

2018 年上海市静安区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt[3]{4}$

D. $\sqrt{4}$

2. (4 分) 下列方程中，有实数根的是 ()

A. $\sqrt{x-1} = -x$

B. $(x+2)^2 - 1 = 0$

C. $x^2 + 1 = 0$

D. $\sqrt{x-4} + \sqrt{x-3} = 0$

3. (4 分) 如果 $a > b$, $m < 0$, 那么下列不等式中成立的是 ()

A. $am > bm$

B. $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

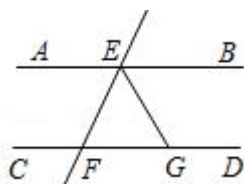
C. $a+m > b+m$

D. $-a+m > -b+m$

b+m.

4. (4 分) 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB、CD 于点 E、F, EG 平分 $\angle BEF$,

如果 $\angle EFG = 64^\circ$, 那么 $\angle EGD$ 的大小是 ()



A. 122°

B. 124°

C. 120°

D. 126°

5. (4 分) 已知两组数据: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 和 $a_1 - 1, a_2 - 1, a_3 - 1, a_4 - 1,$

$a_5 - 1$, 下列判断中错误的是 ()

A. 平均数不相等, 方差相等

B. 中位数不相等, 标准差相等

C. 平均数相等, 标准差不相等

D. 中位数不相等, 方差相等

6. (4 分) 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形
- B. 有一条对角线与一组邻边构成等腰三角形的平行四边形是菱形
- C. 一组邻边互相垂直，两组对边分别平行的四边形是矩形
- D. 有一组邻边相等且互相垂直的平行四边形是正方形

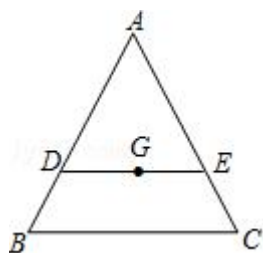
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. (4 分) 计算： $2a^2 \cdot a^3 =$ _____.
8. (4 分) 分解因式 $(x - y)^2 + 4xy =$ _____.
9. (4 分) 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ y-2x=6 \end{cases}$ 的解是_____.
10. (4 分) 如果 $\frac{x}{\sqrt{x-4}}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.
11. (4 分) 如果函数 $y = \frac{-a^2 - 1}{x}$ (a 为常数) 的图象上有两点 $(1, y_1)$ 、 $(\frac{1}{3}, y_2)$ ，那么函数值 y_1 _____ y_2 . (填“<”、“=”或“>”)
12. (4 分) 为了解植物园内某种花卉的生长情况，在一片约有 3000 株此类花卉的园地内，随机抽测了 200 株的高度作为样本，统计结果整理后列表如下：
(每组数据可包括最低值，不包括最高值)

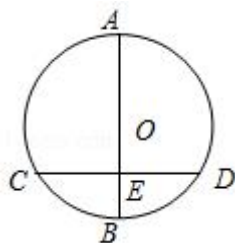
高度 (cm)	40 ~ 45	45 ~ 50	50 ~ 55	55 ~ 60	60 ~ 65	65 ~ 70
频数	33	42	22	24	43	36

试估计该园地内此类花卉高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的约为_____株.

13. (4 分) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取一个数，这个数既是奇数又是素数的概率是_____.
14. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 G 是重心，过点 G 作 $DE \parallel BC$ ，分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E . 已知 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AE} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



15. (4 分) 如图, 已知 $\odot O$ 中, 直径 AB 平分弦 CD , 且交 CD 于点 E , 如果 $OE=BE$, 那么弦 CD 所对的圆心角是_____度.



16. (4 分) 已知正多边形的边长为 a , 且它的一个外角是其内角的一半, 那么此正多边形的边心距是_____. (用含字母 a 的代数式表示).
17. (4 分) 在平面直角坐标系中, 如果对任意一点 (a, b) , 规定两种变换: $f(a, b) = (-a, -b)$, $g(a, b) = (b, -a)$, 那么 $g[f(1, -2)] =$ _____.
18. (4 分) 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 它的外接圆 $\odot O$ 半径为 1, 如果线段 OB 绕点 O 旋转 90° 后可与线段 OC 重合, 那么 $\angle ABC$ 的余切值是_____.

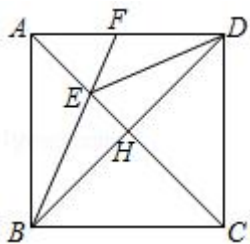
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. (10 分) 计算: $\sqrt{18} + (-\cot 45^\circ)^{2018} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + (\pi - 3)^0 - (\sin 30^\circ)^{-1}$.

20. (10 分) 解方程: $\frac{x+4}{x+1} + \frac{5}{1-x} = \frac{6x}{x^2-1}$.

21. (10 分) 已知: 如图, 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, AC 、 DB 交于点 H . DE 平分 $\angle ADB$, 交 AC 于点 E . 联结 BE 并延长, 交边 AD 于点 F .

