

2018 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

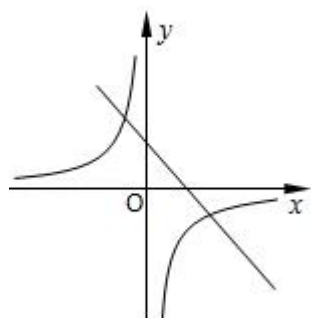
1. (4 分) 下列实数中，介于 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{2}$ 之间的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{22}{7}$ D. π

2. (4 分) 下列方程中没有实数根的是 ()

- A. $x^2+x-1=0$ B. $x^2+x+1=0$ C. $x^2-1=0$ D. $x^2+x=0$

3. (4 分) 一个反比例函数与一个一次函数在同一坐标平面内的图象如图示，如果其中的反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$ ，那么该一次函数可能的解析式是 ()



- A. $y=kx+k$ B. $y=kx-k$ C. $y=-kx+k$ D. $y=-kx-k$

4. (4 分) 一个民营企业 10 名员工的月平均工资如下表，则能较好反映这些员工月平均工资水平的是 () (工资单位：万元)

人次	1	1	1	2	1	1	3
工资	30	3	2	1.5	1.2	2	0.8

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 标准差

5. (4 分) 计算： $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} =$ ()

- A. $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{BA}$ C. $\vec{0}$ D. 0

6. (4 分) 下列命题中，假命题是 ()

- A. 如果一条直线平分弦和弦所对的一条弧，那么这条直线经过圆心，并且垂

直于这条弦

B. 如果一条直线平分弦所对的两条弧, 那么这条直线经过圆心, 并且垂直于这条弦

C. 如果一条直线经过圆心, 并且平分弦, 那么该直线平分这条弦所对的弧, 并且垂直于这条弦

D. 如果一条直线经过圆心, 并且垂直弦, 那么该直线平分这条弦和弦所对的弧

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 因式分解: $x^2 - x - 12 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4 分) 方程 $x+1=\sqrt{2x+5}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x - \frac{1}{3} > 0 \\ \frac{1}{2}x - 3 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4 分) 已知点 P 位于第三象限内, 且点 P 到两坐标轴的距离分别为 2 和 4, 若反比例函数图象经过点 P, 则该反比例函数的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 如果一次函数的图象经过第一、二、四象限, 那么其函数值 y 随自变量 x 的值的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填“增大”或“减小”)

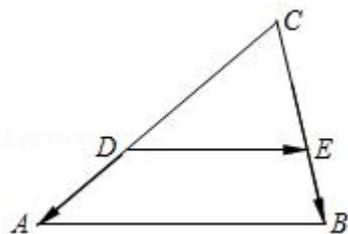
13. (4 分) 女生小琳所在班级共有 40 名学生, 其中女生占 60%. 现学校组织部分女生去市三女中参观, 需要从小琳所在班级的女生当中随机抽取一名女生参加, 那么小琳被抽到的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4 分) 已知平行四边形相邻两个内角相差 40° , 则该平行四边形中较小内角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

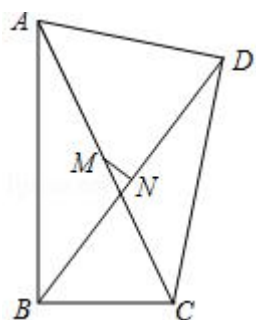
15. (4 分) 半径为 1 的圆的内接正三角形的边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4 分) 如图, 点 D、E 分别为 $\triangle ABC$ 边 CA、CB 上的点, 已知 $DE \parallel AB$,

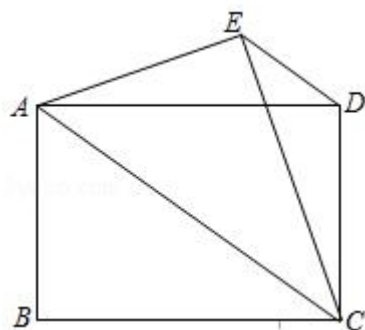
且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, 则 $\overrightarrow{DE} =$ _____. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



17. (4 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $AC = 26$, $BD = 24$, M 、 N 分别是 AC 、 BD 的中点, 则线段 MN 的长为_____.



18. (4 分) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使点 B 翻折到点 E 处, 如果 $DE : AC = 1 : 3$, 那么 $AD : AB =$ _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

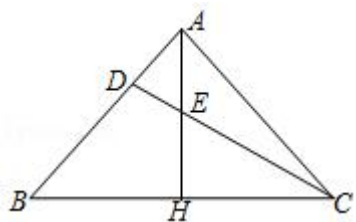
19. (10 分) 计算: $(2^2 + 2^3)^{\frac{1}{2}} + (\sqrt{2018} - 2018)^0 - |3 - 2\sqrt{3}|$.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$
.

21. (10 分) 如图, AH 是 $\triangle ABC$ 的高, D 是边 AB 上一点, CD 与 AH 交于点 E . 已知 $AB = AC = 6$, $\cos B = \frac{2}{3}$, $AD : DB = 1 : 2$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 $CE:DE$.



22. (10 分) 今年 1 月 25 日, 上海地区下了一场大雪. 这天早上王大爷去买菜, 他先去了超市, 发现蔬菜普遍涨价了, 青菜、花菜和大白菜这两天的价格如下表. 王大爷觉得超市的菜不够新鲜, 所以他又去了菜市场, 他花了 30 元买了一些新鲜菠菜, 他跟卖菜阿姨说: “你今天的菠菜比昨天涨了 5 元/斤.” 卖菜阿姨说: “下雪天从地里弄菜不容易啊. 所以你花这些钱要比昨天少买 1 斤了”. 王大爷回答道: “应该的, 你们也真的辛苦.”

