC$ ，垂足分别是点 D 、 E 。
- (1) 求线段 DE 的长；
- (2) 点 O 到 AB 的距离为 3，求圆 O 的半径.



23. (12分) 如图 6，已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的外部， $AD \parallel BC$ ，点 E 在边 AB 上， $AB \cdot AD = BC \cdot AE$ 。
- (1) 求证： $\angle BAC = \angle AED$ ；
- (2) 在边 AC 取一点 F ，如果 $\angle AFE = \angle D$ ，求证： $\frac{AD}{BC} = \frac{AF}{AC}$ 。

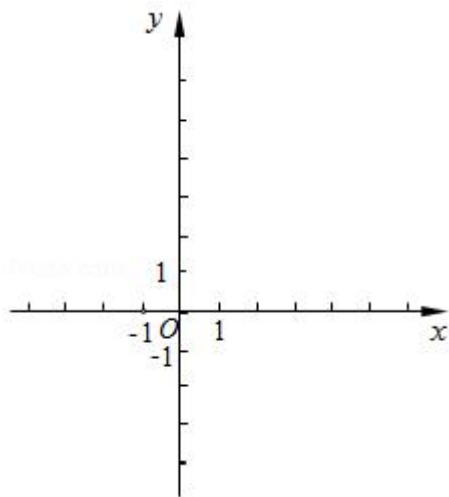


24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy （如图）中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $A(4, 0)$ 、 $B(2, 2)$ ，与 y 轴的交点为 C 。

(1) 试求这个抛物线的表达式;

(2) 如果这个抛物线的顶点为 M , 求 $\triangle AMC$ 的面积;

(3) 如果这个抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 D , 点 E 在线段 AB 上, 且 $\angle DOE = 45^\circ$, 求点 E 的坐标.



25. (12 分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 8$, 点 E 是边 AD 上一点, $EM \perp EC$ 交 AB 于点 M , 点 N 在射线 MB 上, 且 AE 是 AM 和 AN 的比例中项.

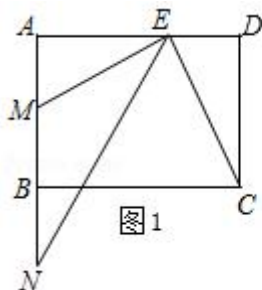


图 1

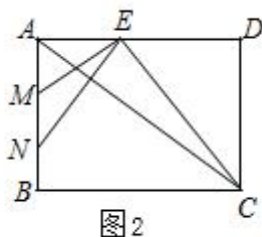
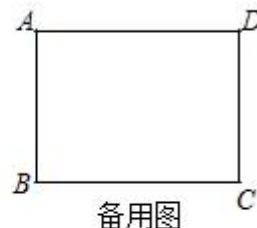


图 2



备用图

(1) 如图 1, 求证: $\angle ANE = \angle DCE$;

(2) 如图 2, 当点 N 在线段 MB 之间, 联结 AC , 且 AC 与 NE 互相垂直, 求 MN 的长;

(3) 连接 AC , 如果 $\triangle AEC$ 与以点 E 、 M 、 N 为顶点所组成的三角形相似, 求 DE 的长.

2019 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上．】

1.（4 分）下列函数中，是二次函数的是（ ）

A. $y = 2x + 1$

B. $y = (x - 1)^2 - x^2$

C. $y = 1 - x^2$

D. $y = \frac{1}{x^2}$

【分析】直接利用一次函数以及二次函数的定义分别分析得出答案．

【解答】解：A、 $y = 2x + 1$ ，是一次函数，故此选项错误；

B、 $y = (x - 1)^2 - x^2$ ，是一次函数，故此选项错误；

C、 $y = 1 - x^2$ ，是二次函数，符合题意；

D、 $y = \frac{1}{x^2}$ ，是反比例函数，不合题意．

故选：C．

【点评】此题主要考查了一次函数以及二次函数的定义，正确把握相关定义是解题关键．

2.（4 分）已知抛物线 $y = x^2 + 3$ 向左平移 2 个单位，那么平移后的抛物线表达式是（ ）

A. $y = (x + 2)^2 + 3$

B. $y = (x - 2)^2 + 3$

C. $y = x^2 + 1$

D. $y = x^2 + 5$

【分析】根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可．

【解答】解：由“左加右减”的原则可知，将抛物线 $y = x^2 + 3$ 向左平移 2 个单位所得直线的解析式为： $y = (x + 2)^2 + 3$ ；

故选：A．

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键．

3.（4 分）已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ，那么 AB 的长为（ ）

A. $5\sin A$

B. $5\cos A$

C. $\frac{5}{\sin A}$

D. $\frac{5}{\cos A}$

【分析】依据 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ，可得 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ，即可得到 AB 的长的表达式．

【解答】解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ，

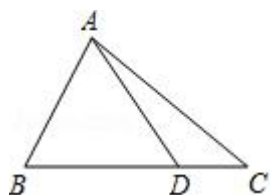
$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{5}{\sin A},$$

故选：C.