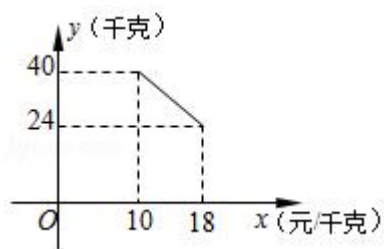
- (1) 求证: $DC=EC$;
- (2) 求 $\triangle EAF$ 的面积.



22. (10 分) 今年本市蜜桔大丰收, 某水果商销售一种蜜桔, 成本价为 10 元/千克, 已知销售价不低于成本价, 且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克, 市场调查发现, 该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示:

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

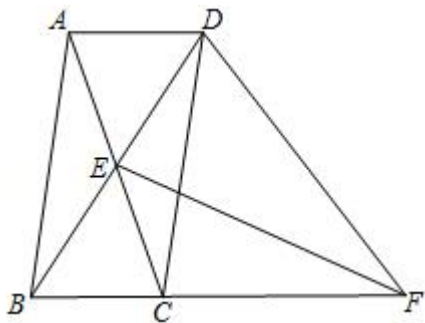
(2) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为多少? (销售利润=销售价 - 成本价)



23. (12 分) 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 DB 交于点 E , 点 F 在 BC 的延长线上, 联结 EF 、 DF , 且 $\angle DEF = \angle ADC$.

(1) 求证: $\frac{EF}{BF} = \frac{AB}{DB}$;

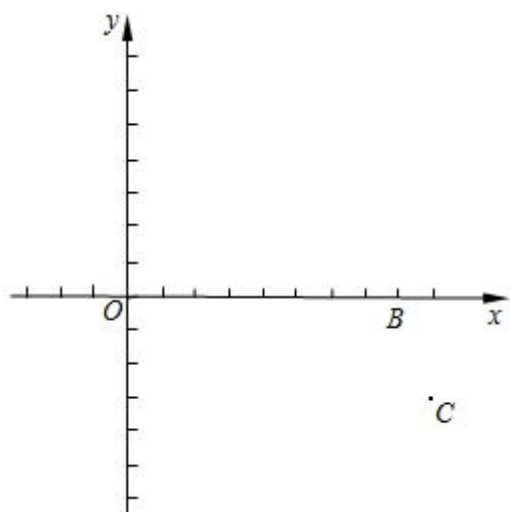
(2) 如果 $BD^2 = 2AD \cdot DF$, 求证: 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.



24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $B(8, 0)$ 和点 $C(9, -3)$. 抛

物线 $y=ax^2-8ax+c$ (a, c 是常数, $a \neq 0$) 经过点 B, C , 且与 x 轴的另一交点为 A . 对称轴上有一点 M , 满足 $MA=MC$.

- (1) 求这条抛物线的表达式;
- (2) 求四边形 $ABCM$ 的面积;
- (3) 如果坐标系内有一点 D , 满足四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 且 $AD \parallel BC$, 求点 D 的坐标.

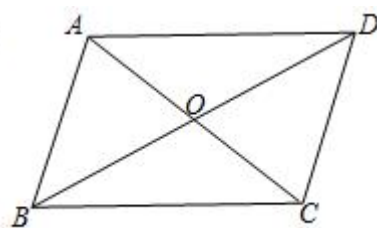
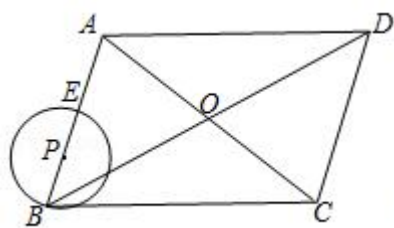


25. (14 分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=6, BC=9, \cos \angle ABC = \frac{1}{3}$. 对

角线 AC, BD 交于点 O . 动点 P 在边 AB 上, $\odot P$ 经过点 B , 交线段 PA 于点 E . 设 $BP=x$.

- (1) 求 AC 的长;
- (2) 设 $\odot O$ 的半径为 y , 当 $\odot P$ 与 $\odot O$ 外切时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 如果 AC 是 $\odot O$ 的直径, $\odot O$ 经过点 E , 求 $\odot O$ 与 $\odot P$ 的圆心距 OP 的

长.



备用图

2018 年上海市静安区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt[3]{4}$ D. $\sqrt{4}$

【考点】27：实数.

【专题】1：常规题型；511：实数.

【分析】根据有理数的定义逐一判别即可得.

【解答】解： $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 、 $\sqrt[3]{4}$ 既不是分数也不是整数，不属于有理数，故 A、B、

C 均不符合题意；

$\sqrt{4}=2$ ，是整数，属于有理数，故 D 选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题主要考查实数，解题的关键是熟练掌握有理数的定义.

2. (4 分) 下列方程中，有实数根的是 ()

- A. $\sqrt{x-1}=-x$ B. $(x+2)^2-1=0$ C. $x^2+1=0$ D. $\sqrt{x-4}+\sqrt{x-3}=0$

【考点】AA：根的判别式；AG：无理方程.

【专题】11：计算题.

【分析】根据算术平方根的概念、二次根式有意义的条件判断即可.