	青菜	花菜	大白菜
1 月 24 日	2 元/斤	5 元/斤	1 元/斤
1 月 25 日	2.5 元/斤	7 元/斤	1.5 元/斤

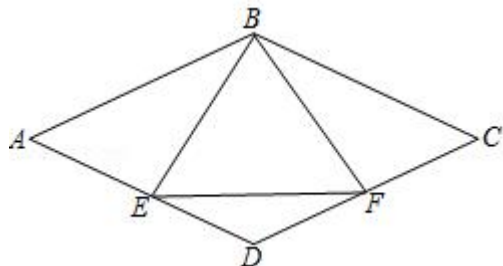
(1) 请问超市三种蔬菜中哪种涨幅最大? 并计算其涨幅;

(2) 请你根据王大爷和卖菜阿姨的对话, 来算算, 这天王大爷买了几斤菠菜?

23. (12 分) 如图, 点 E、F 分别为菱形 ABCD 边 AD、CD 的中点.

(1) 求证: $BE=BF$;

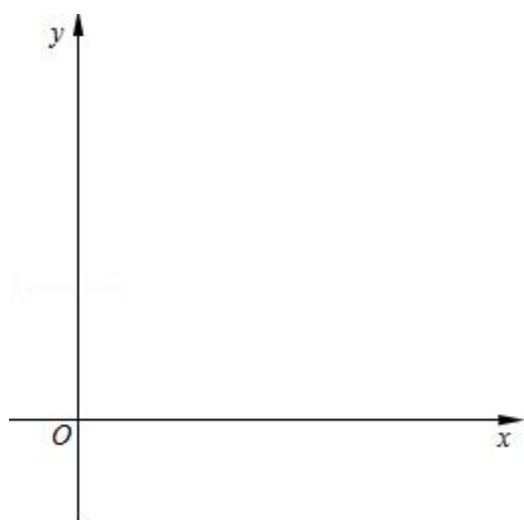
(2) 当 $\triangle BEF$ 为等边三角形时, 求证: $\angle D=2\angle A$.



24. (12 分) 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (1, 0) 和 B (0, 3), 其顶点为

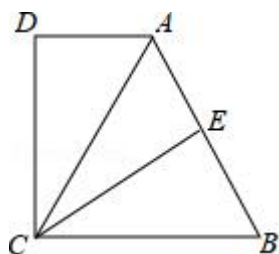
D.

- (1) 求此抛物线的表达式;
- (2) 求 $\triangle ABD$ 的面积;
- (3) 设P为该抛物线上一点, 且位于抛物线对称轴右侧, 作 $PH \perp$ 对称轴, 垂足为H, 若 $\triangle DPH$ 与 $\triangle AOB$ 相似, 求点P的坐标.



25. (14分) 如图, 四边形ABCD中, $\angle BCD = \angle D = 90^\circ$, E是边AB的中点. 已知 $AD=1$, $AB=2$.

- (1) 设 $BC=x$, $CD=y$, 求y关于x的函数关系式, 并写出定义域;
- (2) 当 $\angle B=70^\circ$ 时, 求 $\angle AEC$ 的度数;
- (3) 当 $\triangle ACE$ 为直角三角形时, 求边BC的长.



2018 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 下列实数中，介于 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{2}$ 之间的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{22}{7}$ D. π

【考点】18：有理数大小比较；22：算术平方根.

【专题】1：常规题型.

【分析】依据开方数越大对应的算术平方根越大求解即可.

【解答】解： $\because \frac{2}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2} < \sqrt{3} < \pi < \frac{22}{7}$,

$\therefore$ 介于 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{2}$ 之间的是 $\sqrt{2}$.

故选：A.

【点评】本题主要考查的是估算无理数的大小，掌握估算无理数大小的方法是解题的关键.

2. (4 分) 下列方程中没有实数根的是 ()

- A. $x^2+x-1=0$ B. $x^2+x+1=0$ C. $x^2-1=0$ D. $x^2+x=0$

【考点】AA：根的判别式.

【专题】1：常规题型；523：一元二次方程及应用.

【分析】逐项计算方程根的判别式，进行判断即可.

【解答】解：

在 $x^2+x-1=0$ 中， $\Delta=1^2-4\times(-1)=5>0$ ，故该方程有两个不相等的实数根，

故 A 不正确；

在 $x^2+x+1=0$ 中， $\Delta=1^2-4\times 1=-3<0$ ，故该方程没有实数根，故 B 正确；

在 $x^2 - 1 = 0$ 中, $\Delta = 0 - 4 \times (-1) = 4 > 0$, 故该方程有两个不相等的实数根, 故

C 不正确;

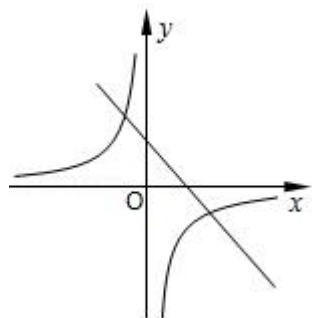
在 $x^2 + x = 0$ 中, $\Delta = 1^2 - 4 \times 0 = 1 > 0$, 故该方程有两个不相等的实数根, 故 D 不正

确;

故选: B.

【点评】 本题主要考查根的判别式, 熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

3. (4 分) 一个反比例函数与一个一次函数在同一坐标平面内的图象如图示, 如果其中的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 那么该一次函数可能的解析式是 ()



A. $y = kx + k$

B. $y = kx - k$

C. $y = -kx + k$

D. $y = -kx - k$

【考点】 F3: 一次函数的图象; FA: 待定系数法求一次函数解析式; G2: 反比例函数的图象.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 首先判断 k 的符号进而分析得出一次函数各部分符号, 进而得出答案.