【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义的应用，我们把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$.

4. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是在边 BC 上，且 $BD = 2CD$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 ()



- A. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b}$ B. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ D. $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

【分析】 由 $BD = 2CD$ ，求得 $\overrightarrow{BD}$ 的值，然后结合平面向量的三角形法则求得 $\overrightarrow{AD}$ 的值.

【解答】 解： $\because BD = 2CD$,

$$\therefore BD = \frac{2}{3}BC.$$

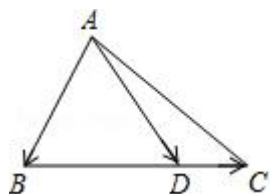
$$\because \overrightarrow{BC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\vec{b}.$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

故选：D.



【点评】 此题考查了平面向量的知识，解此题的关键是注意平面向量的三角形法则与数形结合思想的应用.

5. (4分) 如果点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 中的边 AB 和 AC 上，那么不能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是 ()

A. $AD: DB = AE: EC$

B. $DE: BC = AD: AB$

C. $BD: AB = CE: AC$

D. $AB: AC = AD: AE$

【分析】根据平行线分线段成比例定理的逆定理对各选项进行判断.

【解答】解：当 $AD: DB = AE: EC$ 时， $DE \parallel BC$ ；

当 $BD: AB = CE: AC$ 时， $DE \parallel BC$ ；

当 $AB: AC = AD: AE$ 时，则 $AD: AB = AE: AC$ ，所以 $DE \parallel BC$.

故选：B.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

6. (4分) 已知点 C 在线段 AB 上 (点 C 与点 A 、 B 不重合)，过点 A 、 B 的圆记作为圆 O_1 ，过点 B 、 C 的圆记作为圆 O_2 ，过点 C 、 A 的圆记作为圆 O_3 ，则下列说法中正确的是 ()

A. 圆 O_1 可以经过点 C

B. 点 C 可以在圆 O_1 的内部

C. 点 A 可以在圆 O_2 的内部

D. 点 B 可以在圆 O_3 的内部

【分析】根据已知条件对个选项进行判断即可.

【解答】解：∵ 点 C 在线段 AB 上 (点 C 与点 A 、 B 不重合)，过点 A 、 B 的圆记作为圆 O_1 ，

∴ 点 C 可以在圆 O_1 的内部，故 A 错误，B 正确；

∵ 过点 B 、 C 的圆记作为圆 O_2 ，

∴ 点 A 可以在圆 O_2 的外部，故 C 错误；

∵ 过点 C 、 A 的圆记作为圆 O_3 ，

∴ 点 B 可以在圆 O_3 的外部，故 D 错误.

故选：B.

【点评】本题考查了圆的认识，根据已知条件正确的作出判断是解题的关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4分) 如果抛物线 $y = (k - 2)x^2 + k$ 的开口向上，那么 k 的取值范围是 $k > 2$.

【分析】根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】解：由题意可知： $k - 2 > 0$ ，

∴ $k > 2$ ，

故答案为： $k > 2$.

【点评】 本题考查二次函数，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于中等题型.

8. (4分) 抛物线 $y = x^2 + 2x$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 0)$.

【分析】 计算自变量为 0 所对应的函数值可得到抛物线与 y 轴的交点坐标.

【解答】 解：当 $x = 0$ 时， $y = x^2 + 2x = 0$,

所以抛物线 $y = x^2 + 2x$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 0)$.

故答案为 $(0, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

9. (4分) 二次函数 $y = x^2 + 4x + a$ 图象上的最低点的横坐标为 -2 .

【分析】 直接利用二次函数最值求法得出函数顶点式，进而得出答案.

【解答】 解：∵ 二次函数 $y = x^2 + 4x + a = (x + 2)^2 - 4 + a$,

∴ 二次函数图象上的最低点的横坐标为： -2 .