【解答】解：A、由 $\sqrt{x-1}$ 得， $x \geq 1$ ，

则 $-x < 0$ ，

根据算术平方根的定义可知，A 无实根；

B、 $(x+2)^2=1$

$$x+2=\pm 1,$$

$$x_1=-1, x_2=-3, B \text{ 有实根};$$

$$C、x^2 \neq -1,$$

故 C 无实根;

$$D、由 x-4 \geq 0 \text{ 可知, } x \geq 4,$$

$$\text{则 } \sqrt{x-4} \geq 0, \sqrt{x-3} > 0,$$

故 D 无实根;

故选: B.

【点评】 本题考查的是无理方程, 掌握算术平方根的概念、二次根式有意义的条件是解题的关键.

3. (4 分) 如果 $a > b$, $m < 0$, 那么下列不等式中成立的是 ()

$$A. am > bm \quad B. \frac{a}{m} > \frac{b}{m} \quad C. a+m > b+m \quad D. -a+m > -$$

$b+m.$

【考点】 C2: 不等式的性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据①不等式的两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变; ②不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变; ③不等式的两边同时乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变进行分析即可.

【解答】 解: A、 $am < bm$, 故原题错误;

B、 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$, 故原题错误;

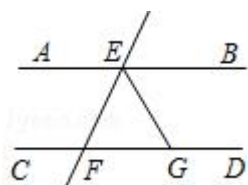
C、 $a+m > b+m$, 故原题正确;

D、 $-a+m < -b+m$, 故原题错误;

故选: C.

【点评】此题主要考查了不等式的性质，关键是掌握不等式的性质定理，注意不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

4. (4分) 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , EG 平分 $\angle BEF$, 如果 $\angle EFG = 64^\circ$, 那么 $\angle EGD$ 的大小是 ()



- A. 122° B. 124° C. 120° D. 126°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线.

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle BEF = 180^\circ - \angle EFG = 116^\circ$, 根据角平分线的定义得到 $\angle BEG = \frac{1}{2} \angle BEF = 58^\circ$, 由平行线的性质即可得到结论.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$, $\angle EFG = 64^\circ$,

$$\therefore \angle BEF = 180^\circ - \angle EFG = 116^\circ,$$

$\because EG$ 平分 $\angle BEF$ 交 CD 于点 G ,

$$\therefore \angle BEG = \frac{1}{2} \angle BEF = 58^\circ,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle EGD = 180^\circ - \angle BEG = 122^\circ,$$

故选: A.

【点评】此题考查了平行线的性质与角平分线的定义. 解题的关键是掌握两直线平行, 同旁内角互补与两直线平行, 内错角相等定理.

5. (4分) 已知两组数据: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 和 $a_1 - 1, a_2 - 1, a_3 - 1, a_4 - 1, a_5 - 1$, 下列判断中错误的是 ()

- A. 平均数不相等, 方差相等

- B. 中位数不相等，标准差相等
- C. 平均数相等，标准差不相等
- D. 中位数不相等，方差相等

【考点】W1：算术平均数；W4：中位数；W7：方差；W8：标准差.

【专题】54：统计与概率.

【分析】分别利用平均数以及方差和中位数的定义分析，进而求出答案.

【解答】解：因为两组数据： a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 和 $a_1 - 1, a_2 - 1, a_3 - 1, a_4 - 1, a_5 - 1$,

它们的平均数不同，方差相等，中位数不同，标准差相等，
故选：C.

【点评】此题主要考查了平均数以及方差和中位数的求法，正确把握相关定义是解题关键.

6. (4 分) 下列命题中，假命题是 ()

- A. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形
- B. 有一条对角线与一组邻边构成等腰三角形的平行四边形是菱形
- C. 一组邻边互相垂直，两组对边分别平行的四边形是矩形
- D. 有一组邻边相等且互相垂直的平行四边形是正方形

【考点】O1：命题与定理.

【专题】55：几何图形.

【分析】利用特殊的四边形的判定及性质分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解：A、两组对角分别相等的四边形是平行四边形，正确；

B、有一条对角线与一组邻边构成等腰三角形的平行四边形不一定是菱形，错误；

C、一组邻边互相垂直，两组对边分别平行的四边形是矩形，正确；

D、有一组邻边相等且互相垂直的平行四边形是正方形，正确；

故选：B.

【点评】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解特殊的四边形的判定及性质，难度不大.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. (4 分) 计算： $2a^2 \cdot a^3 =$ $2a^5$.

【考点】49：单项式乘单项式.

【分析】根据单项式与单项式相乘，把他们的系数分别相乘，相同字母的幂分别相加，其余字母连同他的指数不变，作为积的因式，计算即可.

【解答】解： $2a^2 \cdot a^3 = (2 \times 1) (a^2 \cdot a^3) = 2a^5$.

故答案为 $2a^5$.

【点评】本题考查了单项式与单项式相乘，熟练掌握运算是解题的关键.

8. (4 分) 分解因式 $(x - y)^2 + 4xy =$ $(x + y)^2$.

【考点】54：因式分解 - 运用公式法.

【专题】11：计算题.

【分析】根据完全平方公式展开，再根据完全平方公式进行分解即可.

【解答】解： $(x - y)^2 + 4xy = x^2 - 2xy + y^2 + 4xy$,

$$= x^2 + 2xy + y^2,$$

$$= (x + y)^2.$$

故答案为： $(x + y)^2$.