【解答】 解: 由反比例函数图象分布在二、四象限, 可得: $k < 0$,

由一次函数的图象经过第一、二、四象限, 可得: 一次项系数为负数, 常数项为正数,

故只有 B 选项正确.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的图象以及一次函数的图象, 正确得出 k

的符号是解题关键.

4. (4分) 一个民营企业 10 名员工的月平均工资如下表, 则能较好反映这些员工月平均工资水平的是 () (工资单位: 万元)

人次	1	1	1	2	1	1	3
工资	30	3	2	1.5	1.2	2	0.8

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 标准差

【考点】W1: 算术平均数; W4: 中位数; W5: 众数; W8: 标准差.

【专题】1: 常规题型.

【分析】分别利用平均数以及中位数和众数的定义求法和标准差的意义分别分析得出答案.

【解答】解: 平均数为: $(30+3+2+1.5 \times 2+1.2+2+0.8 \times 3) \div 10=4.48$ (万元),

中位数是: $(1.5+1.2) \div 2=1.35$ (万元),

众数是: 0.8 万元,

标准差反映的是数据的波动大小, 无法反映这些员工月平均工资水平,

只有中位数 1.35 万元, 能够较好反映这些员工月平均工资水平.

故选: B.

【点评】此题主要考查了平均数以及中位数和众数的定义求法和标准差的意义, 正确把握相关定义是解题关键.

5. (4分) 计算: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} =$ ()

A. $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{BA}$ C. $\vec{0}$ D. 0

【考点】LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据零向量的定义即可判断.

【解答】解: $\because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$,

故选：C.

【点评】 本题考查平面向量、零向量的定义等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

6. (4 分) 下列命题中，假命题是 ()

A. 如果一条直线平分弦和弦所对的一条弧，那么这条直线经过圆心，并且垂直于这条弦

B. 如果一条直线平分弦所对的两条弧，那么这条直线经过圆心，并且垂直于这条弦

C. 如果一条直线经过圆心，并且平分弦，那么该直线平分这条弦所对的弧，并且垂直于这条弦

D. 如果一条直线经过圆心，并且垂直弦，那么该直线平分这条弦和弦所对的弧

【考点】 O1: 命题与定理.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 利用垂径定理及其推论逐个判断即可求得答案.

【解答】 解：A、如果一条直线平分弦和弦所对的一条弧，那么这条直线经过圆心，并且垂直于这条弦，正确，是真命题；

B、如果一条直线平分弦所对的两条弧，那么这条直线经过圆心，并且垂直于这条弦，正确，是真命题；

C、如果一条直线经过圆心，并且平分非直径的弦，那么该直线平分这条弦所对的弧，并且垂直于这条弦，故 C 是假命题；

D、如果一条直线经过圆心，并且垂直弦，那么该直线平分这条弦和弦所对的弧，正确，是真命题；

故选：C.

【点评】 本题考查了垂径定理及其推论，对于一个圆和一条直线来说如果一条直

线具备下列, ①经过圆心, ②垂直于弦, ③平分弦 (弦不是直径), ④平分弦所对的优弧, ⑤平分弦所对的劣弧, 五个条件中的任何两个, 那么也就具备其他三个.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \underline{\sqrt{2}+1}$.

【考点】76: 分母有理化.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 $\sqrt{2}-1$ 的有理化因式为 $\sqrt{2}+1$, 进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$,
 $= \sqrt{2}+1$,

故答案为 $\sqrt{2}+1$.

【点评】主要考查二次根式的有理化. 根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化. 二次根式有理化主要利用了平方差公式, 所以一般二次根式的有理化因式是符合平方差公式的特点的式子. 即一项符号和绝对值相同, 另一项符号相反绝对值相同.

8. (4 分) 因式分解: $x^2 - x - 12 = \underline{(x-4)(x+3)}$.

【考点】57: 因式分解 - 十字相乘法等.

【分析】根据所给多项式的系数特点, 可以用十字相乘法进行因式分解.

【解答】解: $x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3)$.

【点评】本题考查十字相乘法分解因式, 十字左边相乘等于二次项系数, 右边相乘等于常数项, 交叉相乘再相加等于一次项系数.

9. (4 分) 方程 $x+1=\sqrt{2x+5}$ 的解是 $\underline{x=2}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】无理方程两边平方转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经

检验即可得到无理方程的解.

【解答】解: 两边平方得: $(x+1)^2=2x+5$, 即 $x^2=4$,

开方得: $x=2$ 或 $x=-2$,

经检验 $x=-2$ 是增根, 无理方程的解为 $x=2$.

故答案为: $x=2$

【点评】此题考查了无理方程, 利用了转化的思想, 解无理方程注意要验根.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-\frac{1}{3}>0 \\ \frac{1}{2}x-3\leq 0 \end{cases}$ 的解集是 $\frac{1}{6}<x\leq 6$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】1: 常规题型.

【分析】分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x-\frac{1}{3}>0 \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x-3\leq 0 \textcircled{2} \end{cases}$

由不等式①得, $x>\frac{1}{6}$;

由不等式②得, $x\leq 6$,

$\therefore$ 此不等式组的解集为: $\frac{1}{6}<x\leq 6$.

故答案为: $\frac{1}{6}<x\leq 6$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (4 分) 已知点 P 位于第三象限内, 且点 P 到两坐标轴的距离分别为 2 和 4, 若反比例函数图象经过点 P, 则该反比例函数的解析式为 $y=\frac{8}{x}$.

【考点】G4: 反比例函数的性质; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用已知得出 P 点坐标，再利用反比例函数解析式求法得出答案.

【解答】解：∵点 P 位于第三象限内，且点 P 到两坐标轴的距离分别为 2 和 4，

∴P 点坐标为：(-2, -4) 或 (-4, -2)，

则该反比例函数的解析式为： $y = \frac{8}{x}$.

故答案为： $y = \frac{8}{x}$.

【点评】此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式以及点的坐标特点，正确得出 P 点坐标是解题关键.