故答案为： -2 .

【点评】 此题主要考查了二次函数的最值，正确得出二次函数顶点式是解题关键.

10. (4分) 如果 $3a = 4b$ (a, b 都不等于零)，那么 $\frac{a+b}{b} = \frac{7}{3}$.

【分析】 直接利用已知把 a, b 用同一未知数表示，进而计算得出答案.

【解答】 解：∵ $3a = 4b$ (a, b 都不等于零)，

∴ 设 $a = 4x$ ，则 $b = 3x$ ，

那么 $\frac{a+b}{b} = \frac{3x+4x}{3x} = \frac{7}{3}$.

故答案为： $\frac{7}{3}$.

【点评】 此题主要考查了比例的性质，正确表示出 a, b 的值是解题关键.

11. (4分) 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点， $AB = 6\text{cm}$ ， $AP > BP$ ，那么 $AP = \underline{3(\sqrt{5}-1)}$ cm .

【分析】 根据黄金分割的概念得到 $AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，把 $AB = 6\text{cm}$ 代入计算即可.

【解答】 解：∵ P 是线段 AB 的黄金分割点， $AP > BP$ ，

∴ $AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$,

而 $AB = 6\text{cm}$,

$$\therefore AP = 6 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 3(\sqrt{5}-1) \text{ cm}.$$

故答案为 $3(\sqrt{5}-1)$.

【点评】 本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍.

12. (4分) 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $2\vec{a} - (\vec{x} - 3\vec{b}) = 4\vec{b}$, 那么 $\vec{x} = \underline{2\vec{a} - \vec{b}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

【分析】 根据平面向量的加减法计算法则和方程解题.

【解答】 解: $2\vec{a} - (\vec{x} - 3\vec{b}) = 4\vec{b}$

$$2\vec{a} - \vec{x} + 3\vec{b} - 4\vec{b} = 0$$

$$2\vec{a} - \vec{x} - \vec{b} = 0$$

$$\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

故答案是: $2\vec{a} - \vec{b}$.

【点评】 考查平面向量, 此题是利用方程思想求得向量 $\vec{x}$ 的值的, 难度不大.

13. (4分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 4、5、6, $\triangle DEF$ 的最短边长为 12, 那么 $\triangle DEF$ 的周长等于 45.

【分析】 根据题意求出 $\triangle ABC$ 的周长, 根据相似三角形的性质列式计算即可.

【解答】 解: 设 $\triangle DEF$ 的周长别为 x ,

$\triangle ABC$ 的三边长分别为 4、5、6,

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = 4+5+6 = 15,$$

$$\because \triangle ABC \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{4}{12} = \frac{15}{x},$$

解得, $x = 45$,

故答案为: 45.

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质, 掌握相似三角形的周长比等于相似比是解题的关键.

14. (4分) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $BC = 6$, 那么 $\cos B$ 的值 = $\frac{3}{4}$.

【分析】作 $AD \perp BC$ 于 D 点, 根据等腰三角形的性质得到 $BD = \frac{1}{2}BC = 3$, 然后根据余弦的定义求解.

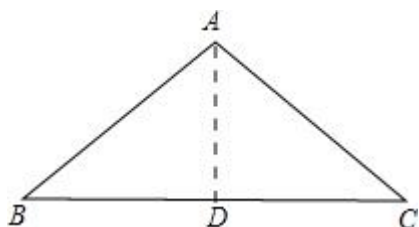
【解答】解: 如图, 作 $AD \perp BC$ 于 D 点,

$$\because AB = AC = 4, BC = 6,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{3}{4}.$$

故答案为 $\frac{3}{4}$.



【点评】本题考查了锐角三角函数的定义: 在直角三角形中, 一锐角的余弦值等于这个角的邻边与斜边的比. 也考查了等腰三角形的性质.

15. (4分) 小杰在楼下点 A 处看到楼上点 B 处的小明的仰角是 42° , 那么点 B 处的小明看点 A 处的小杰的俯角等于 42 度.

【分析】根据题意画出图形, 然后根据平行线的性质可以求得点 B 处的小明看点 A 处的小杰的俯角的度数, 本题得以解决.