【点评】本题主要考查对完全平方公式的理解和掌握，能熟练地运用完全平方公式进行化简和分解因式是解此题的关键.

9. (4 分) 方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \\ y - 2x = 6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$.

【考点】98: 解二元一次方程组.

【专题】521: 一次方程(组)及应用.

【分析】根据加减消元法, 可得答案.

【解答】解:
$$\begin{cases} x+y=3 \text{ ①} \\ -2x+y=6 \text{ ②} \end{cases}$$

① - ②, 得

$$3x = -3,$$

解这个方程, 得

$$x = -1,$$

把 $x = -1$ 代入①, 得

$$-1 + y = 3,$$

解得 $x = 4$,

这个方程组的解为 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$.

【点评】本题考查了解二元一次方程组, 加减消元法是解题关键.

10. (4分) 如果 $\frac{x}{\sqrt{x-4}}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是 $x > 4$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据二次根式有意义的条件即可求出答案.

【解答】解: 由题意可知: $x - 4 \geq 0$ 且 $x - 4 \neq 0$

所以 $x > 4$

故答案为: $x > 4$

【点评】本题考查二次根式的性质, 解题的关键是正确理解二次根式有意义的条件, 本题属于基础题型.

11. (4分) 如果函数 $y = \frac{-a^2 - 1}{x}$ (a 为常数) 的图象上有两点 $(1, y_1)$ 、 $(\frac{1}{3}, y_2)$,

那么函数值 y_1 > y_2 . (填“<”、“=”或“>”)

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据反比例函数的性质: 当 $k < 0$ 时, 在图象的每一支上 y 随 x 的增大而增大进行分析即可.

【解答】解: $\because -a^2 - 1 < 0$,

$\therefore$ 在图象的每一支上 y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore 1 > \frac{1}{3},$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

故答案为: $>$.

【点评】此题主要考查了反比例函数的性质, 关键是掌握反比例函数的增减性.

12. (4 分) 为了解植物园内某种花卉的生长情况, 在一片约有 3000 株此类花卉的园地内, 随机抽测了 200 株的高度作为样本, 统计结果整理后列表如下:

(每组数据可包括最低值, 不包括最高值)

高度 (cm)	40 ~ 45	45 ~ 50	50 ~ 55	55 ~ 60	60 ~ 65	65 ~ 70
频数	33	42	22	24	43	36

试估计该园地内此类花卉高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的约为 960 株.

【考点】V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表.

【专题】1: 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】用总人数 300 乘以样本中高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的数量占被调查株数的比例.

【解答】解: 估计该园地内此类花卉高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的约为

$$3000 \times \frac{42+22}{200} = 960 \text{ (株)},$$

故答案为：960.

【点评】本题考查了统计表以及用样本估计总体的思想，此题主要考查从统计表中获取信息的能力. 统计表可以将大量数据的分类结果清晰、一目了然地表达出来.

13. (4分) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取一个数, 这个数既是奇数又是素数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X4: 概率公式.

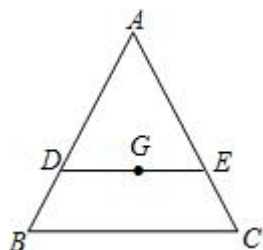
【专题】1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】根据概率的求法, 求出 1 至 9 这 9 个自然数中既是奇数又是素数的个数, 再根据概率公式列式计算即可.

【解答】解: $\because$ 在 1~9 这 9 个数中, 既是奇数又是素数的有 3、5、7 这三个,
 $\therefore$ 这个数既是奇数又是素数的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$,
故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 G 是重心, 过点 G 作 $DE \parallel BC$, 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E . 已知 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【考点】K5: 三角形的重心; LM: *平面向量.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据三角形的重心的概念和性质得到 $AD=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\vec{a}$, $DE=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\vec{b}$,

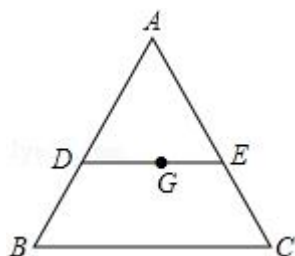
计算即可.

【解答】解: $\because DE\parallel BC$, 点 G 是重心,

$$\therefore AD=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\vec{a}, DE=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\vec{b},$$

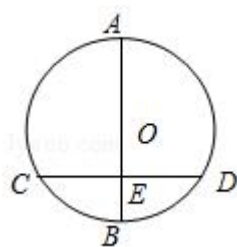
$$\therefore \vec{AE}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}.$$



【点评】本题考查的是三角形的重心的概念和性质、平行向量的计算, 掌握重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1 是解题的关键.

15. (4 分) 如图, 已知 $\odot O$ 中, 直径 AB 平分弦 CD , 且交 CD 于点 E , 如果 $OE=BE$, 那么弦 CD 所对的圆心角是 120 度.

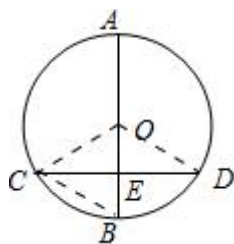


【考点】M2: 垂径定理; M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【专题】55: 几何图形.