12. (4 分) 如果一次函数的图象经过第一、二、四象限，那么其函数值 y 随自变量 x 的值的增大而减小. (填“增大”或“减小”)

【考点】F5：一次函数的性质.

【专题】533：一次函数及其应用.

【分析】由一次函数图象经过的象限可得出 $k < 0$ 、 $b > 0$ ，再利用一次函数的性质可得出 y 随 x 的增大而减小，此题得解.

【解答】解：∵一次函数的图象经过第一、二、四象限，

∴ $k < 0$ ， $b > 0$ ，

∴y 随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

【点评】本题考查了一次函数的性质以及一次函数图象与系数的关系，牢记“当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时 $\Leftrightarrow$ 直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限”是解题的关键.

13. (4 分) 女生小琳所在班级共有 40 名学生，其中女生占 60%. 现学校组织部分女生去市三女中参观，需要从小琳所在班级的女生当中随机抽取一名女生参加，那么小琳被抽到的概率是 $\frac{1}{24}$.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】先求出小琳所在班级的女生人数, 再根据概率公式计算可得.

【解答】解: $\because$ 小琳所在班级的女生共有 $40 \times 60\% = 24$ 人,

$\therefore$ 从小琳所在班级的女生当中随机抽取一名女生参加, 小琳被抽到的概率是 $\frac{1}{24}$,

故答案为: $\frac{1}{24}$

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 已知平行四边形相邻两个内角相差 40° , 则该平行四边形中较小内角的度数是 70° .

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】由平行四边形的性质得出 $\angle B + \angle C = 180^\circ$, 由已知条件得出 $\angle C - \angle B = 40^\circ$, 解答即可.

【解答】解: 如图所示:

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

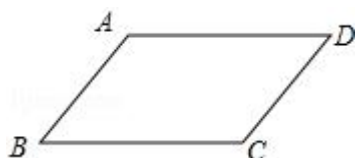
$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\because \angle C - \angle B = 40^\circ$,

解得: $\angle B = 70^\circ$,

故答案为: 70° .



【点评】 本题考查了平行四边形的性质、平行线的性质；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

15. (4 分) 半径为 1 的圆的内接正三角形的边长为 $\sqrt{3}$.

【考点】 MM: 正多边形和圆.

【分析】 欲求 $\triangle ABC$ 的边长，把 $\triangle ABC$ 中 BC 边当弦，作 BC 的垂线，在 $Rt\triangle BOD$ 中，求 BD 的长；根据垂径定理知： $BC=2BD$ ，从而求正三角形的边长.

【解答】 解： 如图所示.

在 $Rt\triangle BOD$ 中， $OB=1$ ， $\angle OBD=30^\circ$ ，

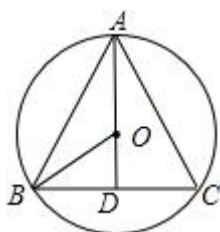
$$\therefore BD = \cos 30^\circ \times OB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore BC = 2BD = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

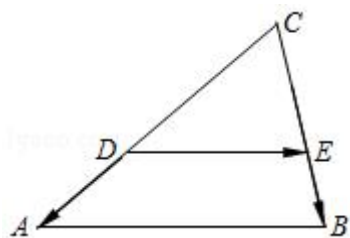
故它的内接正三角形的边长为 $\sqrt{3}$.

故答案为： $\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了正三角形和外接圆，要知道圆心既是内心也是外心，所以 BO 平分 $\angle ABC$ ，根据等边三角形的性质与圆的性质相结合，得出结论.

16. (4 分) 如图，点 D 、 E 分别为 $\triangle ABC$ 边 CA 、 CB 上的点，已知 $DE \parallel AB$ ，且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{DE} = \underline{\frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a})}$. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【考点】K5: 三角形的重心; LM: *平面向量.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据三角形的重心的性质得到 $DE = \frac{2}{3}AB$, 根据题意求出 AB 的向量, 计算即可.

【解答】解: $\because DE \parallel AB$, DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore DE = \frac{2}{3}AB,$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

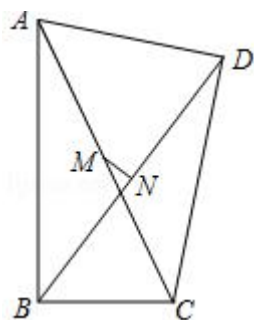
$$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}),$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}).$$

【点评】本题考查的是三角形的重心的概念和性质、平行向量的知识, 掌握重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍是解题的关键.

17. (4 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $AC = 26$, $BD = 24$,

M、N 分别是 AC、BD 的中点, 则线段 MN 的长为 5.



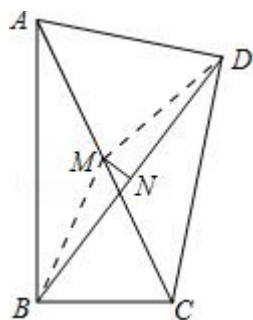
【考点】KP: 直角三角形斜边上的中线.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半得到 $BM=DM=5$ ，

根据等腰三角形的性质得到 $BN=4$ ，根据勾股定理得到答案.

【解答】解：连接 BM 、 DM ，



$\because \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， M 是 AC 的中点，

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AC, \quad DM = \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore BM = DM = 13$ ，又 N 是 BD 的中点，

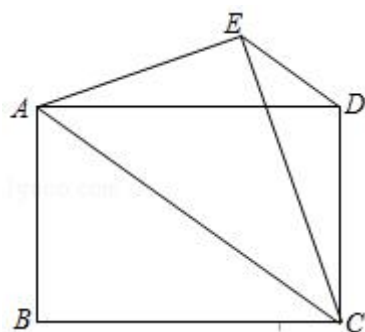
$$\therefore BN = DN = \frac{1}{2}BD = 12,$$

$$\therefore MN = \sqrt{BM^2 - BN^2} = 5,$$

故答案为：5.