【解答】解: 由题意可得,

$$\angle BAO = 42^\circ,$$

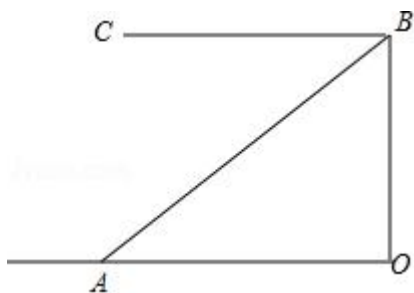
$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC = 42^\circ,$$

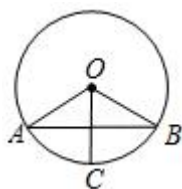
即点 B 处的小明看点 A 处的小杰的俯角等于 42 度,

故答案为: 42 .



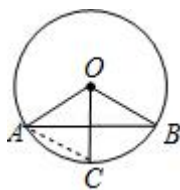
【点评】 本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

16. (4分) 如图，在圆 O 中， AB 是弦，点 C 是劣弧 AB 的中点，连接 OC ， AB 平分 OC ，连接 OA 、 OB ，
那么 $\angle AOB =$ 120 度．



【分析】 连接 AC ．证明 $\triangle AOC$ 是等边三角形即可解决问题．

【解答】 解：连接 AC ．



$$\because \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore OC \perp AB, \angle AOC = \angle BOC,$$

$$\because AB \text{ 平分 } OC,$$

$$\therefore AB \text{ 是线段 } OC \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore AO = AC,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore OA = OC = AC,$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ.$$

故答案为 120.

【点评】 本题考查垂径定理，圆心角、弧、弦之间的关系，等边三角形的判定和性质等

知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

17. (4分) 已知两圆内切，半径分别为2厘米和5厘米，那么这两圆的圆心距等于 3 厘米．

【分析】由两圆的半径分别为2和5，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系和两圆位置关系求得圆心距即可．

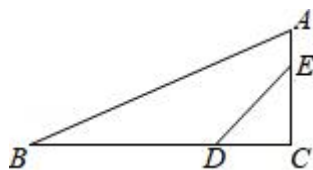
【解答】解： $\because$ 两圆的半径分别为2和5，两圆内切，

$$\therefore d = R - r = 5 - 2 = 3 \text{ cm},$$

故答案为：3．

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系．解题的关键是掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系．

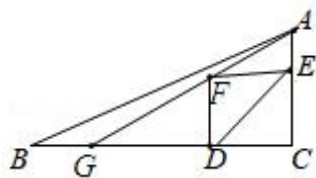
18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上， $AC = 3AE$ ， $\angle CDE = 45^\circ$ （如图）， $\triangle DCE$ 沿直线 DE 翻折，翻折后的点 C 落在 $\triangle ABC$ 内部的点 F ，直线 AF 与边 BC 相交于点 G ，如果 $BG = AE$ ，那么 $\tan B = \frac{3}{7}$ ．



【分析】设 $AE = k = BG$ ， $AC = 3k$ ，($k \neq 0$)，可得 $EC = 2k$ ，由折叠的性质可得 $EF = EC = 2k$ ， $\angle FED = \angle DEC = 45^\circ$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{AE}{AC} = \frac{EF}{GC} = \frac{1}{3}$ ，即 $GC = 3EF = 6k$ ，

则可求 $\tan B$ 的值．

【解答】解：如图，



$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle CDE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 45^\circ$$

$$\because AC = 3AE$$

$$\therefore \text{设 } AE = k = BG, AC = 3k, (k \neq 0)$$

$$\therefore EC = 2k,$$

∵ 折叠

$$\therefore EF = EC = 2k, \angle FED = \angle DEC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle FEC = 90^\circ, \text{ 且 } \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore EF \parallel BC$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ACG$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{GC} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore GC = 3EF = 6k,$$

$$\therefore BC = BG + GC = 7k,$$

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{7}$$

故答案为: $\frac{3}{7}$

【点评】 本题考查了翻折变换, 相似三角形的判定和性质, 锐角三角函数, 熟练运用折叠的性质是本题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 76 分)

19. (10 分) 计算: $2|1 - \sin 60^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\cot 30^\circ - 2\cos 45^\circ}$.

【分析】 先代入特殊角三角函数值, 再根据实数的运算, 可得答案.

【解答】 解: $2|1 - \sin 60^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\cot 30^\circ - 2\cos 45^\circ}$

$$= 2\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$$
$$= 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$
$$= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$$
$$= 2 + \sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了特殊角三角函数值、实数的混合运算; 熟记特殊角三角函数值是解题关键.

20. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx - 3$ 经过点 $A(1, 0)$, 顶点为点 M .

(1) 求抛物线的表达式及顶点 M 的坐标;

(2) 求 $\angle OAM$ 的正弦值.

【分析】 (1) 把 A 坐标代入抛物线解析式求出 b 的值, 确定出抛物线表达式, 并求出顶点坐标即可;

(2) 根据(1)确定出抛物线对称轴, 求出抛物线与 x 轴的交点 B 坐标, 根据题意得到三角形 AMB 为直角三角形, 由 MB 与 AB 的长, 利用勾股定理求出 AM 的长, 再利用锐角三角函数定义求出所求即可.

【解答】解: (1) 由题意, 得 $1+b-3=0$,

解这个方程, 得, $b=2$,

所以, 这个抛物线的表达式是 $y=x^2+2x-3$,

所以 $y=(x+1)^2-4$,

则顶点 M 的坐标为 $(-1, -4)$;

(2) 由(1)得: 这个抛物线的对称轴是直线 $x=-1$,

设直线 $x=1$ 与 x 轴的交点为点 B ,

则点 B 的坐标为 $(-1, 0)$, 且 $\angle MBA=90^\circ$,

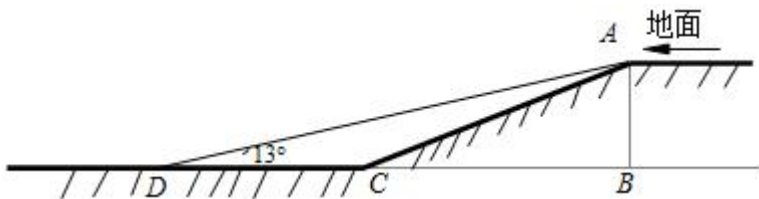
在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $MB=4$, $AB=2$,

由勾股定理得: $AM^2=MB^2+AB^2=16+4=20$, 即 $AM=2\sqrt{5}$,

所以 $\sin\angle OAM=\frac{MB}{AM}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【点评】此题考查了待定系数法求二次函数解析式, 二次函数的性质, 二次函数图象上点的坐标特征, 以及解直角三角形, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

21. (10分) 某小区开展了“行车安全, 方便居民”的活动, 对地下车库作了改进. 如图, 这小区原地下车库的入口处有斜坡 AC 长为 13 米, 它的坡度为 $i=1:2.4$, $AB\perp BC$, 为了居民行车安全, 现将斜坡的坡角改为 13° , 即 $\angle ADC=13^\circ$ (此时点 B 、 C 、 D 在同一直线上).



(1) 求这个车库的高度 AB ;

(2) 求斜坡改进后的起点 D 与原起点 C 的距离 (结果精确到 0.1 米).

(参考数据: $\sin 13^\circ \approx 0.225$, $\cos 13^\circ \approx 0.974$, $\tan 13^\circ \approx 0.231$, $\cot 13^\circ \approx 4.331$)

【分析】(1) 根据坡度的概念, 设 $AB=5x$, 则 $BC=12x$, 根据勾股定理列出方程, 解方程即可;

(2) 根据余切的定义列出算式, 求出 DC .

【解答】解：（1）由题意，得： $\angle ABC = 90^\circ$ ， $i = 1:2.4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $i = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$ ，

设 $AB = 5x$ ，则 $BC = 12x$ ，

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2,$$

$$\therefore AC = 13x,$$

$$\because AC = 13,$$

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore AB = 5,$$

答：这个车库的高度 AB 为 5 米；

（2）由（1）得： $BC = 12$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\cot \angle ADC = \frac{DB}{AB}$ ，

$$\because \angle ADC = 13^\circ, AB = 5,$$

$$\therefore DB = 5 \cot 13^\circ \approx 21.655 \text{ (m)},$$

$$\therefore DC = DB - BC = 21.655 - 12 = 9.655 \approx 9.7 \text{ (米)},$$

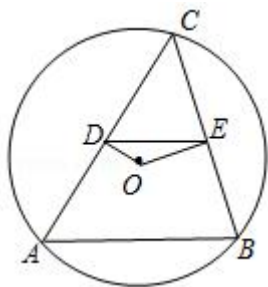
答：斜坡改进后的起点 D 与原起点 C 的距离为 9.7 米．

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，掌握坡度的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键．