【分析】连接 OC , BC , OD , 利用等边三角形的判定得出 $\triangle OCB$ 是等边三角形, 进而得出 $\angle COB=60^\circ$, 进而解答即可.

【解答】解: 连接 OC , BC , OD ,



$\therefore$ 直径 AB 平分弦 CD , $OE=BE$,

$\therefore OC=BC=OB$,

$\therefore \triangle OCB$ 是等边三角形,

$\therefore \angle COB=60^\circ$,

$\therefore \angle COD=120^\circ$,

即弦 CD 所对的圆心角是 120° ,

故答案为: 120

【点评】 此题考查圆心角、弧、弦的关系, 关键是根据等边三角形的判定得出 $\triangle OCB$ 是等边三角形.

16. (4 分) 已知正多边形的边长为 a , 且它的一个外角是其内角的一半, 那么此正多边形的边心距是 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. (用含字母 a 的代数式表示).

【考点】 32: 列代数式; L3: 多边形内角与外角; MM: 正多边形和圆.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据题意可得这个正多边形的一个外角为 60° , 求得它的中心角 $=60^\circ$, 于是得到正六边形的边长与正六边形的半径组成等边三角形, 进而可得边心距.

【解答】 解: $\therefore$ 正多边形的一个外角是其内角的一半,

$\therefore$ 设外角为 x° , 则内角为 $2x^\circ$,

$\therefore x+2x=180$,

$x=60$,

∴这个正多边形的边数是 $360 \div 60 = 6$,

∴它的中心角 $= 60^\circ$,

∴正六边形的边长与正六边形的半径组成等边三角形,

∴它的半径为 a ,

∴此正多边形的边心距是 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$,

故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

【点评】 本题考查了正多边形和圆的知识, 熟知正六边形的半径与边长相等; 中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距是解题的关键.

17. (4 分) 在平面直角坐标系中, 如果对任意一点 (a, b) , 规定两种变换: f

$(a, b) = (-a, -b)$, $g(a, b) = (b, -a)$, 那么 $g[f(1, -2)] = \underline{(2, 1)}$.

【考点】 D1: 点的坐标.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 首先根据变换方法可得 $f(1, -2) = (-1, 2)$, 再根据变换方法可得

$g(-1, 2) = (2, 1)$, 从而可得答案.

【解答】 解: 由题意得: $f(1, -2) = (-1, 2)$,

$g(-1, 2) = (2, 1)$,

故答案为: $(2, 1)$.

【点评】 此题主要考查了点的坐标, 关键是理解题意, 掌握变换的方法.

18. (4 分) 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 它的外接圆 $\odot O$ 半径为 1, 如果线段 OB

绕点 O 旋转 90° 后可与线段 OC 重合, 那么 $\angle ABC$ 的余切值是 $\underline{\sqrt{2} \pm 1}$.

【考点】 KH: 等腰三角形的性质; MA: 三角形的外接圆与外心; R2: 旋转的性质; T7: 解直角三角形.

【专题】11：计算题.

【分析】分腰 $\triangle ABC$ 是锐角三角形和钝角三角形两种情况，根据等腰三角形的性质、正切的概念计算.

【解答】解：如图1，由题意得， $\angle BOC=90^\circ$ ， $AD \perp BC$ ，

则 $\angle OBC=45^\circ$ ，

$$\therefore BD=OD=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore AD=\frac{\sqrt{2}}{2}+1,$$

$$\text{则 } \tan \angle ABC = \frac{AD}{BD} = \sqrt{2}+1;$$

$$\text{如图2, } \tan \angle ABC = \frac{AD}{BD} = \sqrt{2}-1,$$

故答案为： $\sqrt{2} \pm 1$.

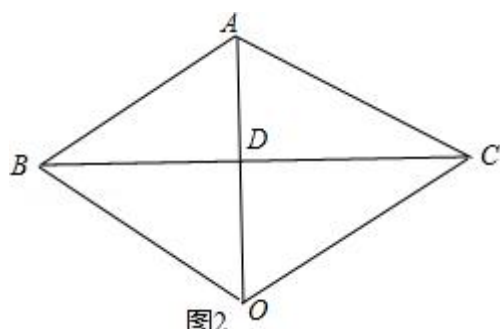


图2

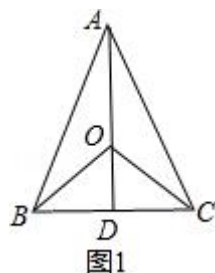


图1

【点评】本题考查的是三角形的外接圆与外心，掌握等腰三角形的性质、正切的概念、灵活运用分情况讨论思想是解题的关键.

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. (10分) 计算： $\sqrt{18} + (-\cot 45^\circ)^{2018} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + (\pi - 3)^0 - (\sin 30^\circ)^{-1}$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的

三角函数值.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用零指数幂的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $=3\sqrt{2}+(-1)^{2018}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+1-(\frac{1}{2})^{-1}$
 $=3\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1-2$
 $=2\sqrt{2}+\sqrt{3}.$

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 解方程: $\frac{x+4}{x+1}+\frac{5}{1-x}=\frac{6x}{x^2-1}.$

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】1: 常规题型.