【点评】本题考查的是直角三角形的性质、等腰三角形的性质，掌握在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键.

18. (4 分) 如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，使点 B 翻折到点 E 处，如果 $DE: AC=1: 3$ ，那么 $AD: AB=$ $\sqrt{2}$.



【考点】LB：矩形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】1：常规题型.

【分析】 根据翻折的性质可得 $\angle BCA = \angle ECA$ ，再根据矩形的对边平行可得 AD

$\parallel BC$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle DAC = \angle BCA$ ，从而得到 $\angle ECA =$

$\angle DAC$ ，设 AD 与 CE 相交于 F ，根据等角对等边的性质可得 $AF = CF$ ，再求

出 $DF = EF$ ，从而得到 $\triangle ACF$ 和 $\triangle DEF$ 相似，根据相似三角形对应边成比例求

出 $\frac{DF}{AF} = \frac{EF}{CF} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{3}$ ，设 $DF = x$ ，则 $AF = FC = 3x$ ，在 $Rt\triangle CDF$ 中，利用勾股定理

列式求出 CD ，再根据矩形的对边相等求出 AB ，然后代入进行计算即可得解.

【解答】 解： $\because$ 矩形沿直线 AC 折叠，点 B 落在点 E 处，

$\therefore \angle BCA = \angle ECA$ ， $AE = AB = CD$ ， $EC = BC = AD$ ，

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的对边 $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BCA$ ，

$\therefore \angle ECA = \angle DAC$ ，

设 AD 与 CE 相交于 F ，则 $AF = CF$ ，

$\therefore AD - AF = CE - CF$ ，即 $DF = EF$ ，

$$\therefore \frac{DF}{AF} = \frac{EF}{CF},$$

又 $\because \angle AFC = \angle DFE$ ，

$\therefore \triangle ACF \sim \triangle DEF$ ，

$$\therefore \frac{DF}{AF} = \frac{EF}{CF} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{3},$$

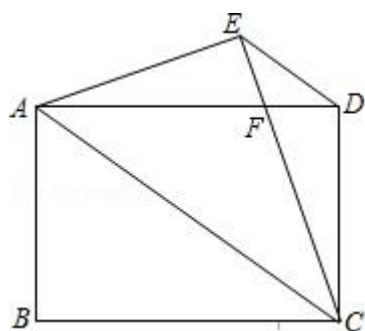
设 $DF = x$ ，则 $AF = FC = 3x$ ，

在 $Rt\triangle CDF$ 中， $CD = \sqrt{FC^2 - DF^2} = 2\sqrt{2}x$ ，

又 $\because BC = AD = AF + DF = 4x$ ，

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{4x}{2\sqrt{2}x} = \sqrt{2}.$$

故答案为 $\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了翻折变换（折叠问题），矩形的性质，平行线的性质，等角对等边的性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理的应用，综合性较强，但难度不大，熟记各性质是解题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $(2^2+2^3)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{2018}-2018)^0-|3-2\sqrt{3}|$.

【考点】 2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6E：零指数幂.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 本题涉及零指数幂、分数指数幂、绝对值 3 个考点. 在计算时，需要对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解：原式 $=\sqrt{4+8}+1-(2\sqrt{3}-3)$,
 $=2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}+3$,
 $=4$.

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x^2-2xy+y^2=9 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$
.

【考点】 AF：高次方程.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 变形方程组中的①，得两个一元一次方程，与组中的②联立得方程组，求解方程组即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 \text{①} \\ x^2 + y^2 = 5 \text{②} \end{cases}$$

由①得, $(x - y)^2 = 9$

所以 $x - y = 3$ ③, $x - y = -3$ ④

③②与④②联立得:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}, \begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

解方程组 $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases}$;

解方程组 $\begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$, 得, $\begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -1 \\ y_4 = 2 \end{cases}$.

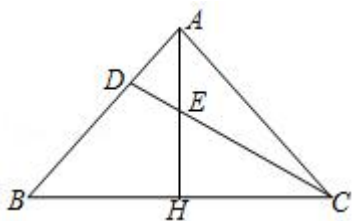
所以原方程组的解为: $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -1 \\ y_4 = 2 \end{cases}$.

【点评】 本题考查了二元二次方程组的解法, 由两个二元二次方程组成的方程组, 通常采用变形组中的一个二次方程为两个一元一次方程用代入法求解.

21. (10 分) 如图, AH 是 $\triangle ABC$ 的高, D 是边 AB 上一点, CD 与 AH 交于点 E. 已知 $AB = AC = 6$, $\cos B = \frac{2}{3}$, AD: DB = 1: 2.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 CE: DE.



【考点】 T7: 解直角三角形.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 (1) 根据题意和锐角三角函数可以求得 BH 和 AH 的长, 从而可以求得 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 根据三角形的相似和题意可以求得 CE: DE 的值.

【解答】解: (1) $\because AB=AC=6$, $\cos B=\frac{2}{3}$, AH 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore BH=4,$$

$$\therefore BC=2BH=8, AH=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是: } \frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{8 \times 2\sqrt{5}}{2} = 8\sqrt{5};$$

(2) 作 $DF \perp BC$ 于点 F,

$$\therefore DF \perp BH, AH \perp BH,$$

$$\therefore DF \parallel AH,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{HF}{HB}, \frac{CE}{DE} = \frac{CH}{HF},$$

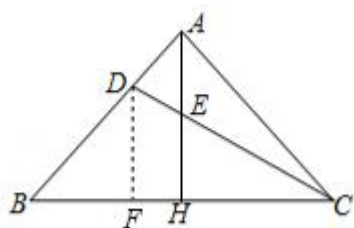
$$\therefore AD: DB=1: 2, BH=CH,$$

$$\therefore AD: AB=1: 3,$$

$$\therefore \frac{HF}{HB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{CH}{HF} = \frac{BH}{HF} = 3,$$

即 CE: DE=3: 1.