22.（10分）如图，在圆 O 中，弦 $AB = 8$ ，点 C 在圆 O 上（ C 与 A, B 不重合），连接 CA, CB ，过点 O 分别作 $OD \perp AC$ ， $OE \perp BC$ ，垂足分别是点 D, E ．

（1）求线段 DE 的长；

（2）点 O 到 AB 的距离为 3，求圆 O 的半径．



【分析】（1）由 $OD \perp AC$ 知 $AD = DC$ ，同理得出 $CE = EB$ ，从而知 $DE = \frac{1}{2}AB$ ，据此可得

答案；

(2) 作 $OH \perp AB$ 于点 H , 连接 OA , 根据题意得出 $OH = 3$, $AH = 4$, 利用勾股定理可得答案.

【解答】解: (1) $\because OD$ 经过圆心 O , $OD \perp AC$,

$$\therefore AD = DC,$$

同理: $CE = EB$,

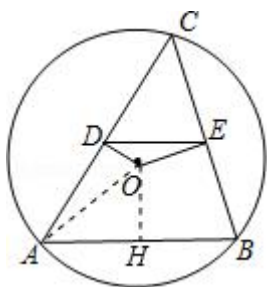
$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB = 8,$$

$$\therefore DE = 4.$$

(2) 过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为点 H , $OH = 3$, 连接 OA ,



$\because OH$ 经过圆心 O ,

$$\therefore AH = BH = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB = 8,$$

$$\therefore AH = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle AHO$ 中, $AH^2 + OH^2 = AO^2$,

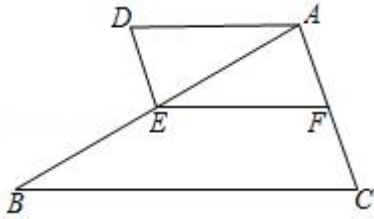
$\therefore AO = 5$, 即圆 O 的半径为 5.

【点评】本题主要考查垂径定理, 解题的关键是掌握垂径定理: 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了中位线定理与勾股定理.

23. (12 分) 如图 6, 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的外部, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 AB 上, $AB \cdot AD = BC \cdot AE$.

(1) 求证: $\angle BAC = \angle AED$;

(2) 在边 AC 取一点 F , 如果 $\angle AFE = \angle D$, 求证: $\frac{AD}{BC} = \frac{AF}{AC}$.



【分析】(1) 欲证明 $\angle BAC = \angle AED$ ，只要证明 $\triangle CBA \sim \triangle DAE$ 即可；

(2) 由 $\triangle DAE \sim \triangle CBA$ ，可得 $\frac{AD}{BC} = \frac{DE}{AC}$ ，再证明四边形 $ADEF$ 是平行四边形，推出 $DE = AF$ ，即可解决问题；

【解答】证明 (1) $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle DAE,$$

$$\because AB - AD = BC - AE,$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{AD},$$

$$\therefore \triangle CBA \sim \triangle DAE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle AED.$$

(2) 由 (1) 得 $\triangle DAE \sim \triangle CBA$

$$\therefore \angle D = \angle C, \frac{AD}{BC} = \frac{DE}{AC},$$

$$\because \angle AFE = \angle D,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle C,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore EF \parallel AD,$$

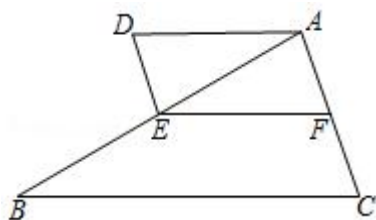
$$\because \angle BAC = \angle AED,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形，

$$\therefore DE = AF,$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{AF}{AC}.$$



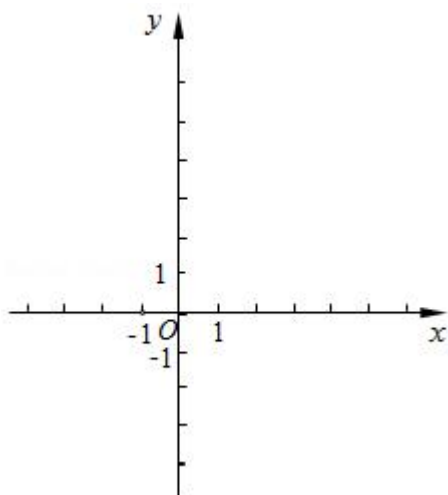
【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $A(4, 0)$ 、 $B(2, 2)$, 与 y 轴的交点为 C .