【分析】首先找出最简公分母进而去分母解方程得出答案.

【解答】解: $\frac{x+4}{x+1}+\frac{5}{1-x}=\frac{6x}{x^2-1},$
 $(x+4)(x-1)-5(x+1)=6x$

$$x^2+3x-4-5x-5-6x=0,$$

$$x^2-8x-9=0,$$

解得: $x_1=-1, x_2=9,$

经检验: $x=-1$ 是增根, 舍去

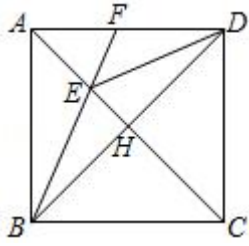
$\therefore$ 原方程的根是 $x=9.$

【点评】此题主要考查了解分式方程, 正确掌握解分式方程的方法是解题关键.

21. (10 分) 已知: 如图, 边长为 1 的正方形 ABCD 中, AC、DB 交于点 H. DE 平分 $\angle ADB$, 交 AC 于点 E. 联结 BE 并延长, 交边 AD 于点 F.

(1) 求证: $DC=EC;$

(2) 求 $\triangle EAF$ 的面积.



【考点】LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】1：常规题型；556：矩形 菱形 正方形.

【分析】(1) 由正方形性质知 $\angle ADH = \angle HDC = \angle DCH = \angle DAE = 45^\circ$ ，根据 DE 平分 $\angle ADB$ 知 $\angle ADE = \angle EDH$ ，由 $\angle DAE + \angle ADE = \angle DEC$ 、 $\angle EDH + \angle HDC = \angle EDC$ 得 $\angle EDC = \angle DEC$ ，据此即可得证；

(2) 由 $\triangle AFE \sim \triangle CBE$ 知 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{AE}{EC}\right)^2$ ，再求出 $S_{\triangle EBC} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，进一步求解可得.

【解答】解：(1) $\because$ 正方形 ABCD,

$\therefore DC = BC = BA = AD$, $\angle BAD = \angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = 90^\circ$,

$AH = DH = CH = BH$, $AC \perp BD$,

$\therefore \angle ADH = \angle HDC = \angle DCH = \angle DAE = 45^\circ$,

又 $\because$ DE 平分 $\angle ADB$,

$\therefore \angle ADE = \angle EDH$,

$\therefore \angle DAE + \angle ADE = \angle DEC$, $\angle EDH + \angle HDC = \angle EDC$,

$\therefore \angle EDC = \angle DEC$,

$\therefore DC = EC$;

(2) $\because$ 正方形 ABCD,

$\therefore AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle AFE \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{AE}{EC}\right)^2,$$

$$\therefore AB=BC=DC=EC=1, AC=\sqrt{2},$$

$$\therefore AE=\sqrt{2}-1,$$

$$\text{Rt}\triangle BHC \text{ 中, } BH=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \text{在}\triangle BEC \text{ 中, } BH \perp EC, S_{\triangle EBC}=\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = (\sqrt{2}-1)^2,$$

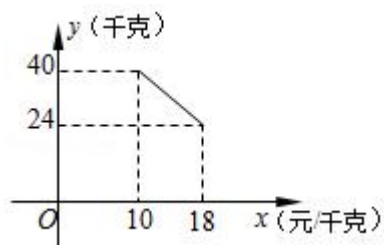
$$\therefore S_{\triangle AEF}=\frac{\sqrt{2}}{4} \times (3-2\sqrt{2}) = \frac{3\sqrt{2}-4}{4}.$$

【点评】 本题主要考查正方形的性质，解题的关键是熟练掌握正方形的性质和相似三角形的判定与性质等知识点.

22. (10 分) 今年本市蜜桔大丰收，某水果商销售一种蜜桔，成本价为 10 元/千克，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克，市场调查发现，该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示：

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为多少？ (销售利润=销售价 - 成本价)



【考点】 AD: 一元二次方程的应用；FH: 一次函数的应用.

【专题】 34: 方程思想；523: 一元二次方程及应用.

【分析】 (1) 观察函数图象找出点的坐标，再利用待定系数法即可求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 根据总利润=每千克的销售利润×销售数量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其中的正值即可得出结论.

【解答】 解：(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

把 $(10, 40)$, $(18, 24)$ 代入得: $\begin{cases} 10k+b=40 \\ 18k+b=24 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-2 \\ b=60 \end{cases}$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式 $y=-2x+60$ ($10 \leq x \leq 18$);

(2) 根据题意得: $(x-10)(-2x+60)=150$,

整理, 得: $x^2-40x+375=0$,

解得: $x_1=15$, $x_2=25$ (不合题意, 舍去).

答: 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为 15 元.