【点评】本题考查解直角三角形, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

22. (10 分) 今年 1 月 25 日, 上海地区下了一场大雪. 这天早上王大爷去买菜, 他先去了超市, 发现蔬菜普遍涨价了, 青菜、花菜和大白菜这两天的价格如下表. 王大爷觉得超市的菜不够新鲜, 所以他又去了菜市场, 他花了 30 元买了一些新鲜菠菜, 他跟卖菜阿姨说: “你今天的菠菜比昨天涨了 5 元/斤.” 卖

菜阿姨说：“下雪天从地里弄菜不容易啊，所以你花这些钱要比昨天少买 1 斤了”。王大爷回答道：“应该的，你们也真的辛苦。”

	青菜	花菜	大白菜
1 月 24 日	2 元/斤	5 元/斤	1 元/斤
1 月 25 日	2.5 元/斤	7 元/斤	1.5 元/斤

- (1) 请问超市三种蔬菜中哪种涨幅最大？并计算其涨幅；
- (2) 请你根据王大爷和卖菜阿姨的对话，来算算，这天王大爷买了几斤菠菜？

【考点】 B7：分式方程的应用.

【专题】 522：分式方程及应用.

【分析】 (1) $\text{涨幅} = \frac{\text{上涨部分}}{\text{原来的价格}} \times 100\%$;

(2) 设买了 x 斤菠菜，根据“今天的菠菜比昨天涨了 5 元/斤”列出分式方程.

【解答】 解：(1) $\frac{1.5-1}{1} \times 100\% = 50\%$.

答：大白菜涨幅最大，为 50%；

(2) 设买了 x 斤菠菜，

$$\text{则 } \frac{30}{x} = \frac{30}{x+1} + 5,$$

$$\text{化简得： } x^2 + x - 6 = 0$$

$$\text{解得： } x_1 = 2, x_2 = -3 \text{ (不合题意，舍去)}$$

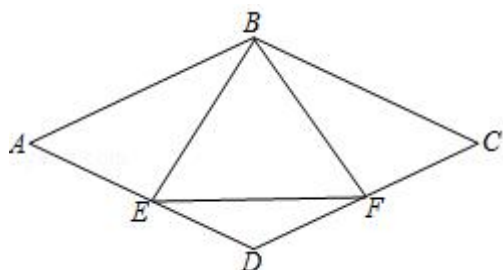
答：这天王大爷买了 2 斤菠菜.

【点评】 本题考查分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

23. (12 分) 如图，点 E、F 分别为菱形 ABCD 边 AD、CD 的中点.

(1) 求证：BE=BF；

(2) 当 $\triangle BEF$ 为等边三角形时, 求证: $\angle D=2\angle A$.



【考点】KK: 等边三角形的性质; KX: 三角形中位线定理; L8: 菱形的性质.

【专题】556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】(1) 根据菱形的性质得到 $AB=CB$, $AD=CD$, $\angle A=\angle C$, 再根据中点的定义得到 $AE=CF$, 根据 SAS 可证 $\triangle BAE \cong \triangle BCF$, 根据全等三角形的性质得到 $BE=BF$ 即可;

(2) 作辅助线, 先根据线段垂直平分线的逆定理证明 BD 是 EF 的垂直平分线, 由等边三角形三线合一得: $EG=FG$, $\angle EBG=\frac{1}{2}\angle EBF=30^\circ$, 设 $EG=x$, 则 $BE=2x$, $BG=\sqrt{3}x$, 根据中位线定理得: $AO=2EG=2x$, $OB=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$, 证明 $\triangle BHO \sim \triangle BEG$, 列比例式可得 $OH=\frac{2}{3}x$, $BH=\frac{4}{3}x$, 再求 $AH=\frac{4}{3}x$, 则 $AH=BH$, 可得 $\angle DAB=60^\circ$, $\angle ADC=120^\circ$, 从而得出结论.

【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore \angle A=\angle C$, $AB=BC=AD=CD$,

$\because$ 点 E 、 F 分别为菱形 $ABCD$ 边 AD 、 CD 的中点,

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD$, $CF=\frac{1}{2}CD$,

$\therefore AE=CF$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS),

$\therefore BE=BF$;

(2) 如图, 连接 AC、BD 交于点 O, 设 BD 与 EF 交于 G, AC 与 BE 交于 H,
则 $AC \perp BD$,

$$\therefore BE=BF, ED=DF,$$

$\therefore BD$ 是 EF 的垂直平分线,

$$\therefore EG=FG, \angle EBG=\frac{1}{2}\angle EBF=30^\circ,$$

$\text{Rt}\triangle BEG$ 中, 设 $EG=x$, 则 $BE=2x$, $BG=\sqrt{3}x$,

$\therefore EG \parallel AO$, E 为 AD 的中点,

$\therefore G$ 是 OD 的中点,

$$\therefore AO=2EG=2x, OB=\frac{2\sqrt{3}}{3}x,$$

$\therefore OH \parallel GE$,

$\therefore \triangle BHO \sim \triangle BEG$,

$$\therefore \frac{OH}{EG} = \frac{OB}{BG} = \frac{BH}{BE},$$

$$\therefore \frac{OH}{x} = \frac{2}{3} = \frac{BH}{2x},$$

$$\therefore OH = \frac{2}{3}x, BH = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore AH = AO - OH = 2x - \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore AH = BH,$$

$$\therefore \angle HAB = \angle ABH,$$

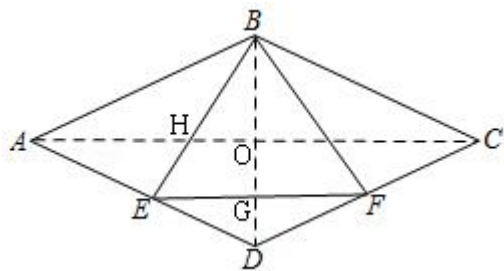
$$\therefore \angle BHC = \angle HAB + \angle ABH = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle HAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 2\angle DAB, \text{ 即 } \angle D = 2\angle A.$$