(1) 试求这个抛物线的表达式;

(2) 如果这个抛物线的顶点为 M , 求 $\triangle AMC$ 的面积;

(3) 如果这个抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 D , 点 E 在线段 AB 上, 且 $\angle DOE = 45^\circ$, 求点 E 的坐标.



【分析】 (1) 根据点 A , B 的坐标, 利用待定系数法即可求出抛物线的表达式;

(2) 利用配方法可求出点 M 的坐标, 利用二次函数图象上点的坐标特征可求出点 C 的坐标, 过点 M 作 $MH \perp y$ 轴, 垂足为点 H , 利用分割图形求面积法可得出 $\triangle AMC$ 的面积;

(3) 连接 OB , 过点 B 作 $BG \perp x$ 轴, 垂足为点 G , 则 $\triangle BGA$, $\triangle OCB$ 是等腰直角三角形, 进而可得出 $\angle BAO = \angle DBO$, 由 $\angle DOB + \angle BOE = 45^\circ$, $\angle BOE + \angle EOA = 45^\circ$ 可得出 $\angle EOA = \angle DOB$, 进而可证出 $\triangle AOE \sim \triangle BOD$, 利用相似三角形的性质结合抛物线的对称轴为直线 $x = 1$ 可求出 AE 的长, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴, 垂足为点 F , 则 $\triangle AEF$ 为等腰直角三角形, 根据等腰直角三角形的性质可得出 AF 、 EF 的长, 进而可得出点 E 的坐标.

【解答】解：（1）将 $A(4, 0)$, $B(2, 2)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 2$, 得: $\begin{cases} 16a + 4b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 2 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

$$(2) \because y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4},$$

$\therefore$ 顶点 M 的坐标为 $(1, \frac{9}{4})$.

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 2,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 2)$.

过点 M 作 $MH \perp y$ 轴, 垂足为点 H , 如图 1 所示.

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AMC} &= S_{\text{梯形 } AOHM} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle CHM}, \\ &= \frac{1}{2}(HM + AO) \cdot OH - \frac{1}{2}AO \cdot OC - \frac{1}{2}CH \cdot MH, \\ &= \frac{1}{2} \times (1 + 4) \times \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times (\frac{9}{4} - 2) \times 1, \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

(3) 连接 OB , 过点 B 作 $BG \perp x$ 轴, 垂足为点 G , 如图 2 所示.

$\because$ 点 B 的坐标为 $(2, 2)$, 点 A 的坐标为 $(4, 0)$,

$$\therefore BG = 2, GA = 2,$$

$\therefore \triangle BGA$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle BAO = 45^\circ.$$

同理, 可得: $\angle BOA = 45^\circ$.

$\because$ 点 C 的坐标为 $(2, 0)$,

$$\therefore BC = 2, OC = 2,$$

$\therefore \triangle OCB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle DBO = 45^\circ, BO = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DBO.$$

$$\because \angle DOE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB + \angle BOE = 45^\circ.$$

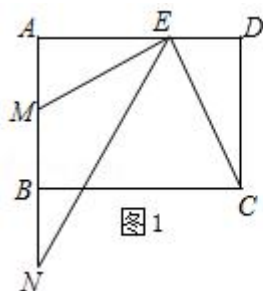


图 1

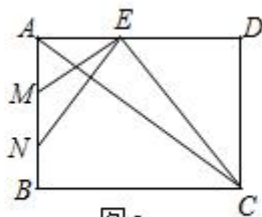
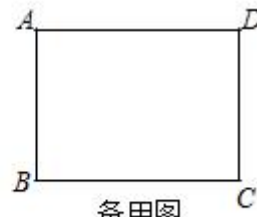


图 2



备用图

(1) 如图 1, 求证: $\angle ANE = \angle DCE$;

(2) 如图 2, 当点 N 在线段 MB 之间, 联结 AC , 且 AC 与 NE 互相垂直, 求 MN 的长;

(3) 连接 AC , 如果 $\triangle AEC$ 与以点 E 、 M 、 N 为顶点所组成的三角形相似, 求 DE 的长.