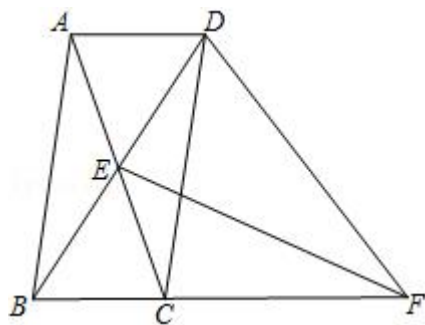
【点评】 本题考查了一元二次方程的应用以及一次函数的应用, 解题的关键是:

(1) 找准点的坐标, 利用待定系数法求出函数关系式; (2) 找准等量关系, 正确列出一元二次方程.

23. (12 分) 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 DB 交于点 E , 点 F 在 BC 的延长线上, 联结 EF 、 DF , 且 $\angle DEF = \angle ADC$.

(1) 求证: $\frac{EF}{BF} = \frac{AB}{DB}$;

(2) 如果 $BD^2 = 2AD \cdot DF$, 求证: 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; LC: 矩形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 (1) 由已知条件和平行四边形的性质易证 $\triangle ADB \sim \triangle EBF$, 再由相似三角形的性质: 对应边的比值相等即可证明: $\frac{EF}{BF} = \frac{AB}{DB}$;

(2) 由 (1) 可得 $BD^2 = 2AD \cdot BF$, 又因为 $BD^2 = 2AD \cdot DF$, 所以可证明 $BF = DF$, 再由等腰三角形的性质可得 $\angle DEF = 90^\circ$, 所以 $\angle ADC = \angle DEF = 90^\circ$, 进而可证明平行四边形 $ABCD$ 是矩形.

【解答】 解: (1) 证明: $\because$ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel DC$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle BEF + \angle DEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ADC = \angle BEF + \angle DEF,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BEF,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle EBF,$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{AB}{DB};$$

$$(2) \because \triangle ADB \sim \triangle EBF,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BE}{BF},$$

在平行四边形 $ABCD$ 中, $BE = ED = \frac{1}{2}BD$,

$$\therefore AD \cdot BF = BD \cdot BE = \frac{1}{2}BD^2,$$

$$\therefore BD^2 = 2AD \cdot BF,$$

$$\text{又} \because BD^2 = 2AD \cdot DF,$$

$$\therefore BF = DF,$$

$\therefore \triangle DBF$ 是等腰三角形,

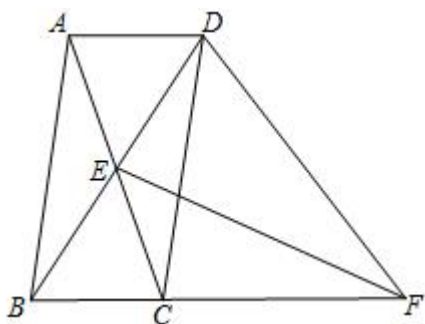
$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore FE \perp BD,$$

即 $\angle DEF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = \angle DEF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.



【点评】 本题考查了平行四边形的性质、相似三角形的判断和性质以及矩形的判断，其中 (2) 小题证明 $\triangle DBF$ 是等腰三角形是解题的关键.

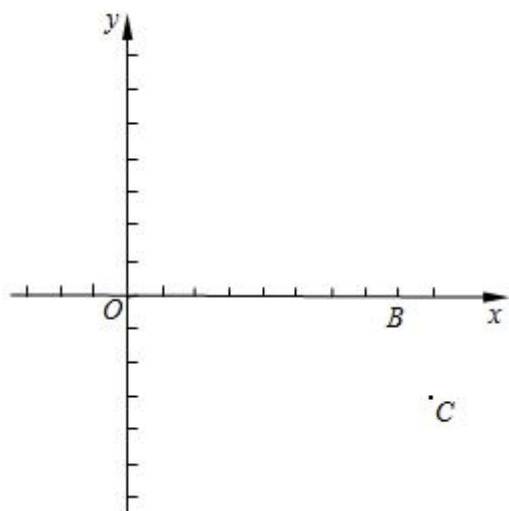
24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $B(8, 0)$ 和点 $C(9, -3)$. 抛物线 $y = ax^2 - 8ax + c$ (a, c 是常数， $a \neq 0$) 经过点 B, C ，且与 x 轴的另一交点为 A . 对称轴上有一点 M ，满足 $MA = MC$.

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 求四边形 $ABCM$ 的面积;

(3) 如果坐标系内有一点 D ，满足四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，且 $AD \parallel BC$ ，求

点 D 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 先求出抛物线的对称轴方程，再确定点 A 的坐标，然后利用待定系数法求抛物线解析式；

(2) 设 $M(4, y)$ ，由于 $MA=MC$ ，则利用两点间的距离公式得到 $4^2+y^2=5^2+(y+3)^2$ ，再解方程可得到 $M(4, -3)$ ，然后利用梯形的面积公式求解；

(3) 先利用待定系数法求直线 BC 的解析式为 $y=-3x+24$ ，则利用 $AD \parallel BC$ 得到直线 AD 的解析式为 $y=-3x$ ，根据等腰梯形的性质得 $CD=AB=8$ ，设 $D(t, -3t)$ ，所以 $(t-9)^2+(-3t+3)^2=8^2$ ，然后解方程求出 t 即可得到 D 点坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{-8a}{2a}=4$,