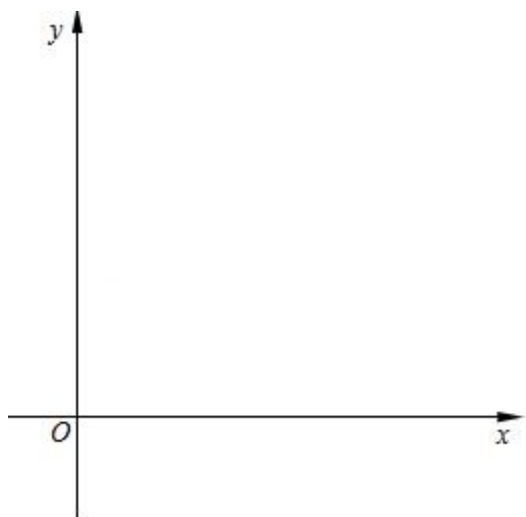
【点评】此题主要考查学生对菱形的性质，全等、相似三角形的判定，三角形的中位线定理及等边三角形的性质等知识的理解及运用，第二问有难度，证明BD是EF的中垂线是关键.

24. (12分) 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (1, 0) 和 B (0, 3)，其顶点为 D.

(1) 求此抛物线的表达式;

(2) 求 $\triangle ABD$ 的面积;

(3) 设 P 为该抛物线上一点，且位于抛物线对称轴右侧，作 $PH \perp$ 对称轴，垂足为 H，若 $\triangle DPH$ 与 $\triangle AOB$ 相似，求点 P 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求抛物线解析式;

(2) 直线 BD 交 x 轴于 E，如图，先把解析式配成顶点式得到 D (2, -1)，再

利用待定系数法求出直线 BD 的解析式，则可确定 E 点坐标，然后根据三角形的面积公式，利用 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle ADE}$ 进行计算即可；

(3) 先确定抛物线的对称轴为直线 $x=2$ ，设 $P(x, x^2-4x+3)$ ($x>2$)，则 $H(2, x^2-4x+3)$ ，再表示出 $PH=x-2$ ， $HD=x^2-4x+4$ ，根据相似三角形的判定方法，当 $\frac{PH}{OA}=\frac{HD}{OB}$ 时， $\triangle PHD \sim \triangle AOB$ ，即 $\frac{x-2}{1}=\frac{x^2-4x+4}{3}$ ；当 $\frac{PH}{OB}=\frac{HD}{OA}$ 时， $\triangle PHD \sim \triangle BOA$ ，即 $\frac{x-2}{3}=\frac{x^2-4x+4}{1}$ ，然后分别解方程即可得到满足条件的 P 点坐标。

【解答】解：(1) 把 A (1, 0) 和 B (0, 3) 代入 $y=x^2+bx+c$ 得 $\begin{cases} 1+b+c=0 \\ c=3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-4x+3$ ；

(2) 直线 BD 交 x 轴于 E，如图，

$$\therefore y=(x-2)^2-1,$$

$$\therefore D(2, -1),$$

设直线 BD 的解析式为 $y=mx+n$ ，

把 B (0, 3)，D (2, -1) 代入得 $\begin{cases} n=3 \\ 2m+n=-1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} m=-2 \\ n=3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为 $y=-2x+3$ ，

当 $y=0$ 时， $-2x+3=0$ ，解得 $x=\frac{3}{2}$ ，则 $E(\frac{3}{2}, 0)$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2} \times (\frac{3}{2}-1) \times 3+\frac{1}{2} \times (\frac{3}{2}-1) \times 1=1;$$

(3) 抛物线的对称轴为直线 $x=2$ ，

设 $P(x, x^2-4x+3)$ ($x>2$)，则 $H(2, x^2-4x+3)$ ，

$$\therefore PH=x-2, HD=x^2-4x+3-(-1)=x^2-4x+4,$$

$$\therefore \angle PHD=\angle AOB=90^\circ,$$

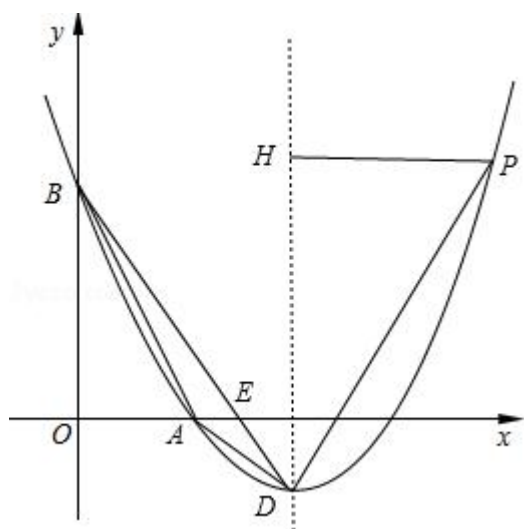
$\therefore$ 当 $\frac{PH}{OA}=\frac{HD}{OB}$ 时， $\triangle PHD \sim \triangle AOB$ ，即 $\frac{x-2}{1}=\frac{x^2-4x+4}{3}$ ，解得 $x_1=2$ (舍去)， $x_2=5$ ，

此时 P 点坐标为 (5, 8);

当 $\frac{PH}{OB} = \frac{HD}{OA}$ 时, $\triangle PHD \sim \triangle BOA$, 即 $\frac{x-2}{3} = \frac{x^2-4x+4}{1}$, 解得 $x_1=2$ (舍去), $x_2=\frac{7}{3}$,

此时 P 点坐标为 $(\frac{7}{3}, -\frac{8}{9})$;

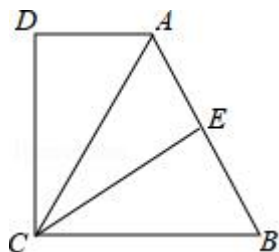
综上所述, 满足条件的 P 点坐标为 (5, 8) 或 $(\frac{7}{3}, -\frac{8}{9})$.