【分析】 (1) 由比例中项知 $\frac{AM}{AE} = \frac{AE}{AN}$, 据此可证 $\triangle AME \sim \triangle AEN$ 得 $\angle AEM = \angle ANE$, 再证 $\angle AEM = \angle DCE$ 可得答案;

(2) 先证 $\angle ANE = \angle EAC$, 结合 $\angle ANE = \angle DCE$ 得 $\angle DCE = \angle EAC$, 从而知 $\frac{DE}{DC} = \frac{DC}{AD}$, 据此求得 $AE = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$, 由 (1) 得 $\angle AEM = \angle DCE$, 据此知 $\frac{AM}{AE} = \frac{DE}{DC}$, 求得 $AM = \frac{21}{8}$, 由 $\frac{AM}{AE} = \frac{AE}{AN}$ 求得 $MN = \frac{49}{24}$;

(3) 分 $\angle ENM = \angle EAC$ 和 $\angle ENM = \angle ECA$ 两种情况分别求解可得.

【解答】 解: (1) $\because AE$ 是 AM 和 AN 的比例中项

$$\therefore \frac{AM}{AE} = \frac{AE}{AN},$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle AME \sim \triangle AEN,$$

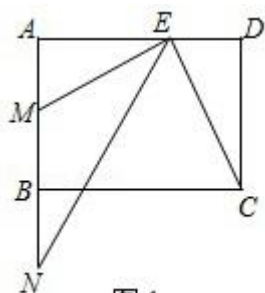


图 1

$$\therefore \angle AEM = \angle ANE,$$

$$\because \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\because EM \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEM + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEM = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle ANE = \angle DCE;$$

(2) $\because AC$ 与 NE 互相垂直,

$$\therefore \angle EAC + \angle AEN = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANE + \angle AEN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANE = \angle EAC,$$

由 (1) 得 $\angle ANE = \angle DCE$,

$$\therefore \angle DCE = \angle EAC,$$

$$\therefore \tan \angle DCE = \tan \angle DAC,$$

$$\therefore \frac{DE}{DC} = \frac{DC}{AD},$$

$$\because DC = AB = 6, AD = 8,$$

$$\therefore DE = \frac{9}{2},$$

$$\therefore AE = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2},$$

由 (1) 得 $\angle AEM = \angle DCE$,

$$\therefore \tan \angle AEM = \tan \angle DCE,$$

$$\therefore \frac{AM}{AE} = \frac{DE}{DC},$$

$$\therefore AM = \frac{21}{8},$$

$$\therefore \frac{AM}{AE} = \frac{AE}{AN},$$

$$\therefore AN = \frac{14}{3},$$

$$\therefore MN = \frac{49}{24};$$

(3) $\because \angle NME = \angle MAE + \angle AEM, \angle AEC = \angle D + \angle DCE$,

又 $\angle MAE = \angle D = 90^\circ$, 由 (1) 得 $\angle AEM = \angle DCE$,

$$\therefore \angle AEC = \angle NME,$$

当 $\triangle AEC$ 与以点 E 、 M 、 N 为顶点所组成的三角形相似时

① $\angle ENM = \angle EAC$ ，如图 2，

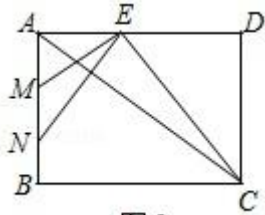


图 2

$$\therefore \angle ANE = \angle EAC,$$

$$\text{由 (2) 得: } DE = \frac{9}{2};$$

② $\angle ENM = \angle ECA$ ，

如图 3，

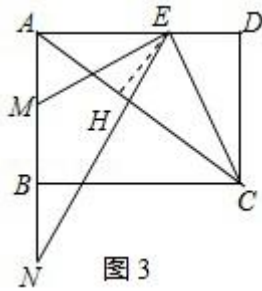


图 3

过点 E 作 $EH \perp AC$ ，垂足为点 H ，

由 (1) 得 $\angle ANE = \angle DCE$ ，

$$\therefore \angle ECA = \angle DCE,$$

$$\therefore HE = DE,$$

$$\text{又 } \tan \angle HAE = \frac{HE}{AH} = \frac{DC}{AD} = \frac{6}{8},$$

设 $DE = 3x$ ，则 $HE = 3x$ ， $AH = 4x$ ， $AE = 5x$ ，

$$\text{又 } AE + DE = AD,$$

$$\therefore 5x + 3x = 8,$$

解得 $x = 1$ ，

$$\therefore DE = 3x = 3,$$

综上所述， DE 的长分别为 $\frac{9}{2}$ 或 3 。

【点评】 本题是相似三角形的综合问题，解题的关键是掌握相似三角形的判定与性质、三角函数的应用等知识点。