$\therefore$ 点 B $(8, 0)$ 关于直线 $x=4$ 的对称点 A 的坐标为 $(0, 0)$,

将 A $(0, 0)$ ，C $(9, -3)$ 代入 $y=ax^2-8ax+c$ 得 $\begin{cases} c=0 \\ 81a-72a+c=-3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ c=0 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x$;

(2) 设 $M(4, y)$,

又 $\because MA=MC$,

$$\therefore 4^2+y^2=5^2+(y+3)^2,$$

解得 $y=-3$,

$$\therefore M(4, -3),$$

$\because MC \parallel AB$ 且 $MC \neq AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABCM$ 为梯形,

$$\therefore \text{四边形 } ABCM \text{ 的面积} = \frac{1}{2} (5+8) \times 3 = \frac{39}{2};$$

(3) 设直线 BC 的解析式为 $y=mx+n$,

把 $B(8, 0)$, $C(9, -3)$ 代入得 $\begin{cases} 8m+n=0 \\ 9m+n=-3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=-3 \\ n=24 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-3x+24$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y=-3x$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$$\therefore CD=AB=8,$$

设 $D(t, -3t)$,

$$\therefore (t-9)^2 + (-3t+3)^2 = 8^2, \text{ 解得 } t_1=0 \text{ (舍去)}, t_2=\frac{13}{5},$$

$\therefore$ 点 D 的坐标 $(\frac{13}{5}, -\frac{39}{5})$.

【分析】(1) 先求出 BH, 进而得出 HC, 利用勾股定理求出 AH, 即可得出结论;

(2) 先求出 AI, IO, 进而得出 PI, 利用勾股定理得出 OP, 即可得出结论;

(3) 先判断出 $\odot O$ 与 $\odot P$ 相交, 再分两种情况讨论即可得出结论.

【解答】解: (1) 如图, 作 $AH \perp BC$ 于 H, 且 $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$, $AB=6$,

$$\therefore BH = AB \cdot \cos \angle ABC = 2,$$

$$\therefore BC = 9,$$

$$\therefore HC = 9 - 2 = 7,$$

在 $Rt\triangle ABH$ 中, 根据勾股定理得, $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 4\sqrt{2}$

在 $Rt\triangle AHC$ 中, 根据勾股定理得, $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = 9$;

(2) 如图 2, 作 $OI \perp AB$ 于 I, 联结 PO, $AC=BC=9$, $AO=4.5$

$$\therefore \angle OAB = \angle ABC,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle AIO \text{ 中, } \cos \angle IAO = \cos \angle ABC = \frac{AI}{AO} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AI = 1.5, IO = 2\sqrt{2}AI = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore PI = AB - BP - AI = 6 - x - 1.5 = \frac{9}{2} - x$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle PIO \text{ 中, } OP^2 = PI^2 + OI^2 = x^2 - 9x + \frac{153}{4}$$

$\therefore \odot P$ 与 $\odot O$ 外切,

$$\therefore OP = \sqrt{x^2 - 9x + \frac{153}{4}} = x + y$$

$$\therefore y = \sqrt{x^2 - 9x + \frac{153}{4}} - x = \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 - 36x + 153} - x$$

$\therefore$ 动点 P 在边 AB 上, $\odot P$ 经过点 B, 交线段 PA 于点 E.

$\therefore$ 定义域: $0 < x \leq 3$,

(3) 由题意得:

∴点 E 在线段 AP 上, $\odot O$ 经过点 E,

∴ $\odot O$ 与 $\odot P$ 相交

∴AO 是 $\odot O$ 半径, 且 $AO > OI$,

∴交点 E 存在两种不同的位置, $OE=OA=\frac{9}{2}$

①当 E 与点 A 不重合时, AE 是 $\odot O$ 的弦, OI 是弦心距,

∴AI=1.5, AE=3,

∴点 E 是 AB 中点, $BE=\frac{1}{2}AB=3$, $BP=PE=\frac{3}{2}$, $PI=3$, $IO=3\sqrt{2}$,

∴ $OP=\sqrt{PI^2+IO^2}=3\sqrt{3}$

②当 E 与点 A 重合时, 点 P 是 AB 中点, 点 O 是 AC 中点, $OP=\frac{1}{2}BC=\frac{9}{2}$

∴ $OP=3\sqrt{3}$ 或 $\frac{9}{2}$.

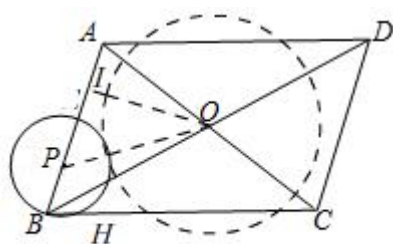


图2

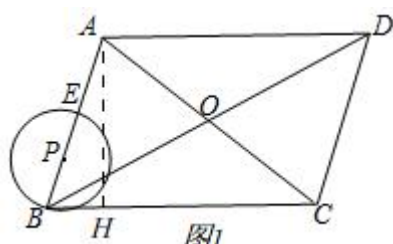


图1

【点评】此题是圆的综合题, 主要考查了圆的切线的性质, 锐角三角函数, 勾股定理, 和圆的位置关系, 充分利用勾股定理求出线段是解本题的关键.