【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和相似三角形的判定; 会利用待定系数法求二次函数解析式, 会解一元二次方程; 理解坐标与图形性质; 会运用分类讨论的思想解决数学问题.

25. (14 分) 如图, 四边形 ABCD 中, $\angle BCD = \angle D = 90^\circ$, E 是边 AB 的中点. 已知 $AD=1$, $AB=2$.

- (1) 设 $BC=x$, $CD=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (2) 当 $\angle B=70^\circ$ 时, 求 $\angle AEC$ 的度数;
- (3) 当 $\triangle ACE$ 为直角三角形时, 求边 BC 的长.



【考点】 KY: 三角形综合题.

【专题】152: 几何综合题.

【分析】(1) 过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H, 在 $\triangle BAH$ 中, 依据勾股定理可得 $2^2 = y^2 + (x - 1)^2$, 进而得出 $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ ($0 < x < 3$);

(2) 取 CD 中点 T, 联结 TE, 则 TE 是梯形中位线, 即可得出 $\angle AED = \angle ADE = \angle DET = 35^\circ$, 由 ET 垂直平分 CD, 得 $\angle CET = \angle DET = 35^\circ$, 即可得到 $\angle AEC = 70^\circ + 35^\circ = 105^\circ$;

(3) 分三种情况讨论: ① $\angle AEC = 90^\circ$, ② $\angle CAE = 90^\circ$, ③ $\angle ACE < \angle DCB = 90^\circ$, 利用全等三角形的性质以及相似三角形的性质, 即可得到边 BC 的长为 2 或 $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

【解答】解: (1) 如图, 过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H,

由 $\angle D = \angle BCD = 90^\circ$, 得四边形 ADCH 为矩形,

在 $\triangle BAH$ 中, $AB = 2$, $\angle BHA = 90^\circ$, $AH = y$, $HB = x - 1$,

$$\therefore 2^2 = y^2 + (x - 1)^2,$$

$$\text{则 } y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3} \quad (0 < x < 3);$$

(2) 如图, 取 CD 中点 T, 联结 TE, DE, 则 TE 是梯形中位线,

$$\therefore ET \parallel AD, ET \perp CD,$$

$$\therefore \angle AET = \angle B = 70^\circ,$$

又 $AD = AE = 1$,

$$\therefore \angle AED = \angle ADE = \angle DET = 35^\circ,$$

由 ET 垂直平分 CD, 得 $\angle CET = \angle DET = 35^\circ$,

$$\therefore \angle AEC = 70^\circ + 35^\circ = 105^\circ;$$

(3) 分三种情况讨论:

①当 $\angle AEC=90^\circ$ 时, CE 垂直平分 AB,

$$\therefore CA=CB, \text{ 而 } CE=CE,$$

$$\therefore \triangle CBE \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore \angle D = \angle CEA = 90^\circ, AD=AE=1, AC=AC,$$

$$\therefore \triangle CAE \cong \triangle CAD,$$

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{3} \angle BCD = 30^\circ,$$

则在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\angle B=60^\circ$, 而 $\angle AHB=90^\circ$, $AB=2$,

$$\therefore BH=1,$$

又 $\therefore$ 矩形 ADCH 中, $CH=AD=1$,

$$\therefore BC=2;$$

②如图, 当 $\angle CAE=90^\circ$ 时, $\angle D = \angle CAE$, 而 $\angle CAD = \angle ACB$,

$$\therefore \triangle CDA \sim \triangle BCA,$$

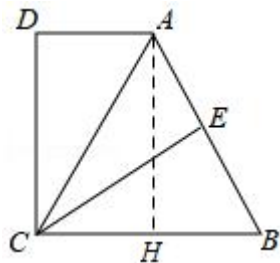
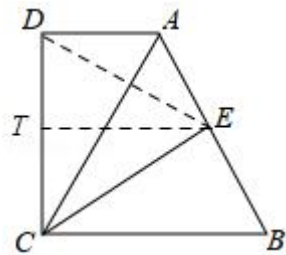
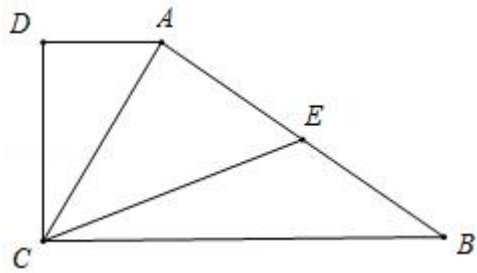
又 $\therefore \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{x^2 - 4}$,

$$\text{则 } \frac{AD}{AC} = \frac{CA}{CB}, \text{ 即 } \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x},$$

$$\text{解得 } x = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \text{ 或 } x = \frac{1-\sqrt{17}}{2} \text{ (舍去);}$$

③易知 $\angle ACE < \angle DCB = 90^\circ$, 故 $\angle ACE$ 不可能为直角;

综上所述, 边 BC 的长为 2 或 $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$.



【点评】 本题考查了三角形综合题：熟练掌握勾股定理、平行线的性质、全等三角形的性质和相似三角形的判定与性质；灵活应用相似比表示线段之间的关系和直角三角形的勾股定理是解决问题的关键；注意运用分类讨论的思想解决数学问题.